

Математичні поняття.

Методика формування
математичних понять.

ПЛАН

- 1. Види математичних понять.**
- 2. Математичні терміни і означення.**
- 3. Символи в математиці.**
- 4. Методика формування математичних
понять**

Поняття – це:

1. Форма мислення, яка відображає істотні властивості, зв'язки і відношення предметів і явищ.
2. Думка або система думок, що узагальнює, виділяє предмети деякого класу за визначеними загальними і в сукупності специфічними для них ознаками.

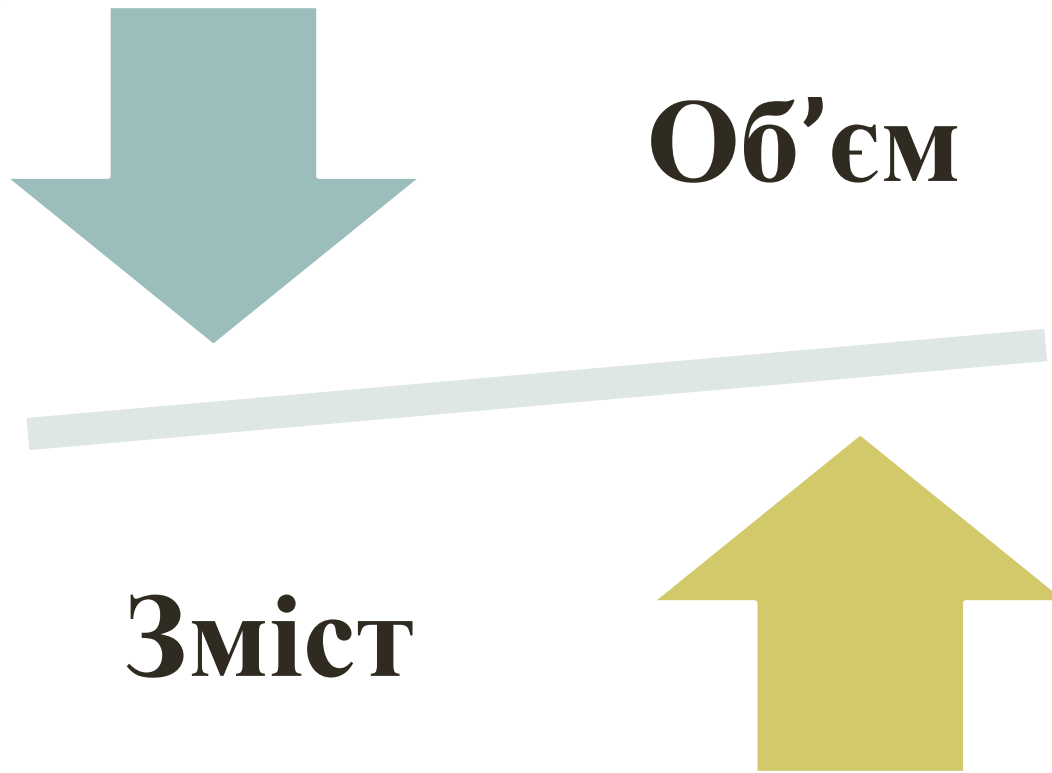
ПОНЯТТЯ ХАРАКТЕРИЗУ ЮТЬ

ОБ'ЄМ

**множина об'єктів, на
які
розповсюджується
дане поняття**

ЗМІСТ

**сукупність основних
ознак об'єктів, що
охоплюються цим
поняттям**



Між об'ємом і змістом має місце закон
зворотного відношення: чим ширше
зміст поняття,
тим вужчий його об'єм і навпаки.

Приклад. Візьмемо поняття

«трикутник». Додамо до двох його ознак:

1) плоский багатокутник;

2) наявність 3-х сторін,

ще третю:

3) 2 сторони рівні.

Отримали нове поняття

«рівнобедрений трикутник».

Зміст ширший, а об'єм вужче:

*множина рівнобедрених трикутників
є підмножиною множини трикутників
взагалі.*

ВИДИ ПОЯВЛЕННЯ

первісні
(неозначувані)

означувані

ті, які вводяться
описуванням, на
прикладі

Первісні поняття

Вже на перших уроках геометрії в 7 класі розкриваються істотні властивості понять «точка» і «пряма» за допомогою системи аксіом планіметрії. Тут учнів ознайомлюють з відношеннями «належати» для точок і прямих, «лежить між» - для трьох точок прямої.

Доцільно звернути увагу учнів на те, що поняття точки, прямої, площини походять від реальних існуючих об'єктів довкілля.

Наприклад, уявлення про пряму дає натягнута нитка, дріт, уявлення про точку - місце дотику олівця до паперу чи крейди до дошки, уявлення про площину - поверхня озера.

Означувані поняття

У систематичних курсах алгебри і геометрії значна кількість нових понять *означається*.

Вводячи означення математичних понять, потрібно враховувати, наскільки відомі й зрозумілі учневі певного віку ті істотні властивості, які розкривають зміст нового поняття.

Психолог Дж. Брунер з цього приводу зазначав, що коли основні поняття подано у формальному вигляді як рівняння або точні словесні означення, то вони є недоступними для дитини, якщо вона не засвоїла їх спочатку інтуїтивно.

Поняття, що вводяться описово, на прикладах

Низка понять вводиться описово, на прикладах і в систематичних курсах алгебри, геометрії.

Наприклад, у 7 класі на уроках алгебри на кількох прикладах запроваджується поняття одночлена і його стандартного вигляду. При цьому увагу звертають на те, що наведені вирази є добутком чисел, змінних та їхніх степенів, тобто фактично розкривають істотну властивість одночленів.

Термін – це мовний знак, що позначає спеціальне поняття у відповідній системі понять.

Термін — це слово або усталене словосполучення, що чітко й однозначно позначає наукове чи спеціальне поняття.

Термін не називає поняття, як звичайне слово, а, навпаки, поняття приписується терміну, додається до нього.

Термін – це «ім'я» поняття.

Усі терміни мають *низку характерних ознак*, до яких належать:

системність терміна (зв'язок з іншими термінами даної предметної сфери)

наявність дефініції (визначення) в більшості термінів

моносемічність (однозначність) терміна в межах однієї предметної галузі

стилістична нейтральність

відсутність експресії, образності, суб'єктивно-оцінних відтінків

Означенням (або дефініцією) називають речення, в якому в мовній або символічній формі перелічуються загальні істотні властивості, тобто розкривається зміст поняття.

Означення - це твердження, які приймають за домовленістю. Тому немає сенсу говорити, істинні вони чи хибні. Вони правильні або неправильні.

У математиці використовують різні способи означення понять.

Найпоширенішим з них є **означення через найближчий рід і видову ознаку.**

Наприклад, *ромб* - це паралелограм, у якого всі сторони рівні. У цьому означенні поняття «паралелограм» - найближчий рід, а ознака «всі сторони рівні» - видова ознака.

У геометрії часто використовують конструктивні означення, в яких зазначається **спосіб утворення поняття**. Наприклад, *трикутник* означено як фігуру, складену з трьох точок, що не лежать на одній прямій, і трьох відрізків, які попарно з'єднують ці точки.

В алгебрі є означення **через перелік**.

Наприклад, раціональні та ірраціональні числа разом називають *дійсними* числами.

Математичні символи (знаки) – це умовні позначення, які використовуються при запису математичних понять та викладок.

Розвиток математичної символіки тісно пов'язаний із загальним розвитком понять і методів математики.

Першими математичними знаками були знаки для зображення чисел – **цифри**. Їх виникнення, вочевидь, передувало появі писемності.

Найбільш древні системи нумерації (системи числення) - **вавілонська та єгипетська** - виникли ще за $3\frac{1}{2}$ тисячоліття до н. е.

Дати виникнення деяких математичних знаків

Знак	Значення	Кто ввів	Коли введений
	Нескінченність	Дж. Валліс (J. Wallis)	1655
e	Основа натуральних догарифмів	Л. Ейлер (L. Euler)	1736
p	Віношення довжини кола до діаметру	У. Джонс (W. Jones) Л. Ейлер (L. Euler)	1706 1736
i	Корінь квадратний із -1	Л. Ейлер (L. Euler)	1777 (у друку з 1794)
i, j, k	Одиничні вектори, орти	У. Гамільтон (W. Hamilton)	1853
\parallel	Паралельність	У. Оутред (W. Oughtred)	1677 (у посмертному виданні)
\perp	Перпендикулярність	П. Ерігон (P. Herigone)	1634
Знаки змінних об'єктів			
x, y, z	Невідомі або змінні величини	Р. Декарт (R. Descartes)	1637
		О. Коші	

Знаки індивідуальних операцій

+ -	Додавання Віднімання	німецькі математики	кінець XV ст.
x	Множення	У. Оутред (W. Oughtred)	1631
.	Множення	Г. Лейбніц (G. Leibniz)	1698
:	Ділення	Г. Лейбніц (G. Leibniz)	1684
a^2, a^3, \dots, a^n	Степінь	Р. Декарт (R. Descartes) І. Ньютон (I. Newton)	1637 1676
sin cos tg	Синус, косинус, тангенс	Л. Ейлер (L. Euler) Л. Ейлер (L. Euler)	1748 1753
Sh Ch	Гіперболічний синус та косинус	В. Ріккати (V. Riccati)	1757

Знаки індивідуальних відношень

=	Рівність	Р. Рекорд (R. Recorde)	1557
> <	Більше Менше	Т. Гарріот (T. Harriot)	1631
	Порівнянність	К. Гаус (C. Gauss)	' 1801

**Методика
формування
математичних
ПОНЯТЬ**

Формування понять – складний психологічний процес, що зазвичай протікає по такій схемі:



Завершальним етапом формування поняття, як правило, є його **визначення**.

ВИЗНАЧЕННЯ ПОНЯТТЯ – це перерахування
необх. і достатніх ознак поняття, зведених в зв'язну
пропозицію.

У ШКМ визначення розглядають як математичну
пропозицію, яка зводить дане поняття математики
до вже знайомих математичних понять.

Необхідно, щоб учні розуміли, що ніякі визначення
не доводяться. Про визначення не має сенсу
говорити, істинне воно або хибне.

Визначення може бути правильним (коректним) або
неправильним (некоректним).

**Способи
визначення
понять**

I. Через найближчий ряд і видову відмінність

I.I. Дескрептивно

Наприклад, означення поняття

«квадратне рівняння»

рівняння (рід) + вигляду $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

«ромб»

паралелограм (рід) + сторони якого рівні
(видова відмінність).

Такі визначення дозволяють замінити при
необхідності, наприклад, при доказі теорем,
одне поняття іншим.

I. Через найближчий ряд і видову відмінність I.II. Генетично (конструктивно)

(спосіб, який вказує на походження поняття)

Наприклад, **КОЛОМ** називається фігура, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки. Ця точка називається **центром кола**.

Також, цим способом дається визначення круга, сфери, кулі, лінійного кута, двогранного кута, конуса, циліндра як тіл обертання.

II. Індуктивно. Наприклад, визначення *арифметичної прогресії*: $a_n = a_{n-1} + d$

III. Через абстракцію. Наприклад, *натуральне число* - характеристика класів еквівалентних множин.

IV. Аксиоматично (непряме визначення).

Наприклад, визначення площі фігури в геометрії:
для простих фігур *площа* - це позитивна величина,
чисельне значення якої має такі властивості:

- а) рівні фігури мають рівні площі;
- б) якщо фігура розбивається на частини, які є простими фігурами, то площа цієї фігури дорівнює сумі площ частин;
- в) площа квадрата зі стороною, що дорівнює одиниці вимірювання, дорівнює одиниці.

Вивчення математичних визначень можна
підрозділити на *три етапи*:

1-й етап - *введення* - створення на уроці ситуації, коли учні або самі "відкривають" нове, або просто готуються до їх розуміння.

2-й етап - *забезпечення засвоєння* - зводиться до того, щоб школярі:

- а) навчилися застосовувати визначення;
- б) швидко і безпомилково запам'ятовувати їх;
- в) розуміли кожне слово в їх формулюваннях.

3-й етап - *закріплення* - здійснюється на наступних уроках і зводиться до повторення їх формулювань і обробці навичок застосування до вирішення завдань.

**ДЯКУЮ ЗА
УВАГУ!**