Тема 1.5 ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ

Студент должен:

иметь представление:

- о пространственных системах сил и их действии на тело.

Знать:

- момент силы относительно оси, свойства момента;

- аналитический способ определения равнодействующей;

-условия равновесия.

Уметь:

-выполнять разложение силы на три взаимно перпендикулярные оси;

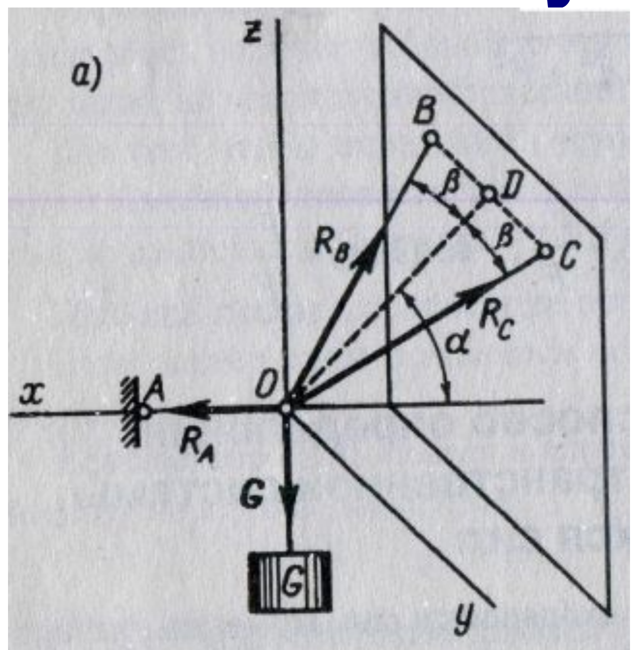
-определять момент силы относительно оси;

-определять реакции в опорах и выполнить проверку.

Пространственная система сил-

система сил, линии действия которых расположены в различных плоскостях.

1. Пространственная системой сходящихся сил (пространственный пучок сил)



Пространственная система сил называется **сходящейся**, если линии действия всех сил системы пересекаются в одной точке.

Теорема о равнодействующей пространственной ССС.

Пространственная система сходящихся сил эквивалентна равнодействующей, которая равна векторной сумме этих сил; линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линий действия составляющих сил системы.

$$F_{\sum} = \sum Fi$$

Способы определения равнодействующей силы пространственной системы сходящихся сил:

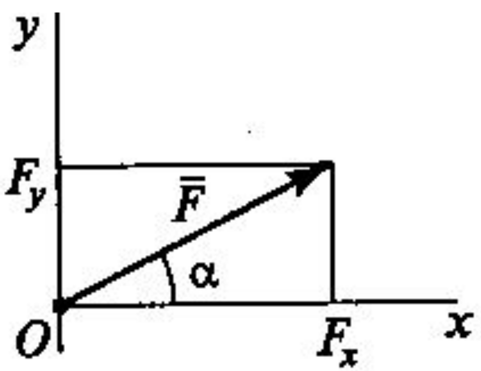
Силовой многоугольник пространственной системы сил не лежит в одной плоскости, поэтому геометрический и графический способы нахождения равнодействующей неприемлемы.

Применяется только аналитический способ (метод проекций).

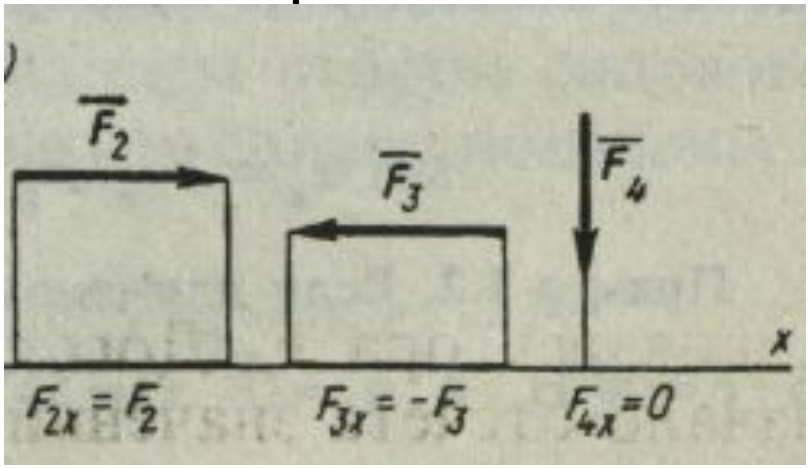
Проекция силы на ось в пространстве

а) Сила и ось лежат в одной плоскости

Определение проекций силы на ось, лежащих в одной плоскости, остаются прежними.



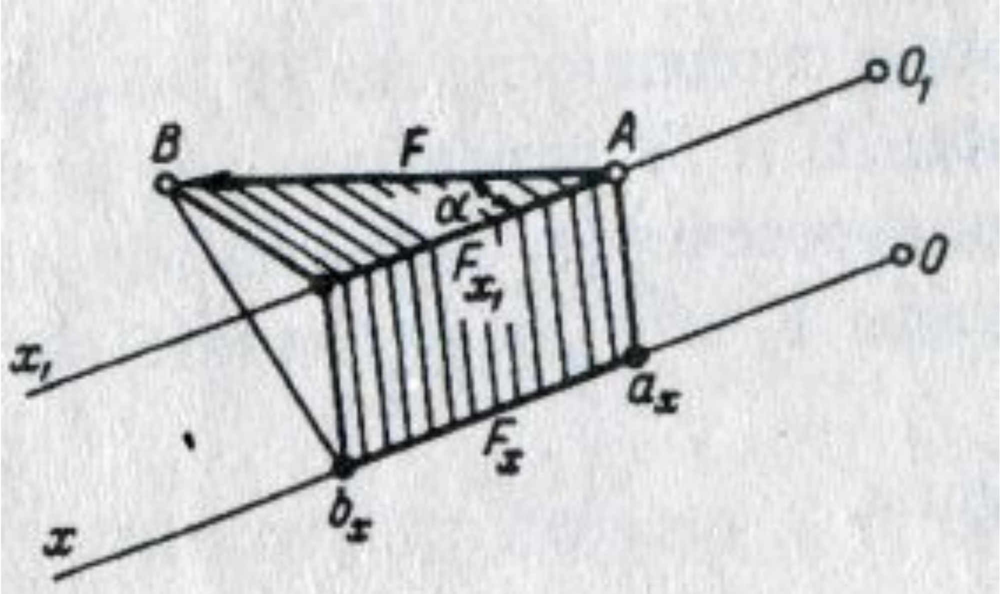
$$F_x = \bar{F} \cos \alpha$$
$$F_y = \bar{F} \sin \alpha$$



Проекция силы на ось в пространстве

б) Сила и ось не лежат в одной плоскости

Для определения проекции силы F на ось OX, мысленно проводят через начало или конец силы ось O_1X_1, параллельную данной оси OX, тогда



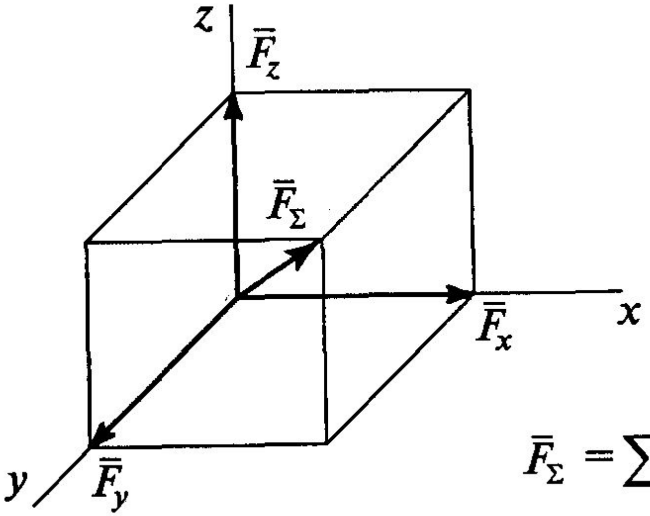
$Fx_1 = F \cdot \cos\alpha$,

так как $Fx_1 = Fx$,

то $\mathbf{Fx = F \cdot \cos\alpha}$,

Разложение силы по трём осям координат

Равнодействующая трёх взаимно перпендикулярных сил равна по модулю и направлена по диагонали параллелепипеда, построенного на этих силах.



$$\bar{F}_\Sigma = \sum \bar{F}_i$$

F=Fx+Fy+Fz

Модуль и направление равнодействующей силы :

- \- модуль F_{Σ}

$$F_{\Sigma}=\sqrt{Fx^2+Fy^2+Fz^2} = \sqrt{(\sum Xi)^2+(\sum Yi)^2+(\sum Zi)^2}$$

- \- направление F_{Σ}

$$Cos(F_{\Sigma},X)=Fx/F_{\Sigma}=\sum Xi/F_{\Sigma}$$

$$Cos(F_{\Sigma},Y)=Fy/F_{\Sigma}= \sum Yi/F_{\Sigma}$$

$$Cos(F_{\Sigma},Z)=Fz/F_{\Sigma}= \sum Zi/F_{\Sigma}$$

Аналитическое условие равновесия пространственной ССС

Для равновесия пространственной ССС необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая системы, а значит и её проекции на оси координат X,Y и Z были равны 0.

$$F_{\Sigma} = 0$$

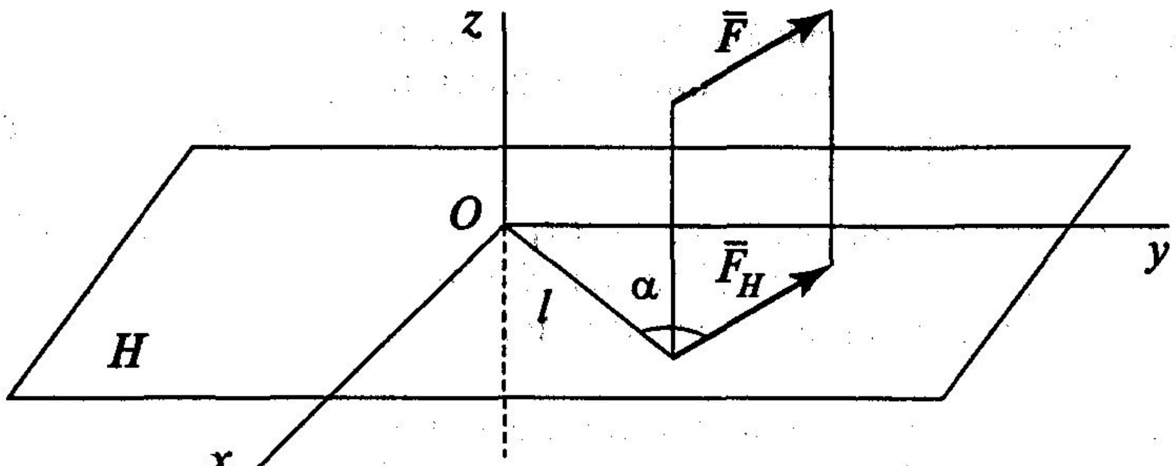
$$1) \sum Fix = \sum X = 0$$

$$2) \sum Fiy = \sum У = 0$$

$$3) \sum Fiz = \sum Z = 0$$

2 МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ

Момент силы **относительно оси равен произведению проекции этой силы на плоскость перпендикулярную к данной оси, на плечо.**



$$M_Z(F)= M_0(F_H)= F_H l$$

Плечо силы ***h(l)*** относительно оси **-** это перпендикуляр опущенный из точки пересечения оси с плоскостью, на линию действия проекции

Правило знаков

Момент силы относительно оси будем считать ***положительным*** , если сила стремится вызвать вращение ***против часовой стрелки***, момент силы считаем ***отрицательным***, если она стремится вызвать вращение ***по часовой стрелке***. <u>При этом необходимо смотреть на плоскость перпендикулярно данной оси с её положительного конца.</u>

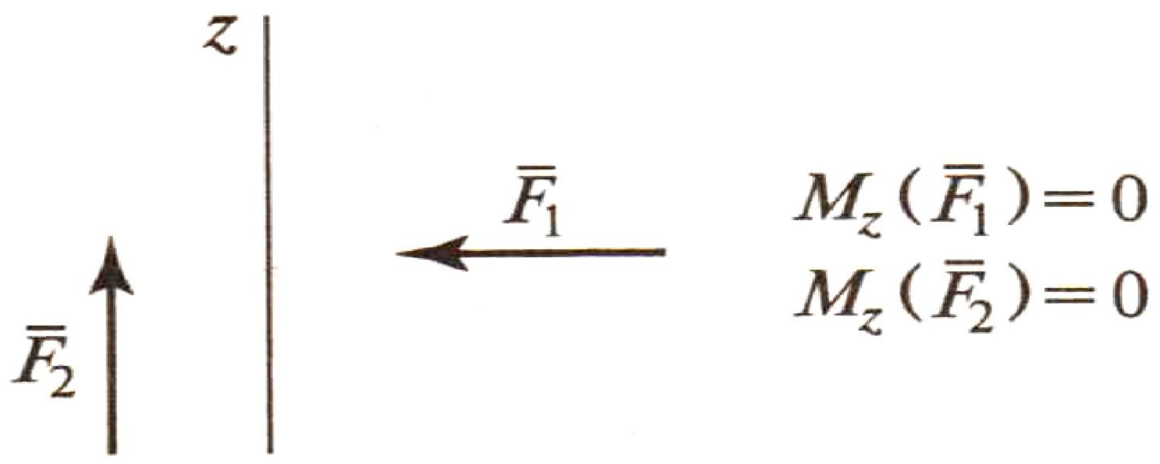
Момент силы относительно оси равен нулю в 2 случаях:

1. Если линия действия силы перпендикулярна оси

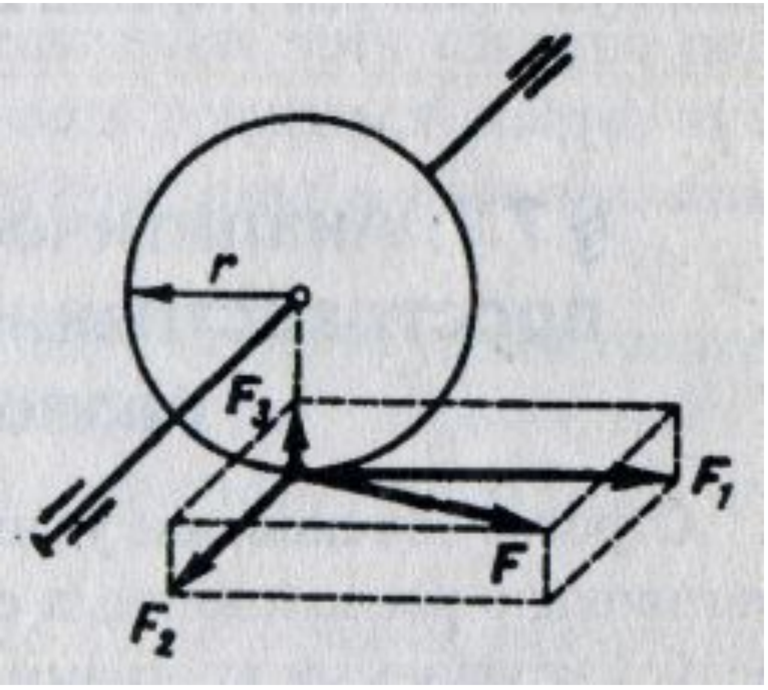
$F_1 \perp Z$, т.к. $h(l) = 0$

2. Если вектор силы параллелен оси

$F_2 // Z$, т.к. $F_н = 0$



Пример: В червячной передаче червяк передает червячному колесу, укрепленному на валу, силу ***F***, не лежащую в плоскости, перпендикулярной оси.



Разложим силу ***F*** на три взаимно перпендикулярные составляющие :

F$_1$ (окружная сила), вызывает вращательное движение, которое измеряется моментом

$$M_z(F_1) = F_1 r$$

F$_2$ (осевая сила) стремится сдвинуть колесо вдоль оси

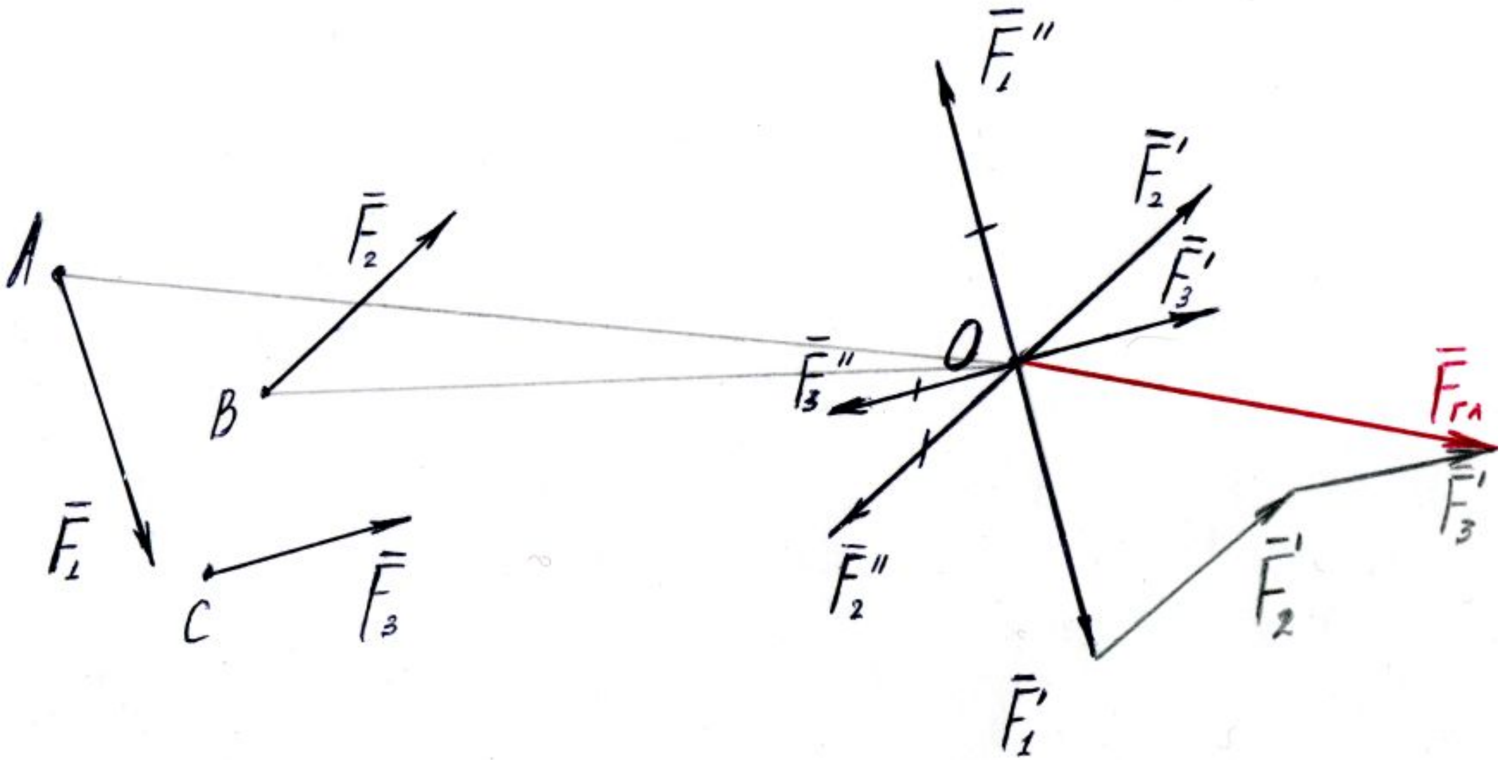
***F**з* (радиальная сила) стремится изогнуть ось колеса

3. Пространственная система произвольно расположенных сил -

это система сил, линии действия которых не лежат в одной плоскости и не пересекаются в одной точке

Приведение произвольной пространственной системы сил к заданному центру

(Аналогично плоской системе произвольно расположенных сил – Тема 1.4)



Приведение произвольной пространственной системы сил к заданному центру

Пространственная система произвольно расположенных сил в общем случае эквивалентна одной силе, приложенной в центре приведения и одной паре сил

Произвольная пространственная система сил приводится к главному вектору и главному моменту.

Модуль и направление главного вектора :

- \- модуль $F_{ГЛ}$

$$F_{ГЛ}=\sqrt{Fx^2+Fy^2+Fz^2} =\sqrt{(\sum Xi)^2+(\sum Yi)^2+(\sum Zi)^2}$$

- \- направление $F_{ГЛ}$

$$Cos(Fгл;\ x)= \sum Xi/\ Fгл$$

$$Cos(Fгл;\ y)= \sum Yi/\ Fгл$$

$$Cos(Fгл;\ z)= \sum Zi/\ Fгл$$

Модуль главного момента :

- Алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно каждой оси.

$$M_{ГЛ} = \sqrt{}\ (\sum M_X(Fi))^2 + (\sum M_Y(Fi))^2 + (\sum M_Z(Fi))^2$$

Аналитические условия равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил

Алгебраическая сумма проекций всех сил на три взаимно перпендикулярные оси координат должна быть равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил, относительно тех же осей, должна быть равна нулю

$F_{гл}=0$

1) $\sum X=\sum F_i x=0$

2) $\sum Y=\sum F_i y=0$

3) $\sum Z=\sum F_i z=0$

$M_{гл}=0$

4) $\sum M_x(F_i)=0$

5) $\sum M_y(F_i)=0$

6) $\sum M_z(F_i)=0$