

Комбинаторика



Комбинаторика

Комбинаторика – раздел математики, изучающий количества комбинаций, подчиненных определенным условиям, которые можно составить из элементов, безразлично какой природы, заданного конечного множества.

Комбинации элементов множества могут быть выполнены путем:

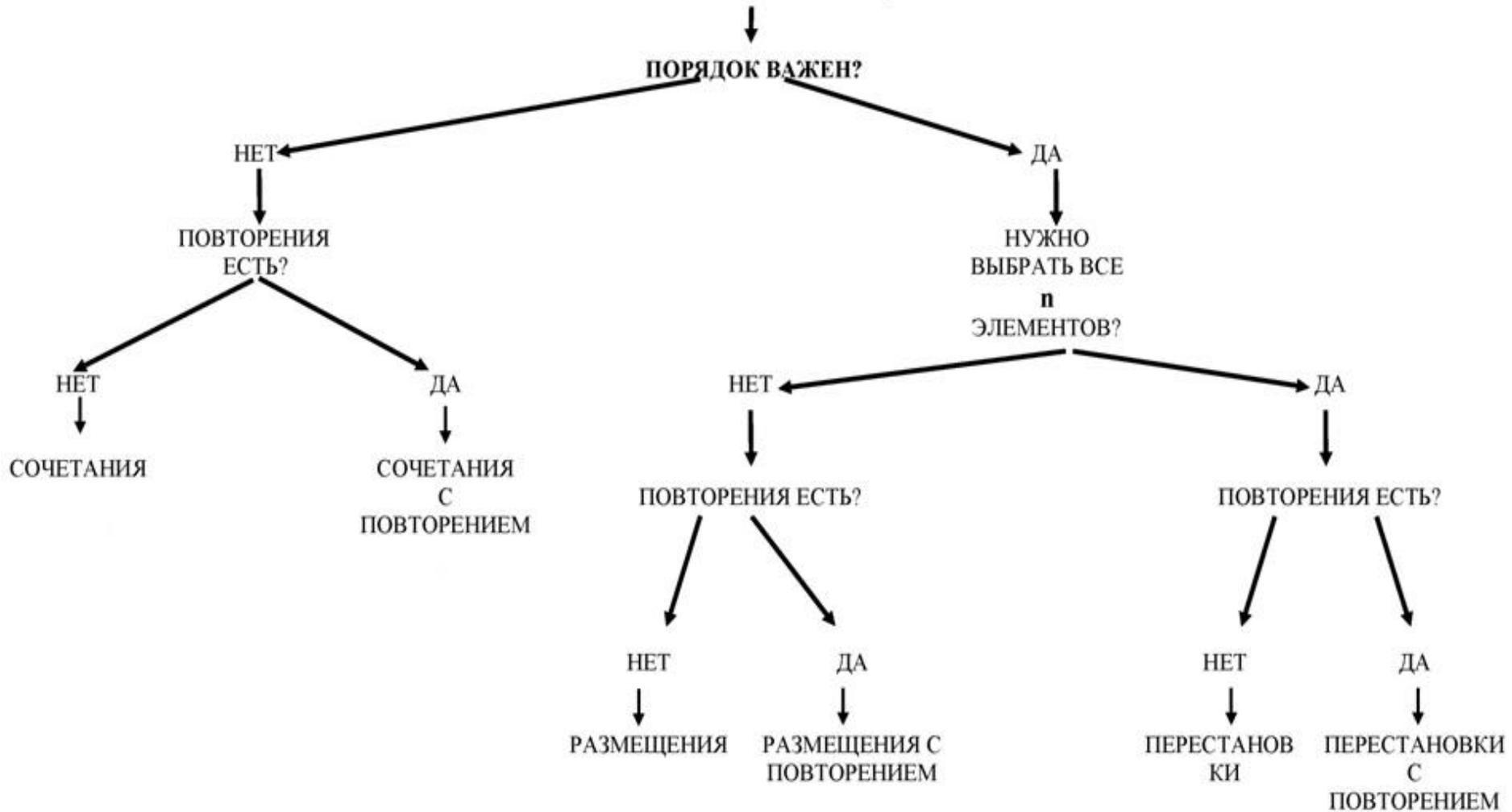
- 1) перестановок;
- 2) размещений;
- 3) сочетаний.

Комбинации могут быть без повторений (в основном) и с повторениями (оговаривается отдельно).

ВЫБОР ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ

ОПРЕДЕЛИТЕ

n – общее количество объектов
m – сколько объектов выбираю



Комбинаторика

Пусть имеется n различных объектов. Будем переставлять их всеми возможными способами (число объектов остается неизменными, меняется только их порядок). Получившиеся комбинации называются **перестановками**, а их число равно:

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

Символ $n!$ называется факториалом и обозначает произведение всех целых чисел от 1 до n . По определению, считают, что $0! = 1, 1! = 1$.

Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения.

Комбинаторика

Задача 1. К кассе кинотеатра подходит 4 человека. Сколько существует различных вариантов установки их в очередь друг за другом?

Задача 2. Найти количество перестановок букв слова **ОЛИВИН**.

Комбинаторика

Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов и переставлять всеми возможными способами между собой (то есть меняется и состав выбранных объектов, и их порядок). Получившиеся комбинации называются **размещениями** из n объектов по m , а их число равно:

$$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1) = n! / (n-m)!$$

Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком.

Комбинаторика

Задача 3. Расписание одного дня состоит из 5 уроков. Уроки в течение дня не повторяются. *Определить число вариантов расписания при выборе из 11 дисциплин.*

Задача 4. Шифр сейфа состоит только из 6 цифр, которые должны набираться последовательно и могут повторяться. *Чему в этом случае равно общее число всех возможных комбинаций шифра?*

Комбинаторика

Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов всеми возможными способами (то есть меняется состав выбранных объектов, но порядок не важен). Получившиеся комбинации называются **сочетаниями** из n объектов по m , а их число равно:

$$C_n^m = n! / (n-m)! \cdot m!$$

Сочетаниями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом.

Сочетаний всегда меньше чем размещений (так как при размещении порядок важен, а для сочетаний - нет), причем именно в $m!$ раз, то есть верна формула связи:

$$A_n^m = C_n^m \cdot P_m$$

Комбинаторика

Задача 5. Сколькими способам можно вывезти со склада 10 ящиков на двух автомашинах, если на каждую автомашину грузят по 5 ящиков?

Задача 6. В почтовом отделении продаются открытки 10 видов. Сколькими способами можно купить 12 открыток для поздравлений?

Комбинаторика

Формулы комбинаторики:

- 1) Перемещения $P_n = n!$
- 2) Перемещения с повторениями $P_n(m_1, m_2, \dots, m_k) = n! / (m_1! m_2! \dots m_k!)$
- 3) Размещения $A_n^m = n! / (n-m)!$
- 4) Размещения с повторениями $A_n^m = n^m$
- 5) Сочетания $C_n^m = n! / m! \cdot (n-m)!$
- 6) Сочетания с повторениями $C_{n+m-1}^m = (n+m-1)! / m! \cdot (n-1)!$

Комбинаторика

При решении задач комбинаторики используют следующие правила:

1) **Правило суммы.** Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект B может быть выбран n способами, то выбрать либо A , либо B можно $m + n$ способами.

2) **Правило произведения.** Если объект A можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект B можно выбрать n способами, то пара объектов (A, B) в указанном порядке может быть выбрана $m \cdot n$ способами.