



ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ



ПРОБЛЕМЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ РЕШЕНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ ВЫЗВАНЫ КАК ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТЬЮ ЭТИХ ЗАДАЧ, ТАК И ТЕМ, ЧТО ОСНОВНОЕ ВНИМАНИЕ УДЕЛЯЕТСЯ РЕШЕНИЮ СТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ.

Алгебра стоит на четырёх китах



НАРЯДУ С ОСНОВНЫМИ АНАЛИТИЧЕСКИМИ ПРИЕМАМИ И МЕТОДАМИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ СУЩЕСТВУЮТ СПОСОБЫ ОБРАЩЕНИЯ К НАГЛЯДНО-ГРАФИЧЕСКИМ ИНТЕРПРЕТАЦИЯМ.

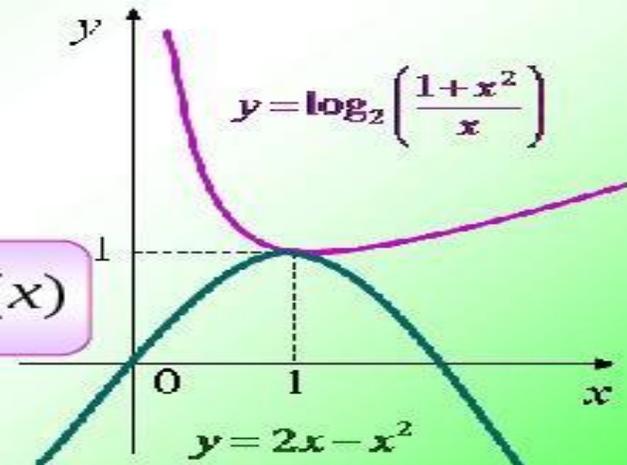
Эту ситуацию хорошо иллюстрирует график.

Как начинать решать такие задачи?

Привести уравнение или неравенство к виду $f(x) = g(x)$

Сделать оценку обеих частей. Пусть существует такое число M , из области определения (уравнения или неравенства), что $f(x) \leq M$ и $f(x) \geq M$.

Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} f(x) = M \\ g(x) = M \end{cases}$$



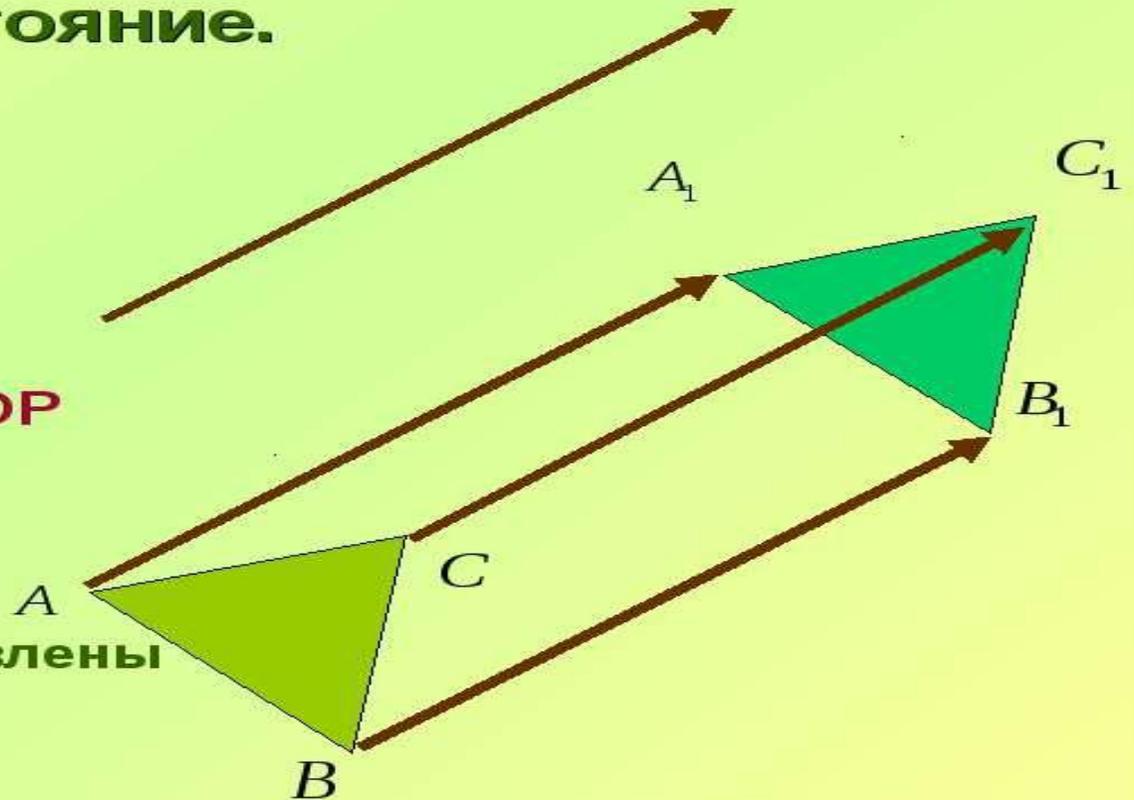
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС.

Параллельный перенос определяется как преобразование, при котором точки смещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние.



Направленный отрезок OR
задает
параллельный перенос

Лучи AB и OR одинаково направлены
 $AB = OR$



ПОВОРОТ.

выбор семейства кривых (в отличие от самих задач) не отличается разнообразием, а точнее он одновариантный: во всех примерах члены семейства $y = f(x; a)$ – прямые

в равенстве $f(x, y, a) = 0$ очень сложно увидеть аналитическое задание поворота кривых, отличных от прямых. Поэтому о повороте как о методе целесообразно говорить лишь для прямых указанного типа.

ГОМОТЕТИЯ. СЖАТИЕ К ПРЯМОЙ.

Гомотетия

Гомотетия (от др.-греч.

μ — «одинаковый» и
— «расположенный») —

один из видов

преобразования подобия.

Гомотетией с центром O и

коэффициентом k ($k \neq 0$)

называют преобразование

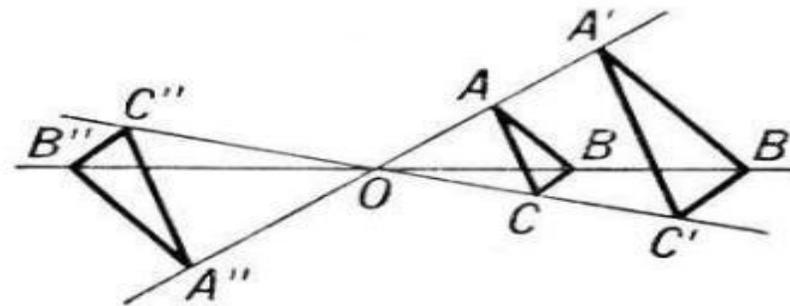
плоскости (или

пространства),

переводящее точку X в

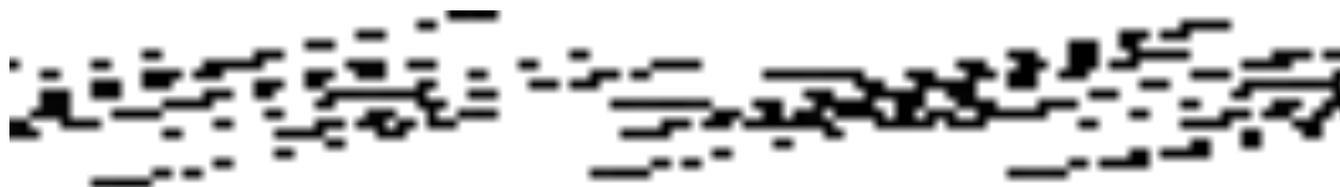
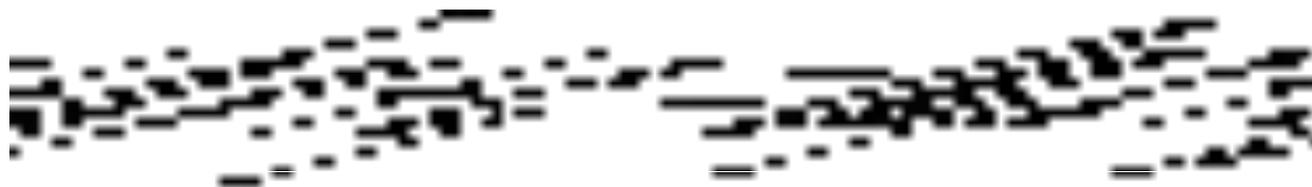
точку X' , обладающую тем

свойством, что $\vec{OX'} = k\vec{OX}$.



ДВЕ ПРЯМЫЕ НА ПЛОСКОСТИ

в основе идеи решения задач настоящего пункта лежит вопрос
об исследовании взаимного расположения двух прямых:



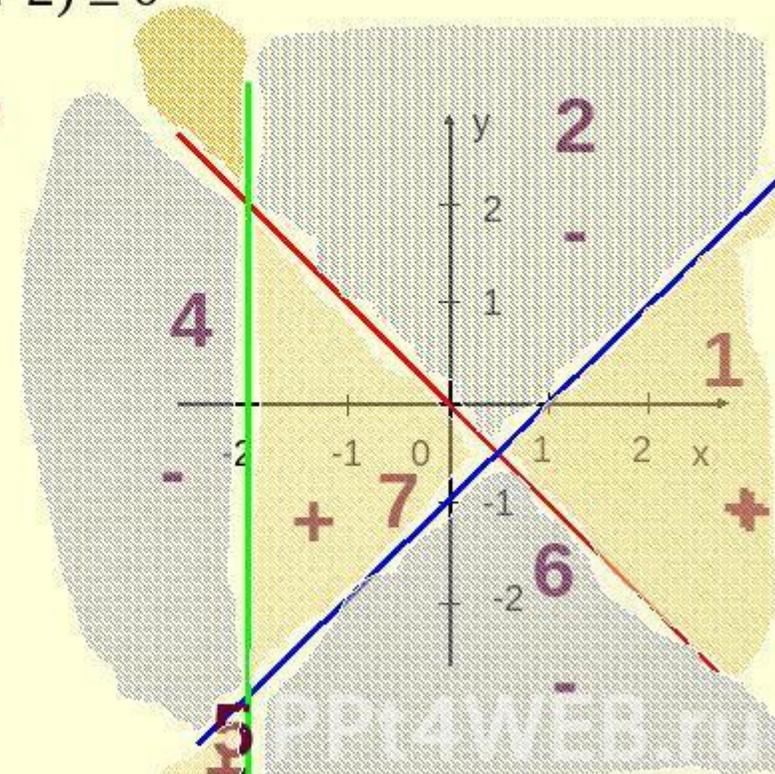
РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ

Два неравенства называются равносильным и, если множества решений их совпадают, т. е. если всякое решение каждого из них является решением другого.

Решением неравенства
 $(y + x)(x - y - 1)(x + 2) \geq 0$

- множество точек,
из областей,
содержащих
знак плюс и
решения
уравнения

$$F(x, y) = 0$$



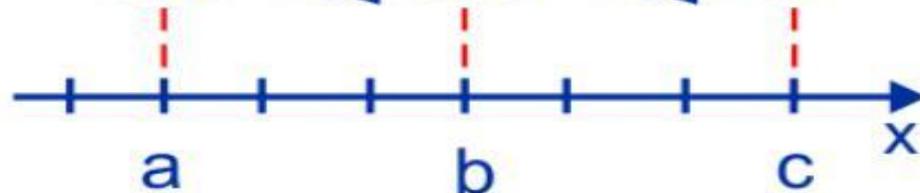
СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

Свойства неравенств

$$a > b \longrightarrow b < a$$

$$\begin{array}{l} a < b \\ b < c \end{array} \longrightarrow a < c$$

$$a \leq b \leq c$$



РЕШЕНИЕ ЦЕЛЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Алгоритм решения рациональных неравенств методом интервалов:

- 1) Представить левую часть неравенства в виде функции $y = f(x)$.
- 2) Найти область определения функции (при которой эта функция имеет смысл).
- 3) Найти корни функции (нули функции).
- 4) Определить интервалы знакопостоянства.
- 5) Определить знак функции на каждом интервале.
- 6) Выписать значения x , при которых неравенство верно.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ.

Решить уравнение с параметрами означает следующее:

- а) исследовать, при каких значениях параметров уравнение имеет корни и сколько их при различных значениях параметров;
- б) найти все выражения для корней и указать для каждого из них те значения параметров, при которых это выражение действительно определяет корень уравнения.

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ. МЕТОД ОБЛАСТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ



Графический прием ← **Ключ решения** → Свойства функций

Параметр – «равноправная» переменная \Rightarrow отведем ему координатную ось т.е. задачу с параметром будем рассматривать как функцию $f(x; a) > 0$

Общие признаки задач подходящих под рассматриваемый метод

В задаче дан один параметр a и одна переменная x

Они образуют некоторые аналитические выражения $F(x; a), G(x; a)$

Графики уравнений $F(x; a) = 0, G(x; a) = 0$ строятся несложно

Схема решения:

1. Строим графический образ

2. Пересекаем полученный график прямыми перпендикулярными параметрической оси

3. «Считываем» нужную информацию

ДАЖЕ ЕСЛИ НЕ НАХОДИТСЯ НИКАКОГО ПУТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННОГО ИЗОБРАЖЕННЫМИ ГРАФИКАМИ, ПРЕДСТАВЛЕНИЕ О ЗАДАЧЕ ЗНАЧИТЕЛЬНО РАСШИРИТСЯ, ПОЛУЧАЕТСЯ ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ И ШАНСЫ НА УСПЕХ ЗНАЧИТЕЛЬНО ВОЗРАСТУТ.

