

Часть 1
Физические основы
механики

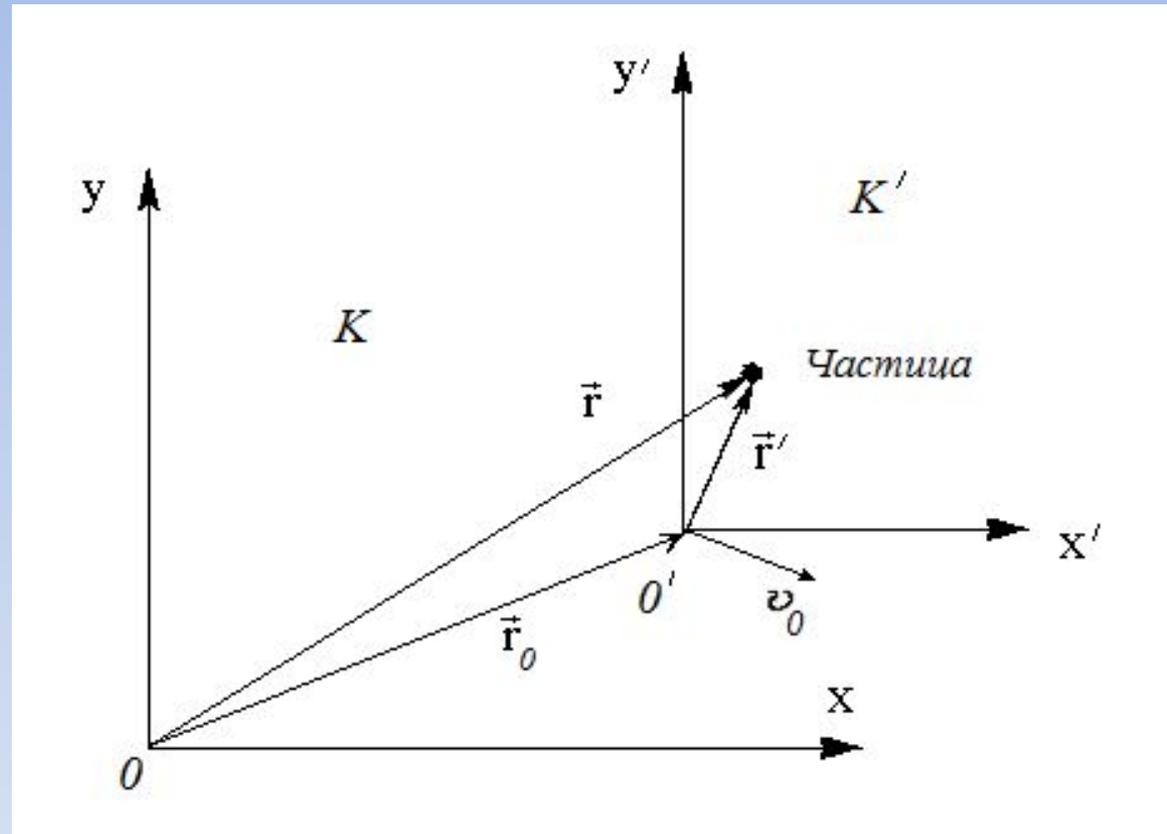
Лекция 2
Динамика поступательного
и вращательного движения
тела

Закон инерции. Инерциальные

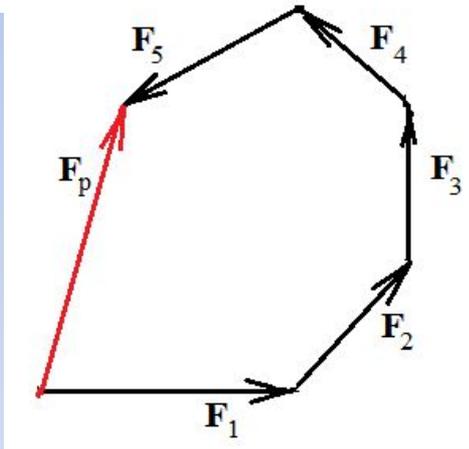
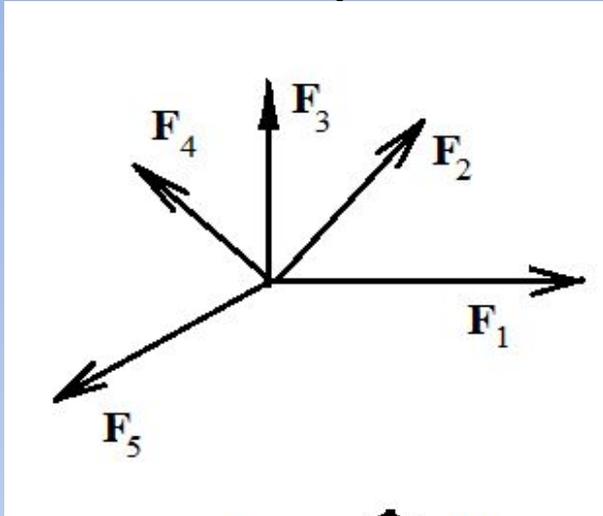
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}_0 + \dot{\vec{r}}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$



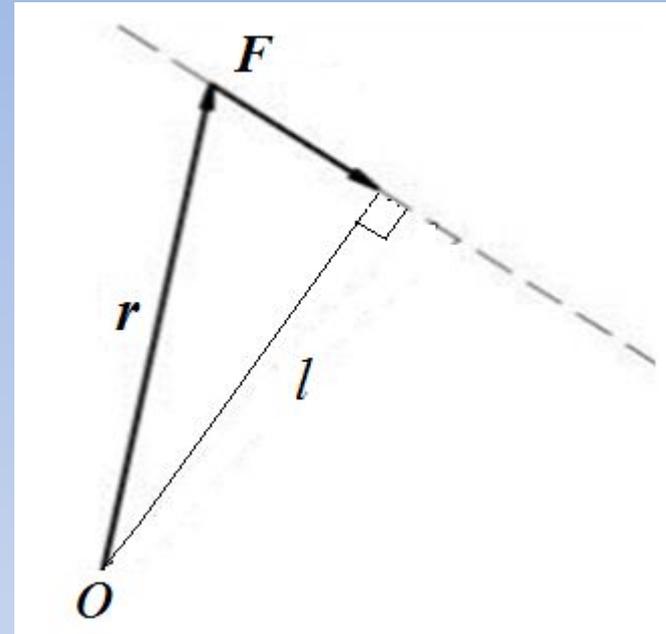
Сила (сложение)



$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$F_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} \quad F_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} \quad F_z = \sum_{i=1}^n F_{iz}$$

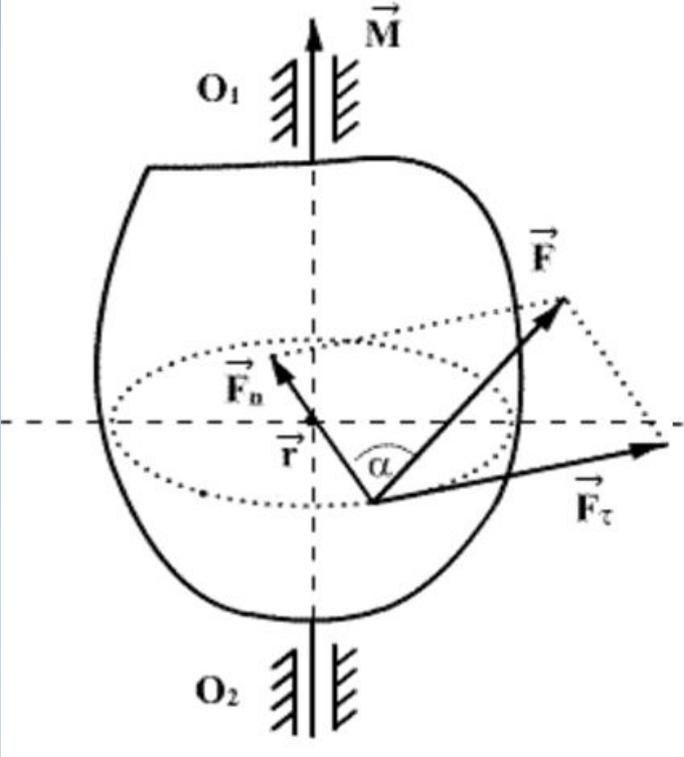
Момент СИЛЫ



$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

$$M = rF \sin \alpha$$

$$M_o = r \cdot F \cdot \sin(\hat{\vec{r}, \vec{F}})$$



Инерционные свойства

Масса

$$m = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

$$m_1 a_2 = m_2 a_1$$

Плотность
неоднородного

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$m = \int_V \rho dV$$

$$m = \rho V$$

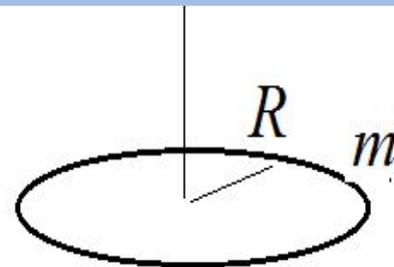
Момент инерции
тела

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

$$J = \int_0^m r^2 dm$$

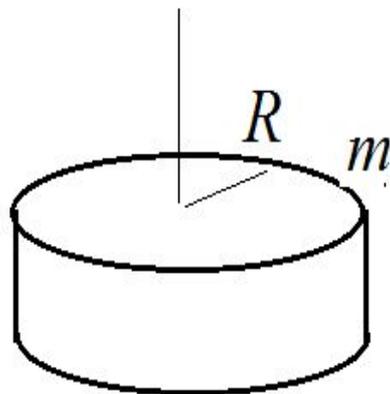
Момент инерции кольца

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n m_i R^2 = R^2 \sum_{i=1}^n m_i = mR^2$$

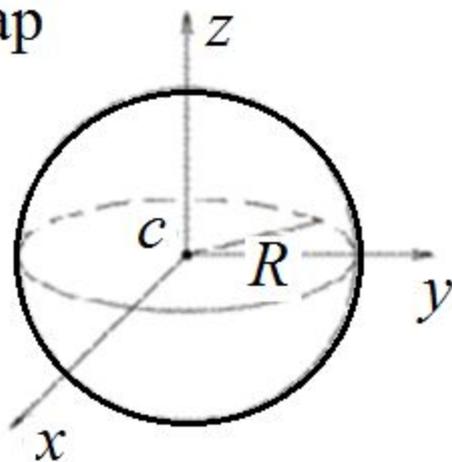


Момент инерции диска

$$J = \int_m r^2 dm = \int_0^R r^2 2\pi r h \rho dr = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi \rho h R^4}{2} = \frac{mR^2}{2}$$



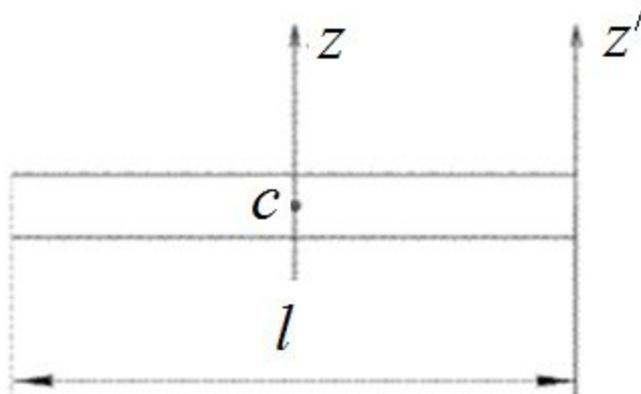
Шар



момент инерции

$$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{5} m R^2$$

Стержень

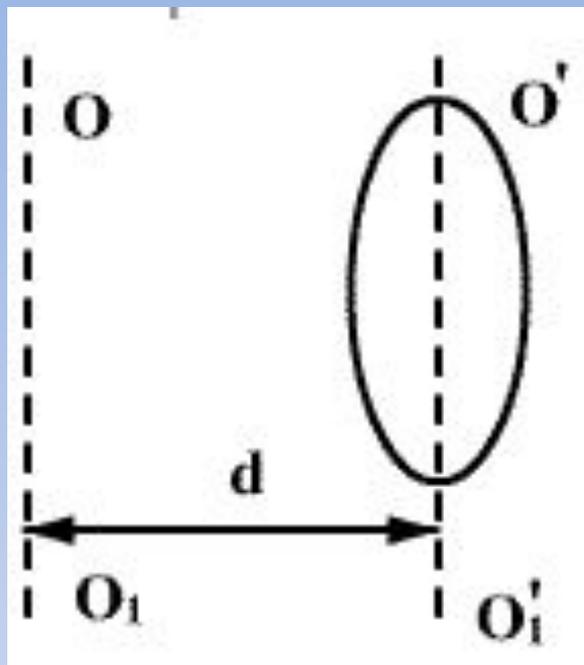


момент инерции

$$J_z = \frac{ml^2}{12}$$

момент инерции

$$J_{z'} = \frac{ml^2}{3}$$



Теорема Штейнера

$$J_{O_1} = J_C + md^2$$

Импульс тела, импульс системы

при $v \ll c$ $p_i = m_i v_i$

при $v \leq c$ $p_i = \frac{m_i v_i}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

Момент

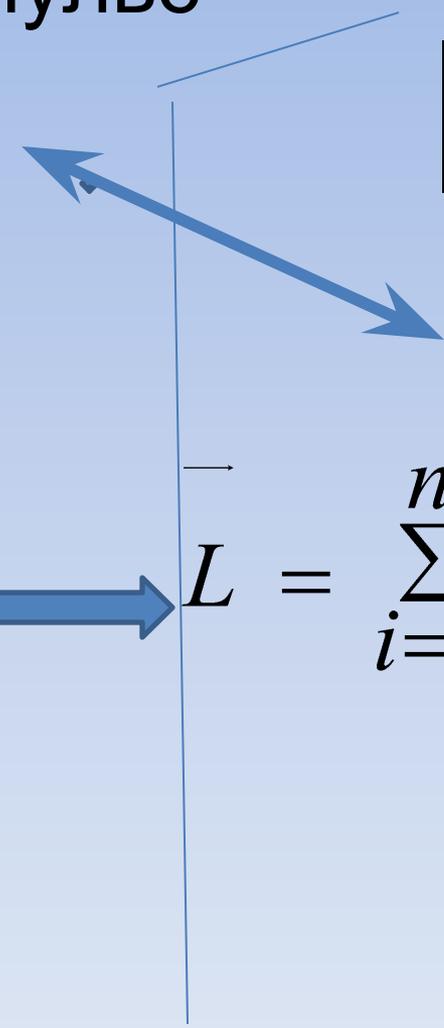
Импульса

$$\vec{L}_0 = [\vec{r} \cdot m \vec{v}]$$

$$L_0 = m v \cdot l$$

$$L_z = J_z \omega$$

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n J_i \omega_i$$



Второй закон Ньютона

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{dL}{dt} = \sum_i^N M_i \dot{\theta}_i$$

Второй закон Ньютона (частный случай постоянной инерционной характеристики, m ,

J)

$$\frac{d(m\overset{\vee}{v})}{dt} = \overset{\boxtimes}{F}$$

$$\overset{\boxtimes}{a} = \frac{1}{m} \overset{\boxtimes}{F}$$



$$\varepsilon = \frac{1}{J} M$$

$$m\overset{\boxtimes}{a} = \overset{\vee}{F}$$



$$\vec{J} \varepsilon = \vec{M}$$

Импульс силы

$$\overline{F} dt = d\overline{p}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \overline{F} dt = \int_{p_1}^{p_2} d\overline{p} = p_2 - p_1 = \Delta p$$

Закон
сохранения
импульса

Закон
сохранения
момента

$$\sum_{i=1}^n p_i = const$$

$$\sum_{i=1}^n L_i = const$$



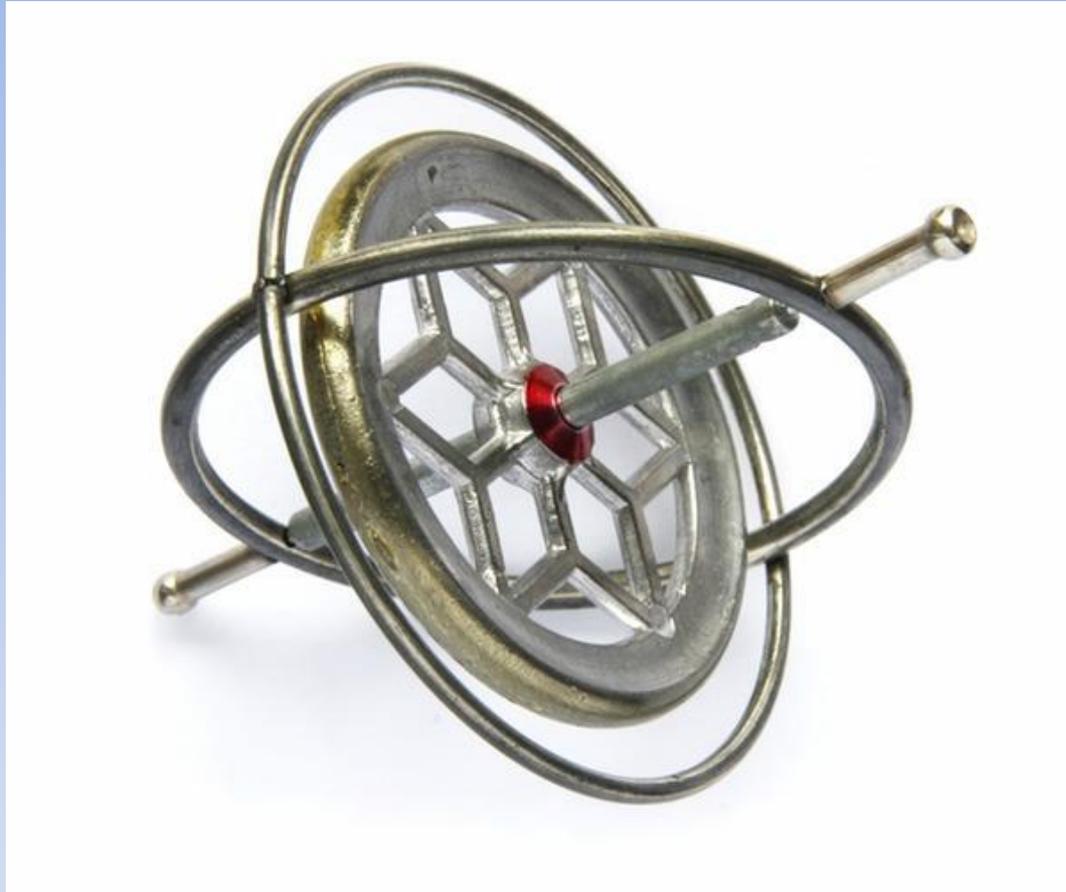
$$\frac{dp}{dt} = 0$$

$$\frac{dL}{dt} = 0$$

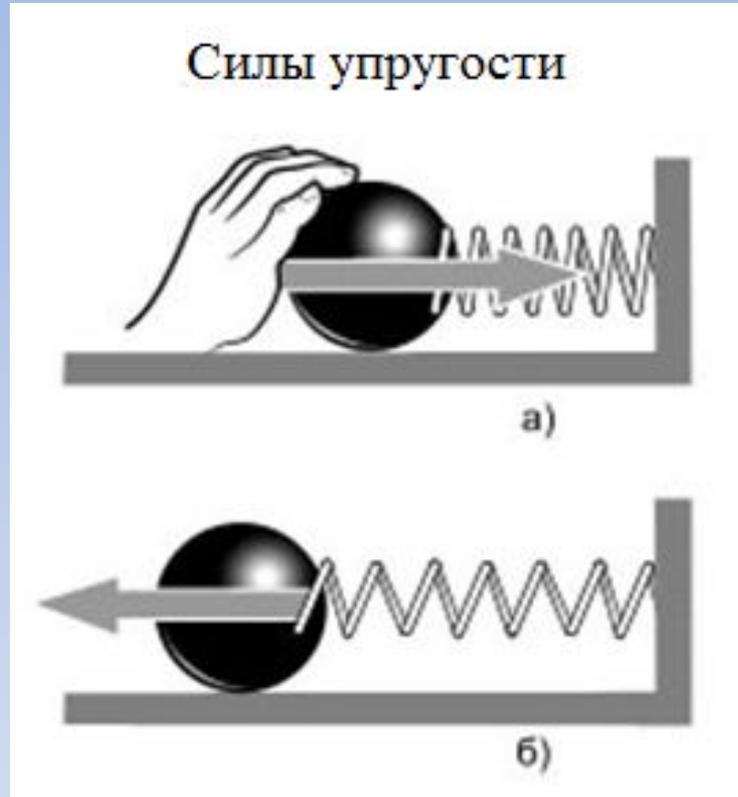


$$m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 + \dots = const$$

$$J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2 + J_3 \omega_3 + \dots = const$$



Силы в упругих телах



$$F_x = -k(x - x_0)$$

$$x_0 = 0 \quad F_x = -kx$$

Сила
трения

$$F_{тр} = \mu N$$

Сила

сопротивления

$$F_{сопр} = -a v \quad F_{сопр} = -b v^2$$

Сила

тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad G = 6,6742867 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$$

Сила
тяжести.

$$F = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2} \cdot m$$

$$h \ll R_3 \quad F_{\text{тяж}} = mg$$

$$g = G \frac{M_3}{R_3}$$

$$9,78 \text{ м/с}^2 < g < 9,83 \text{ м/с}^2$$

Энергия
кинетическая

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$W_{kвр} = \frac{J\omega^2}{2}$$

Энергия

$$W_p = \frac{kx^2}{2}$$

потенциальная

$$W_p = \frac{k_{в}\varphi^2}{2}$$

$$W_p = mgh$$

Работ

а

$$dA = F ds \cos \alpha$$

$$dA = M d\varphi$$

$$A = \int_1^2 \mathbf{F} ds$$

$$A = \int_1^2 \mathbf{M} d\varphi$$

$$A = FS \cos \alpha$$

Статика

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \text{const}$$

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i = \text{const}$$