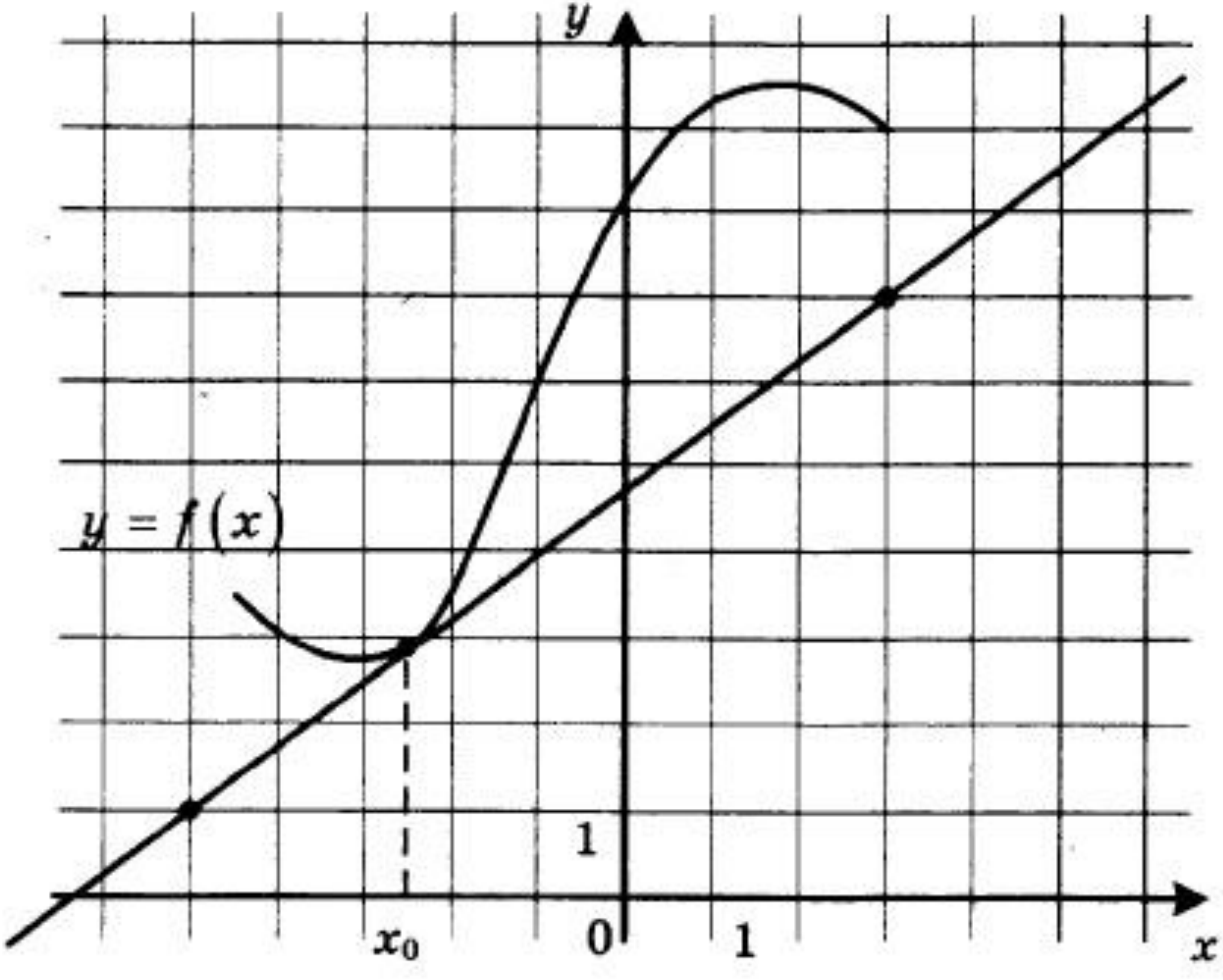
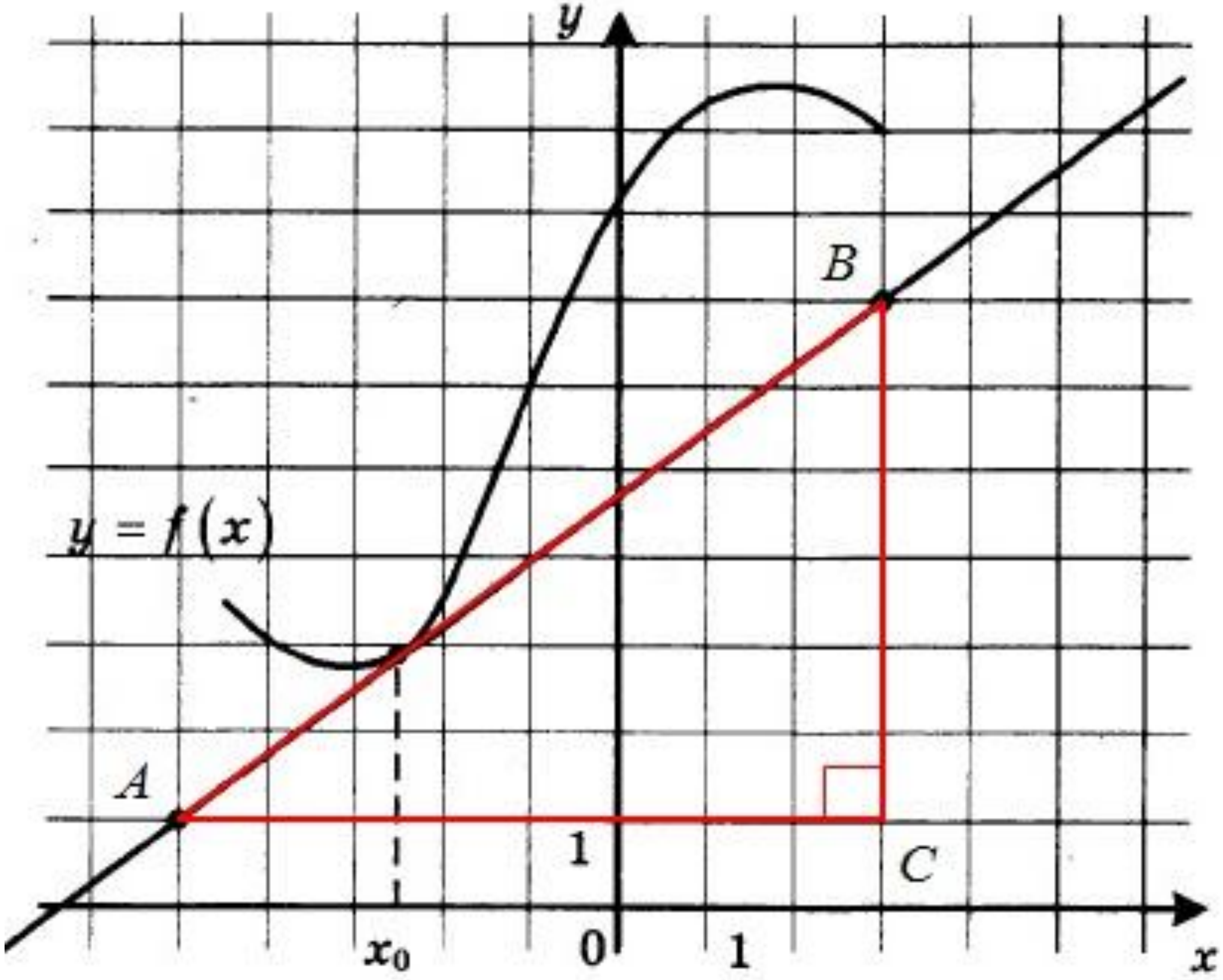
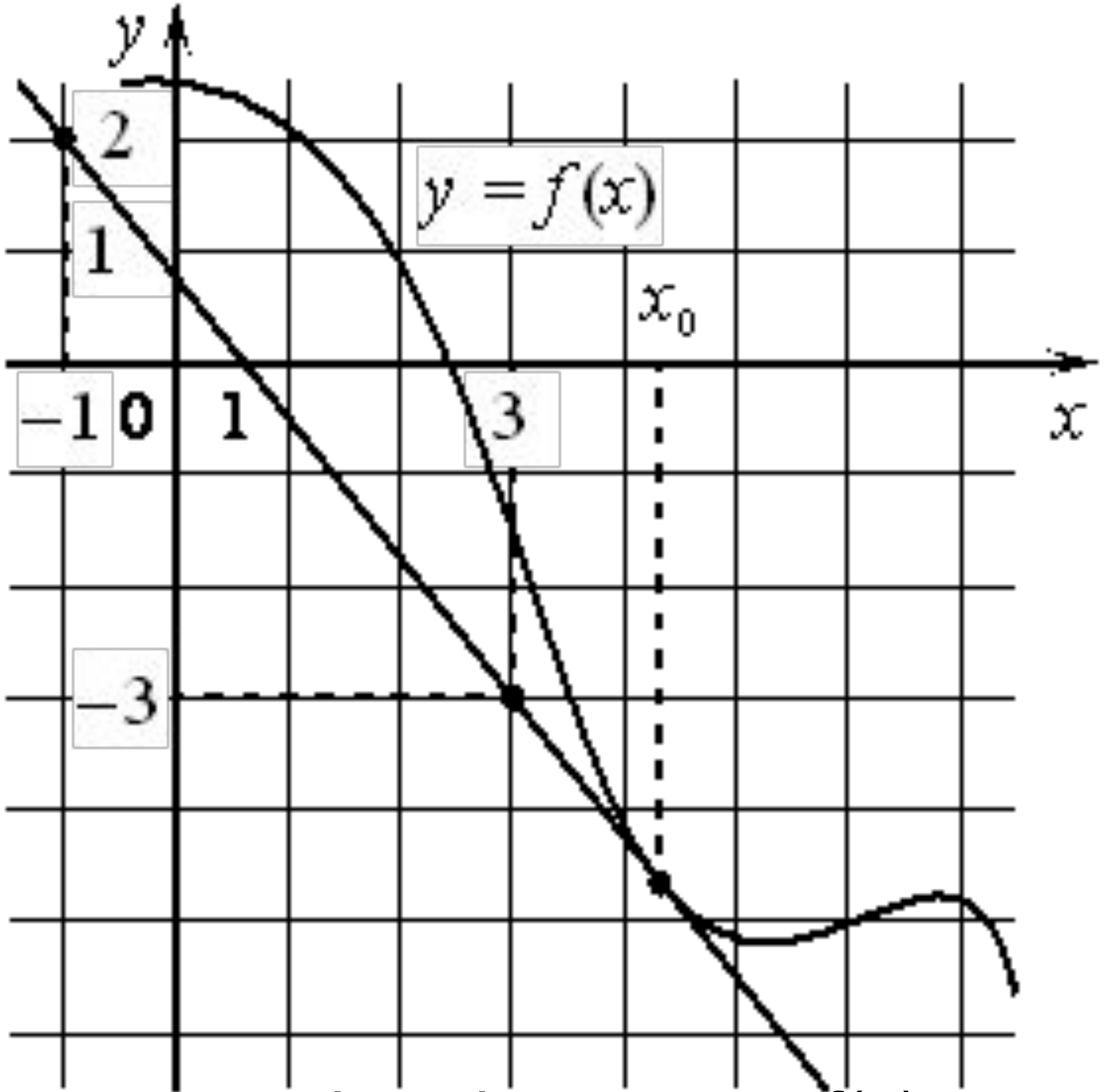
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



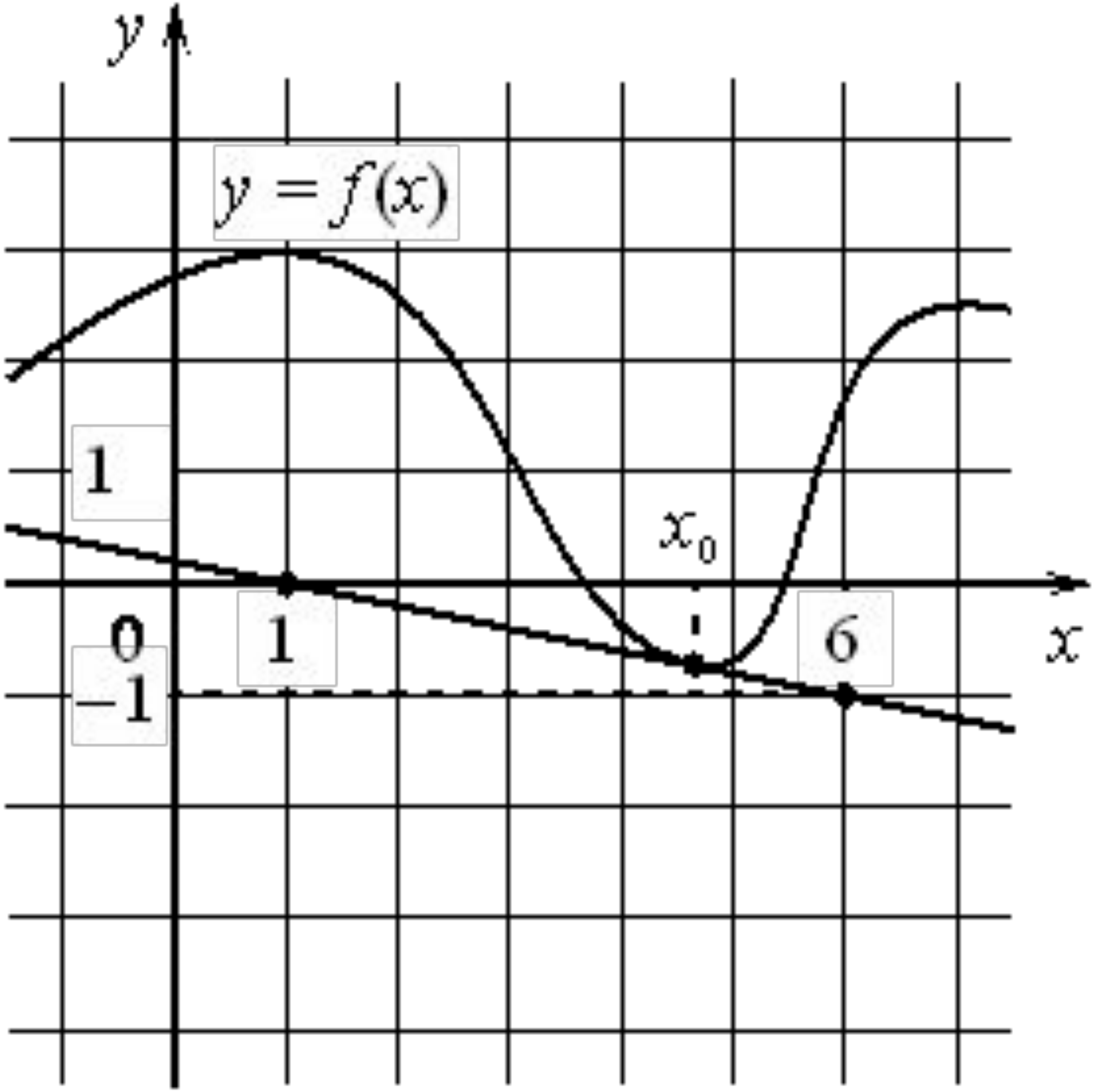
Решение: Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим прямоугольный треугольник с вершинами в точках A(-5; 1), B(3; 7), C(3; 1). Угол наклона касательной к оси абсцисс равен углу BAC:

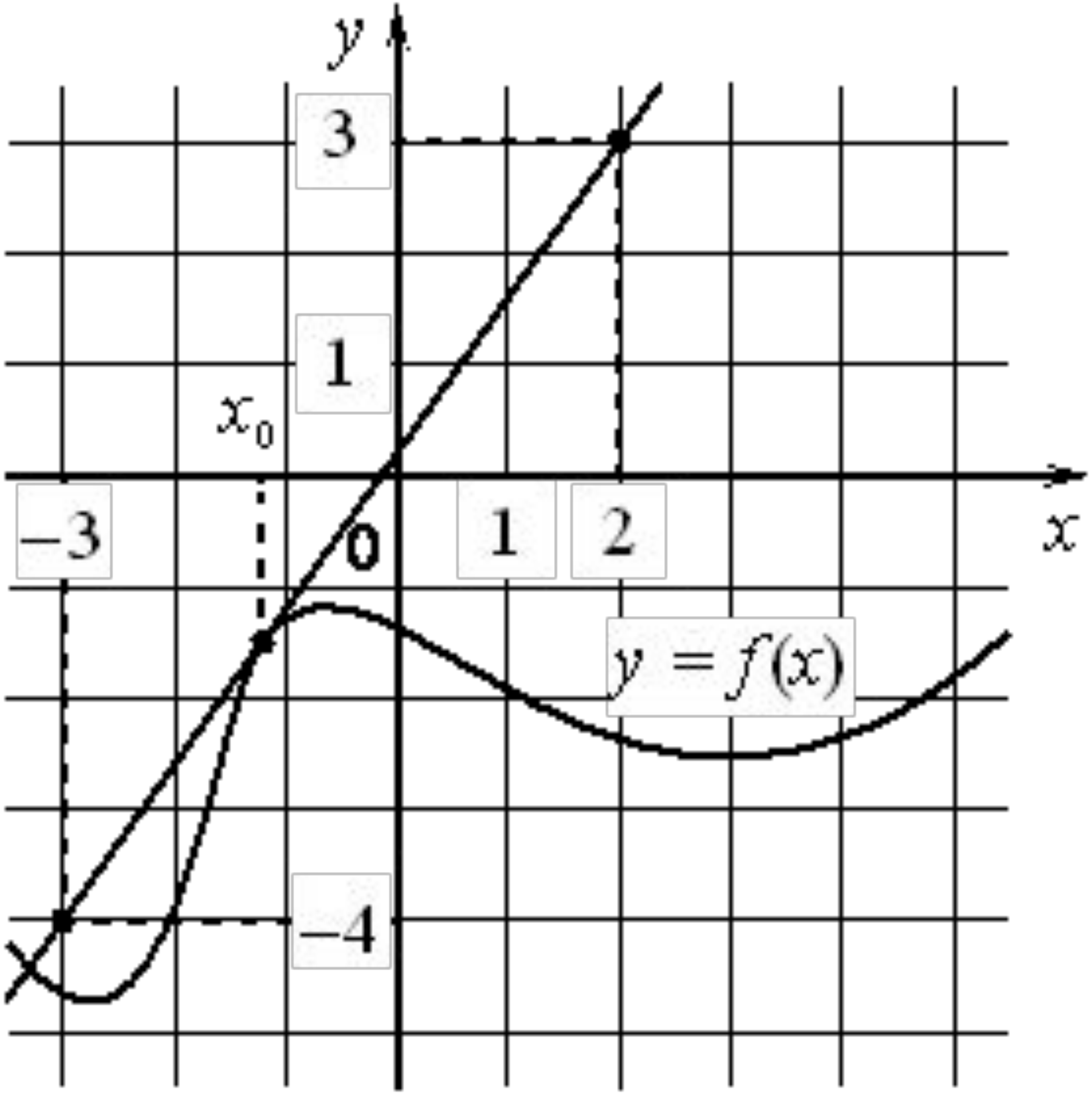


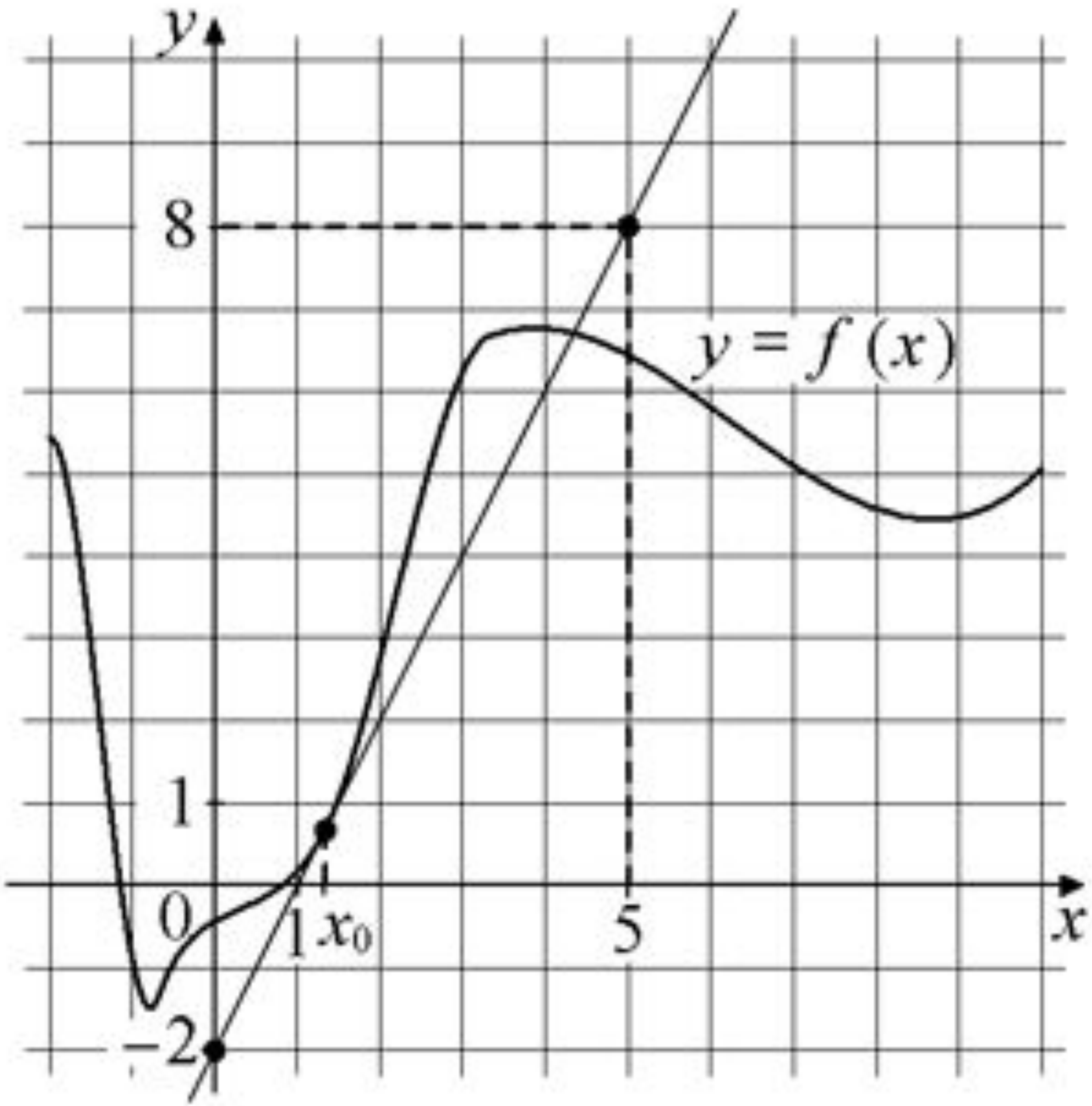
$$f'(x_0) = tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$



На рисунке изображены график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x0. Найдите значение производной функции f(x) в точке x0.

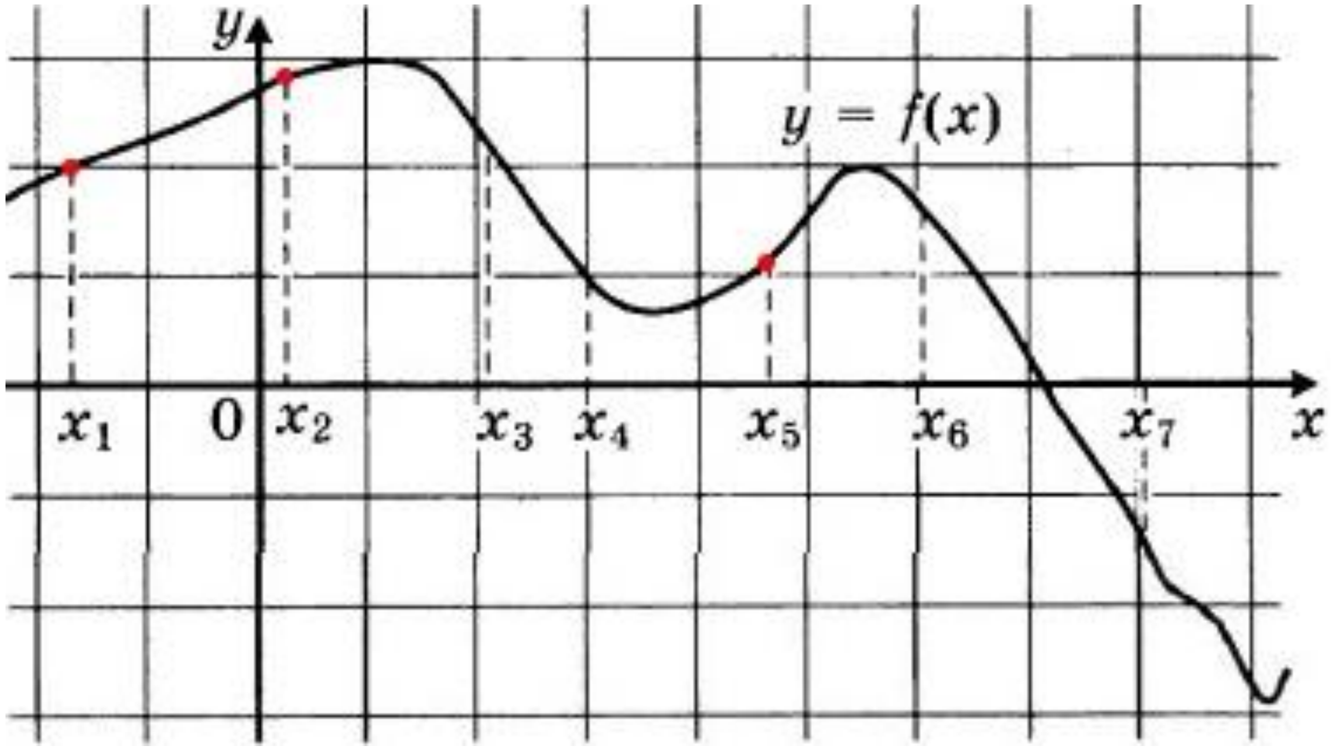

y
y = f(x)
1
x0
0
1
6
x
−1

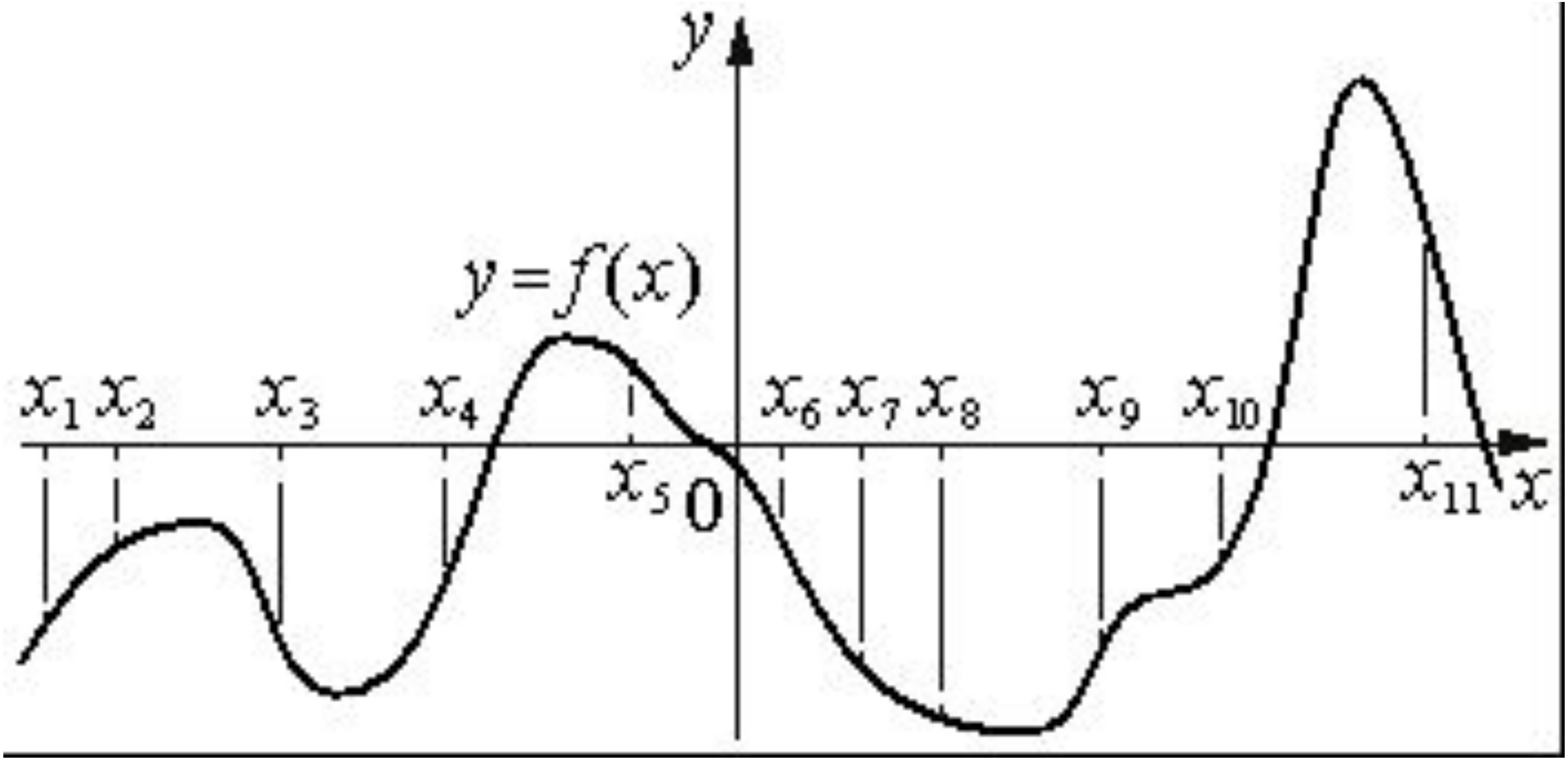

y
3
1
x_0
0
−3
1
2
x
$y = f(x)$
−4


y
x
8
1
0
1
x_0
5
−2
$y = f(x)$

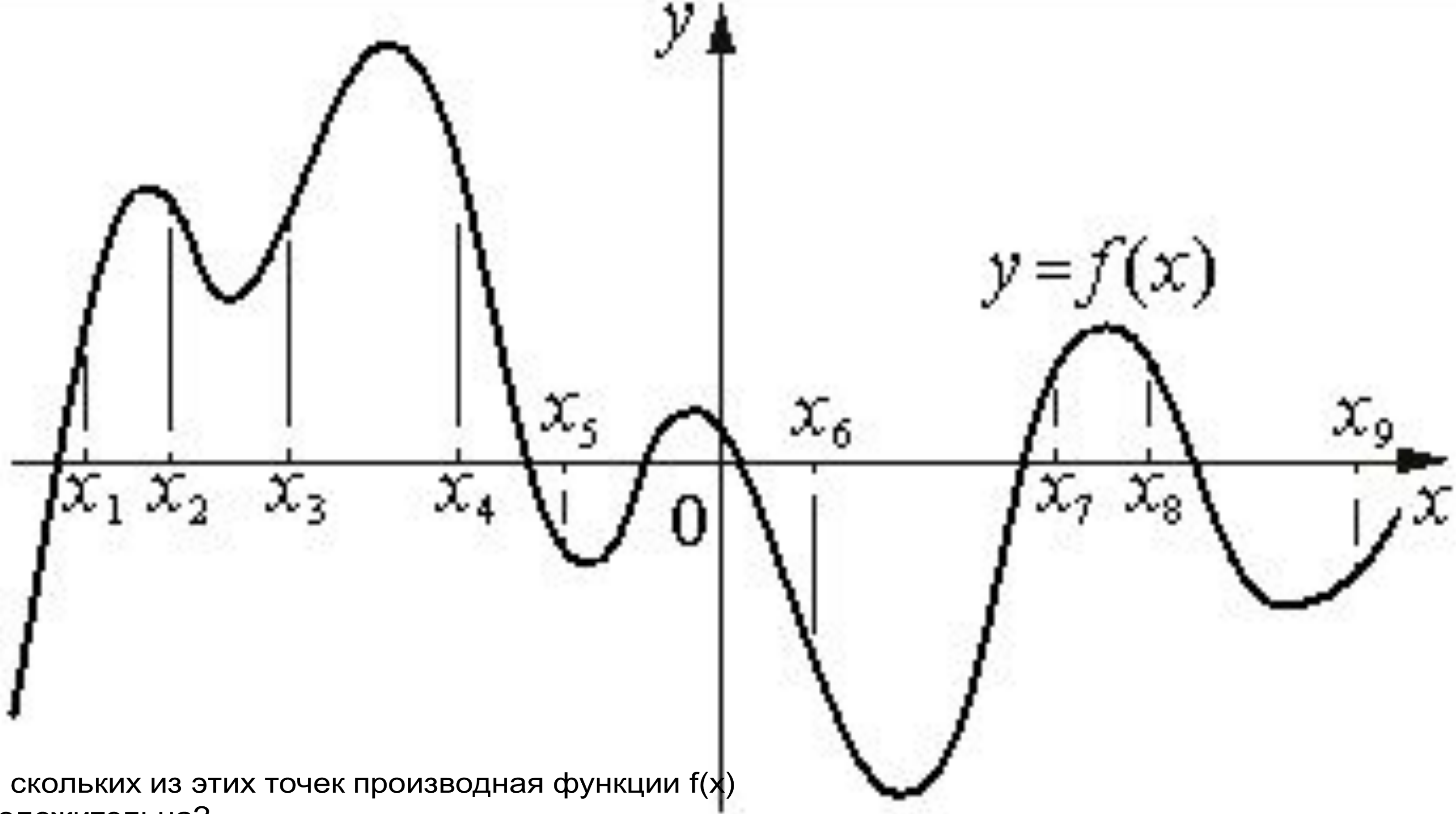
На рисунке изображены график дифференцируемой функции *y = f(x)* и отмечены семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7. В скольких из этих точек производная функции *f(x)* положительна?

Решение: Производная функции в точке положительна, если эта точка принадлежит промежутку возрастания. Таких точек на графике ровно 3 (отмечены красной точкой).

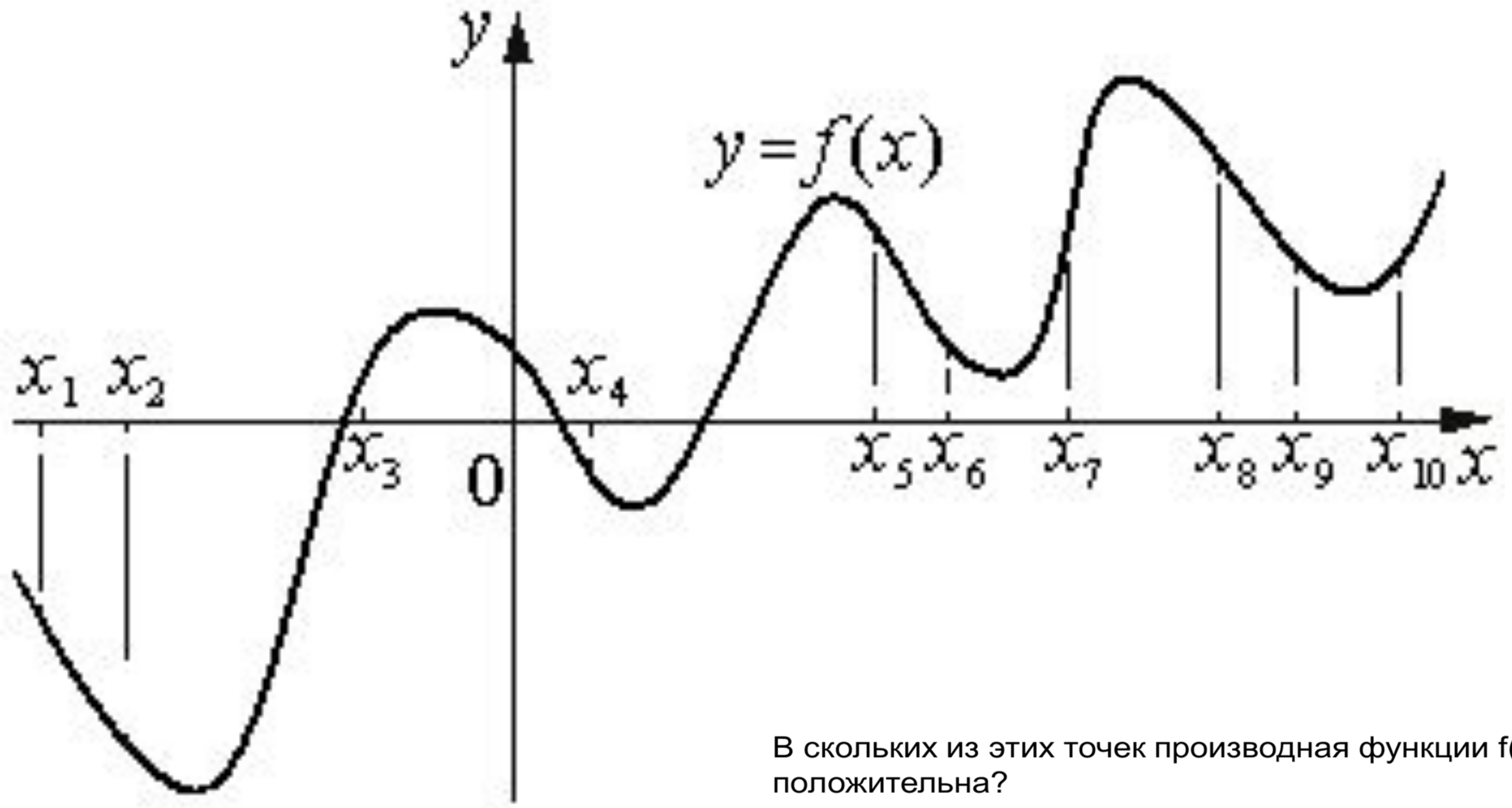




В скольких из этих точек производная функции f(x) положительна?

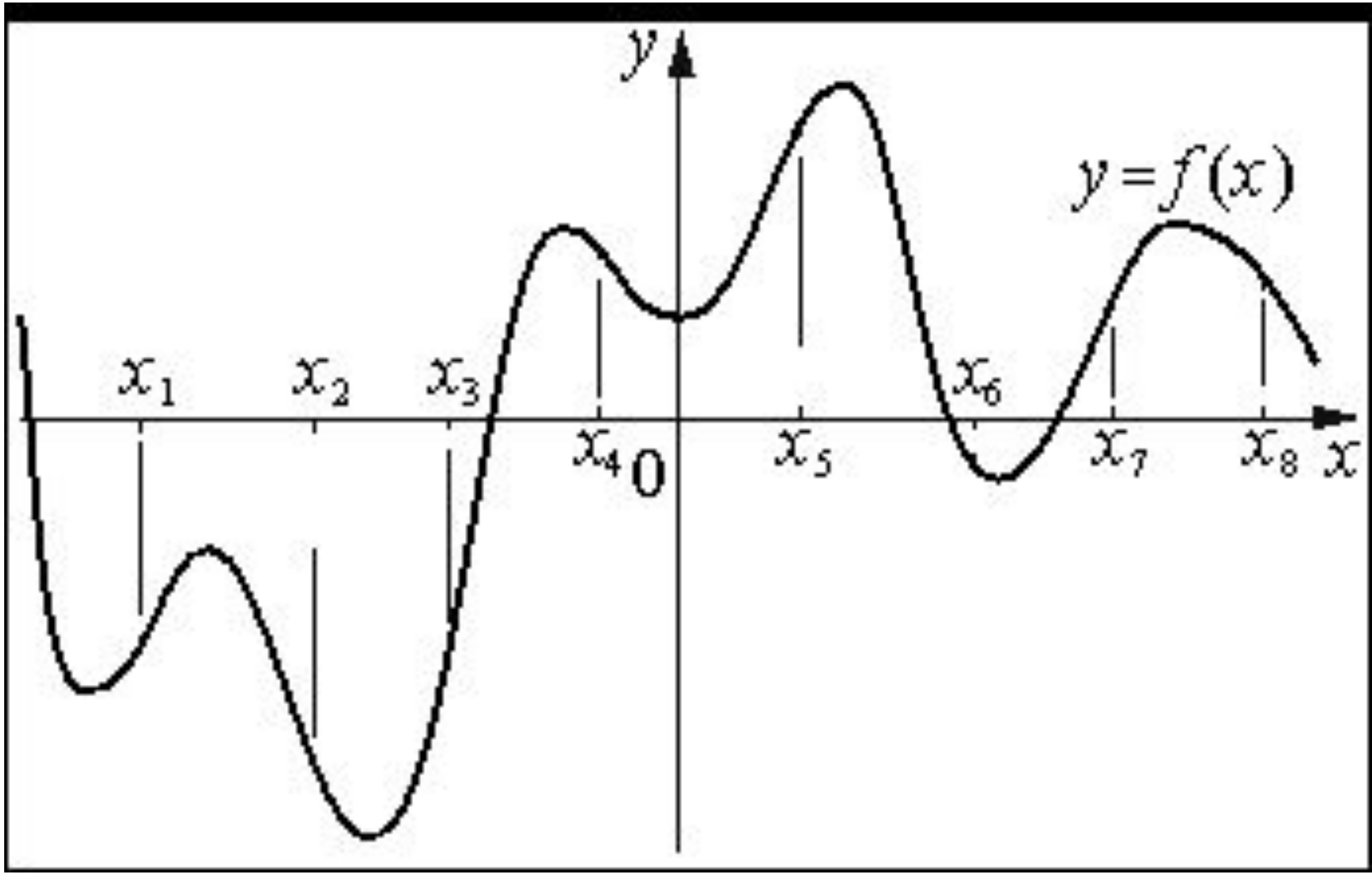


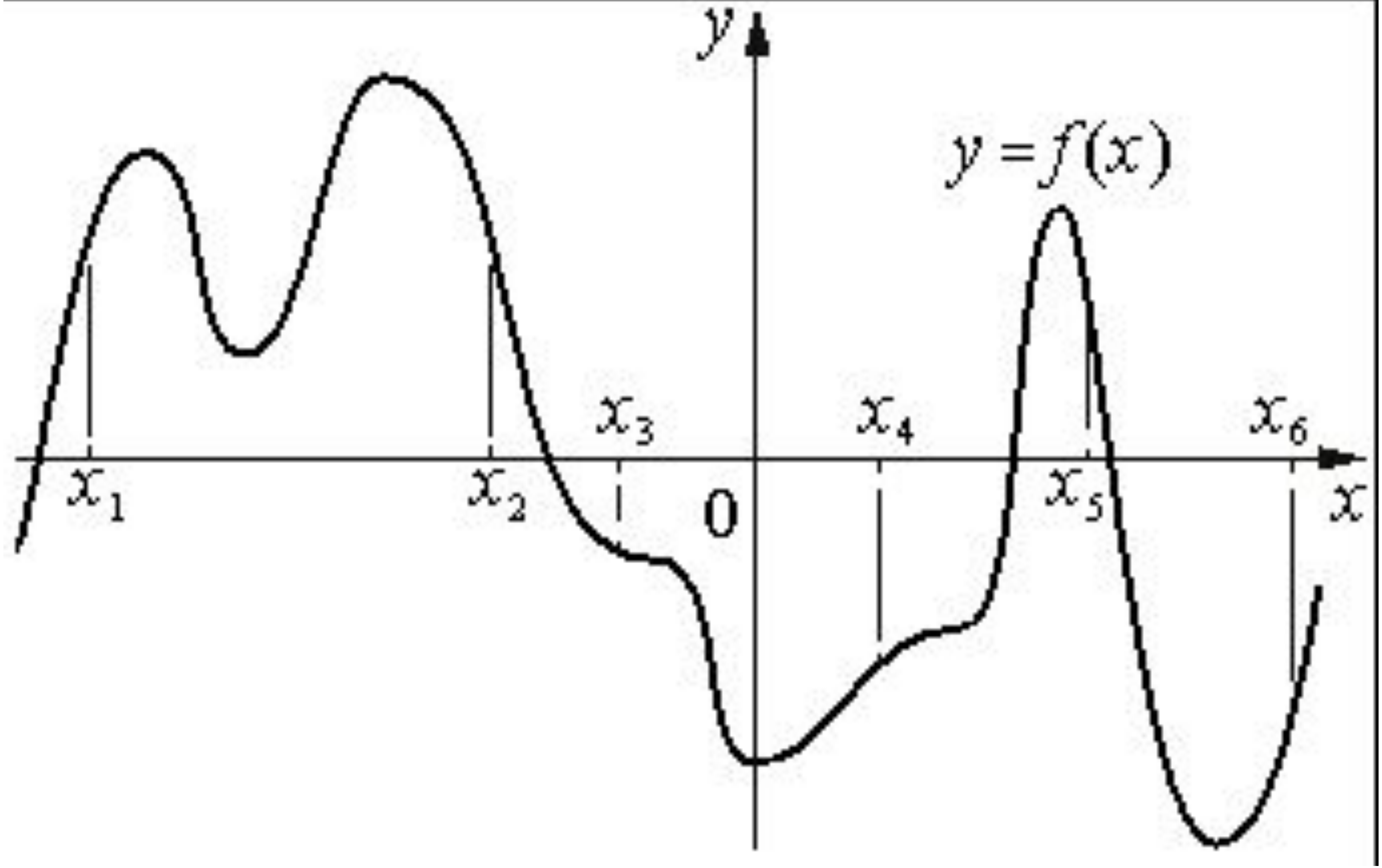
В скольких из этих точек производная функции f(x) положительна?



В скольких из этих точек производная функции f(x) положительна?

На рисунке изображён график функции y=f(x). На оси абсцисс отмечены восемь точек: x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8. В скольких из этих точек производная функции f(x) отрицательна?

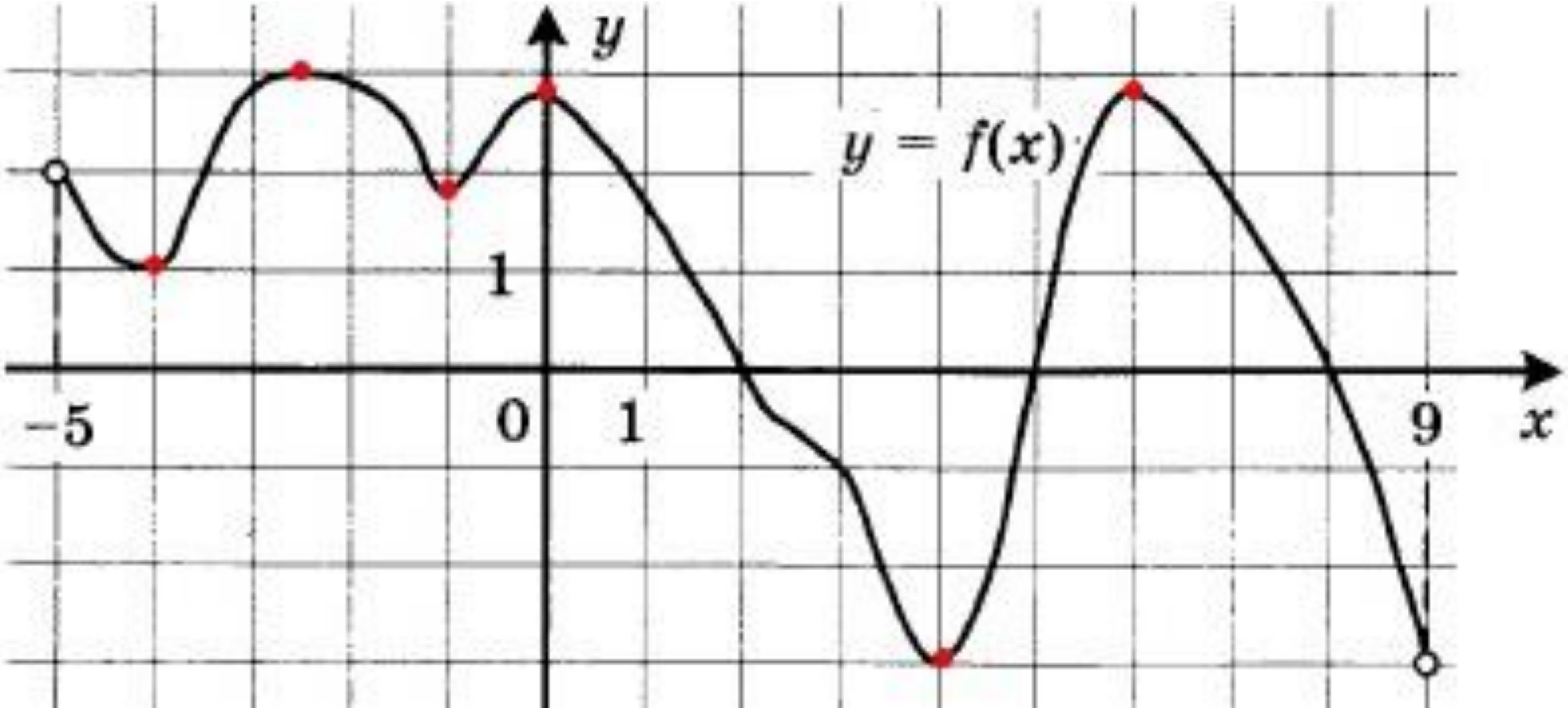


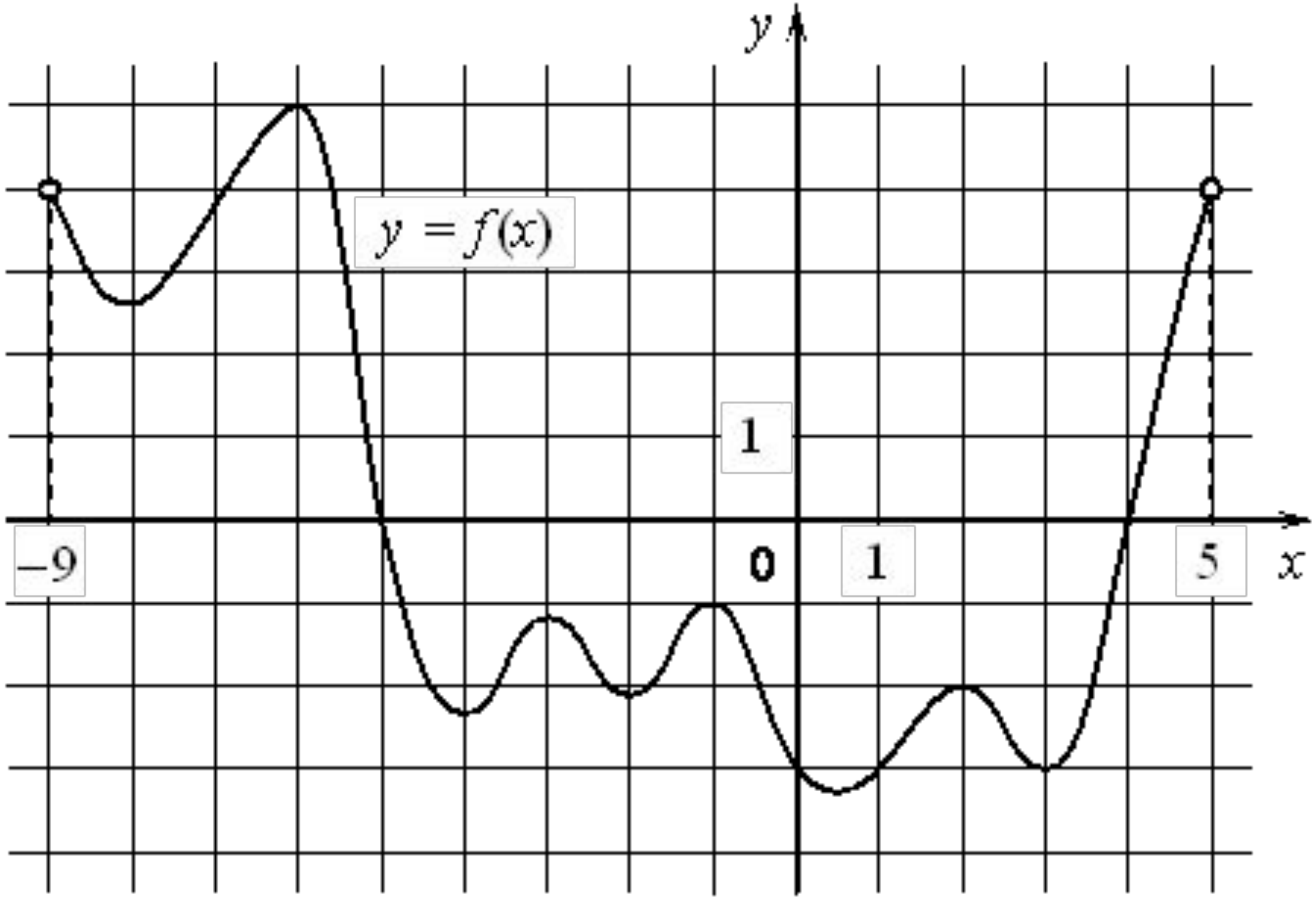


В скольких из этих точек производная функции f(x) отрицательна?

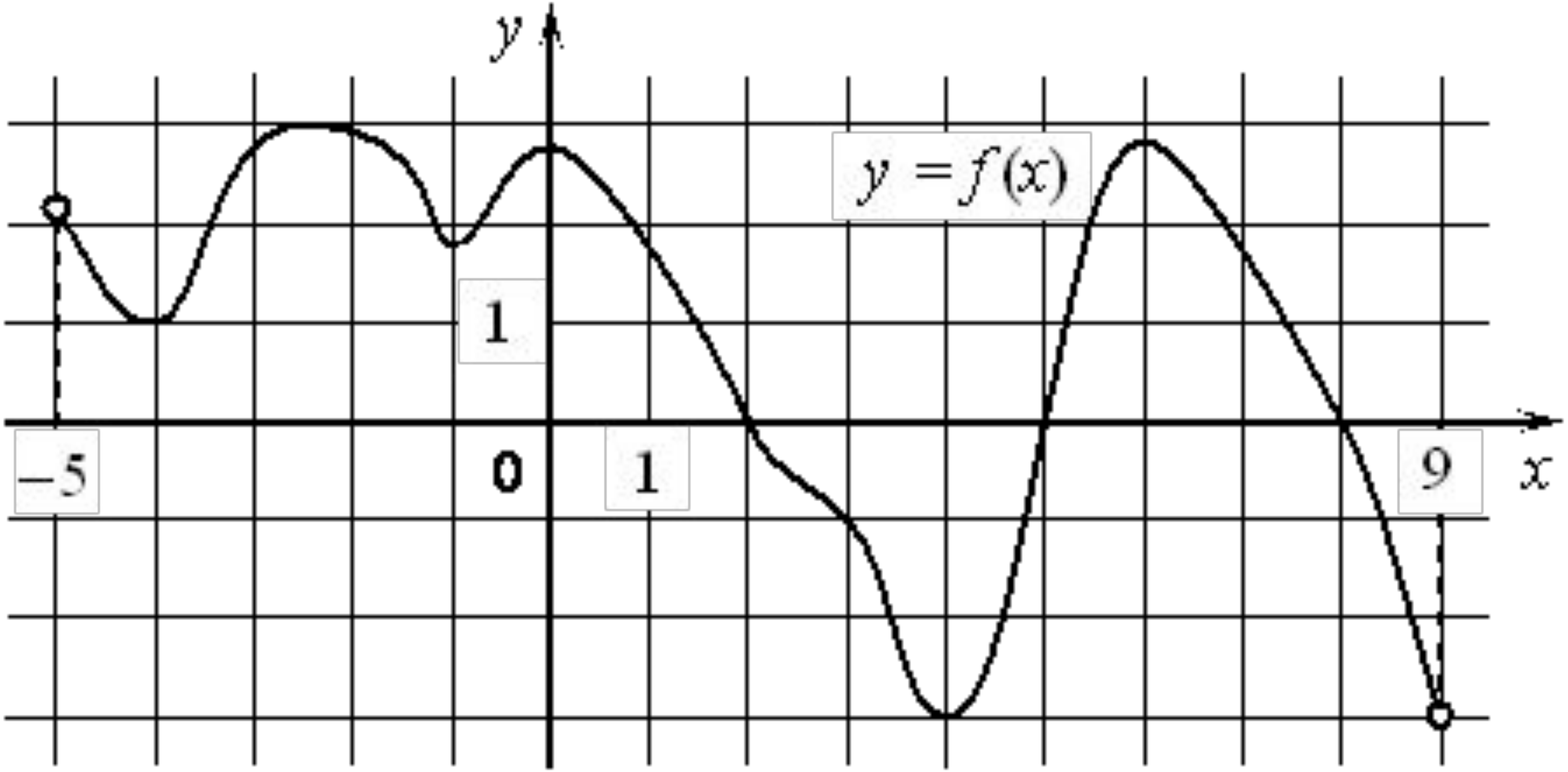
На рисунке изображены график функции *y = f(x),* определённой на интервале (-5; 9). Найдите количество точек, в которых производная функции *f(x)* равна 0.

Решение: Производная равна 0 в точках экстремума (в точках минимума и максимума). Таких точек на графике ровно 6 (отмечены красной точкой).



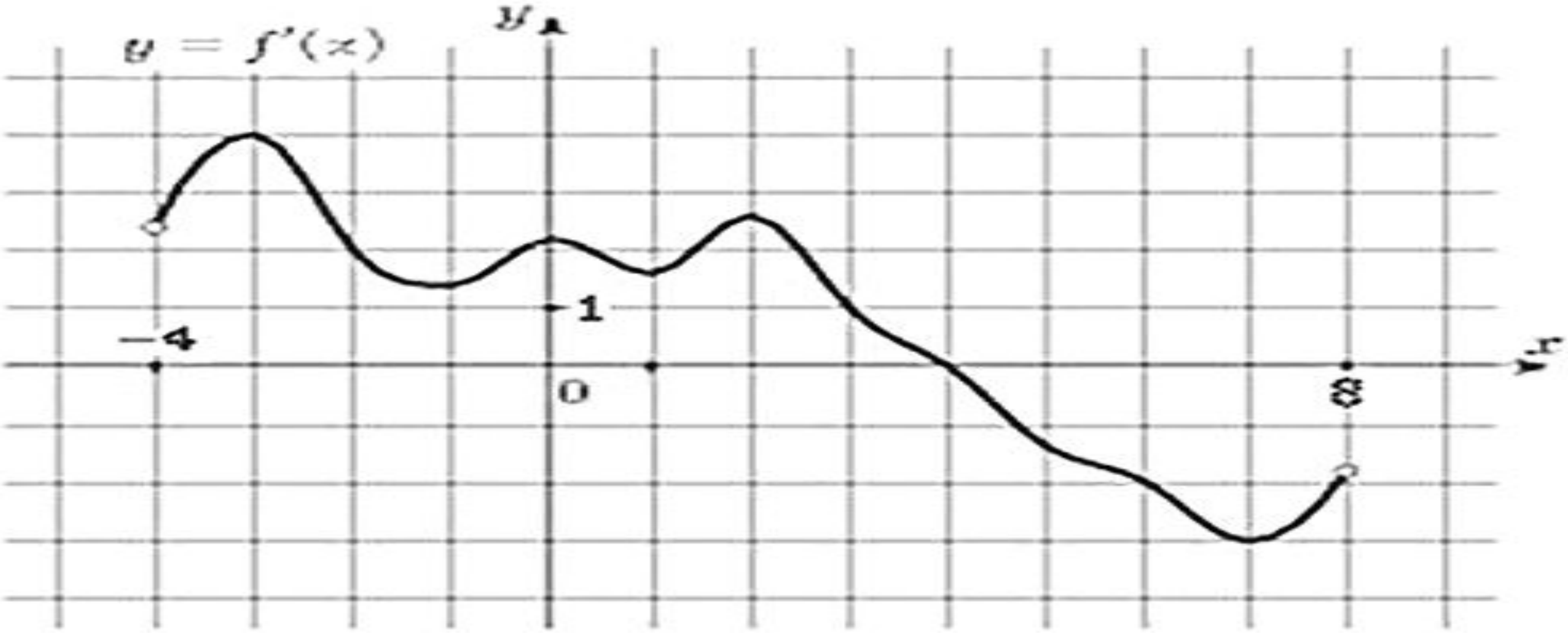


На рисунке изображён график функции y=f(x), определённой на интервале (− 9; 5). Найдите количество точек, в которых производная функции f(x) равна 0.

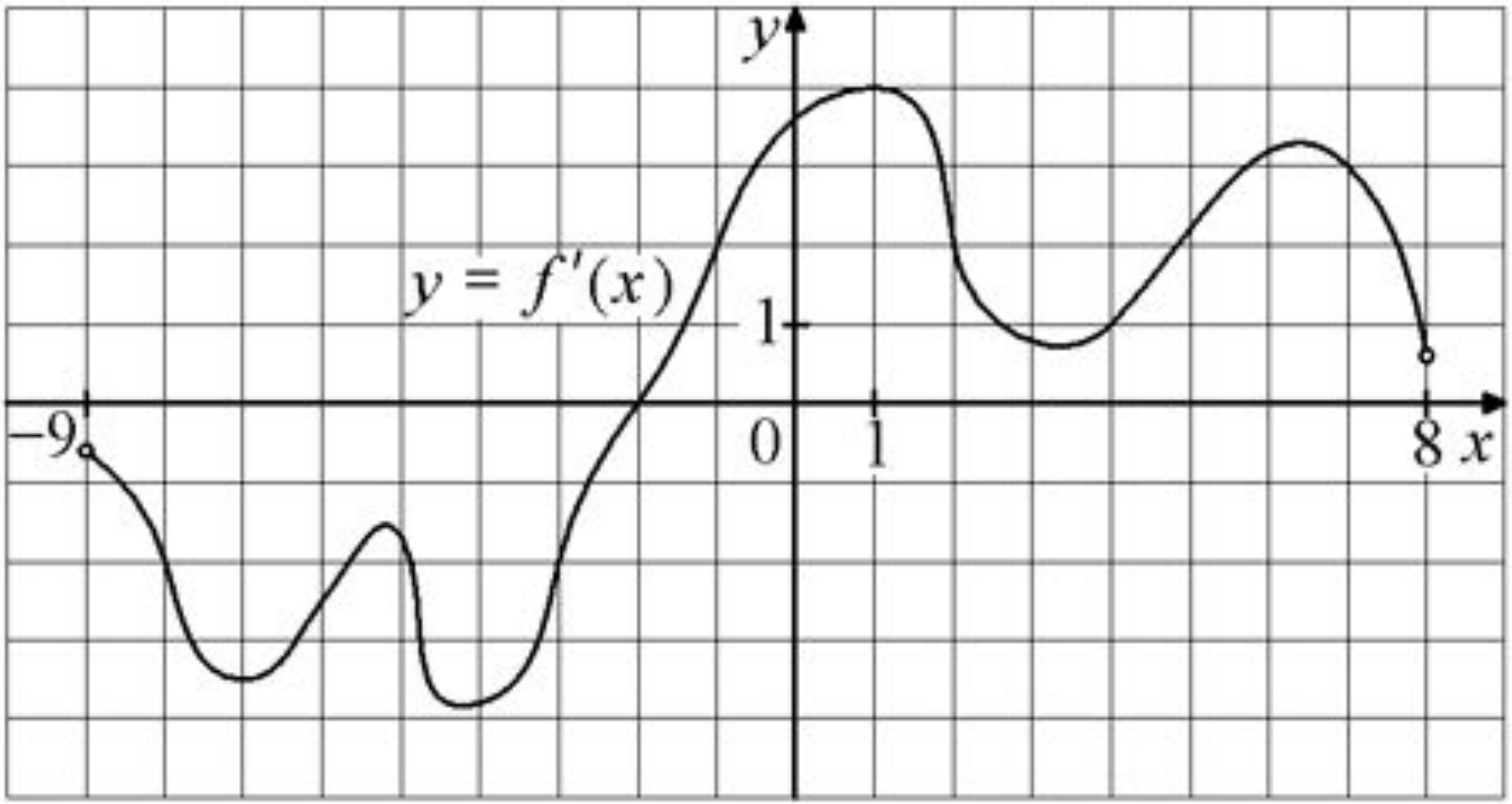


На рисунке изображён график функции y=f(x), определённой на интервале (− 5; 9). Найдите количество точек, в которых производная функции f(x) равна 0.

На рисунке изображен график *y=f′(x)*— производной функции *f(x)*, определенной на интервале (–4;8). Найдите точку экстремума функции *f(x)*, принадлежащую отрезку [–2;6].

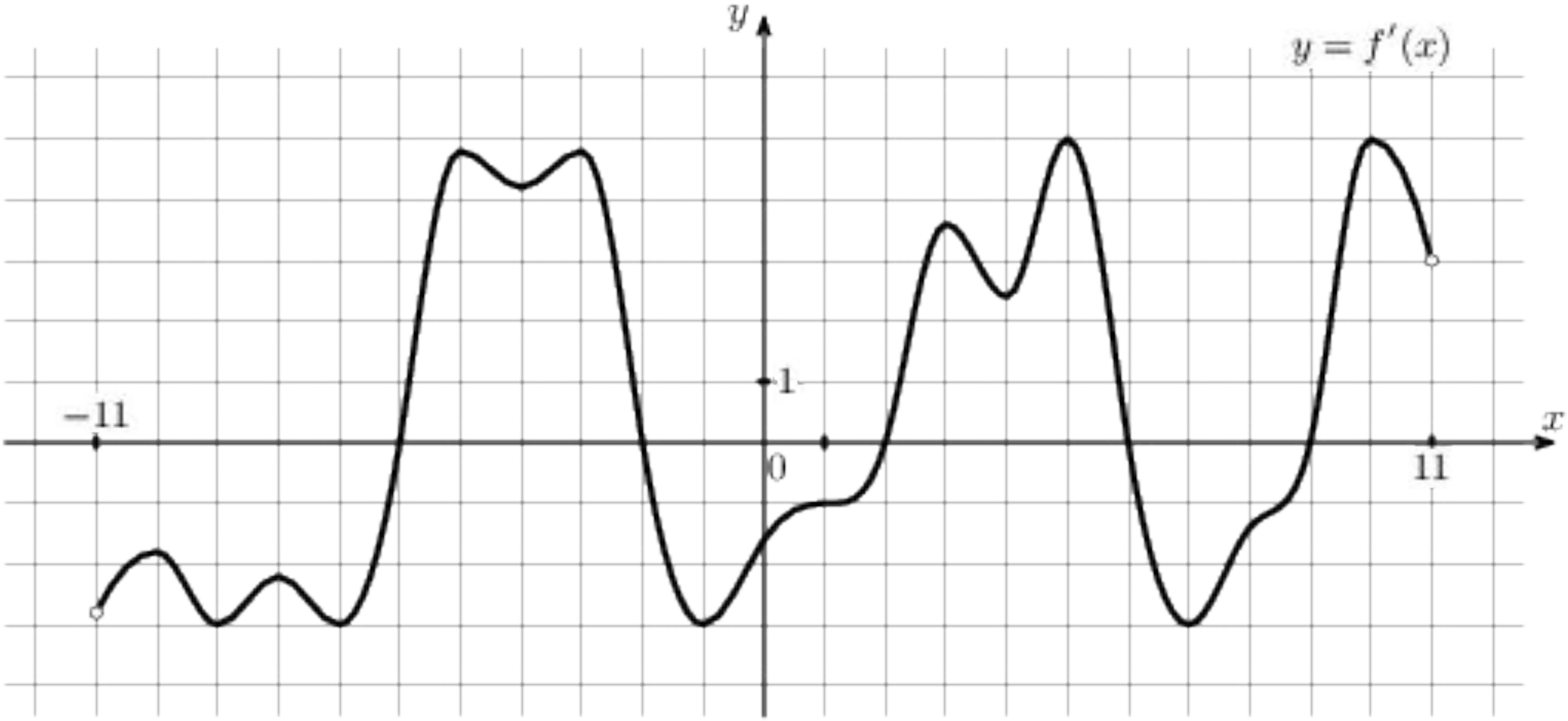


Точка экстремума функции это такая точка, в которой её производная равна нулю, при чём в окрестности этой точки производная меняет знак (с положительного на отрицательный или наоборот).
На отрезке [–2; 6] график производной пересекает ось абсцисс, производная меняет знак с плюса на минус. Следовательно, точка $x_0=4$ является точкой экстремума.
Ответ: 4

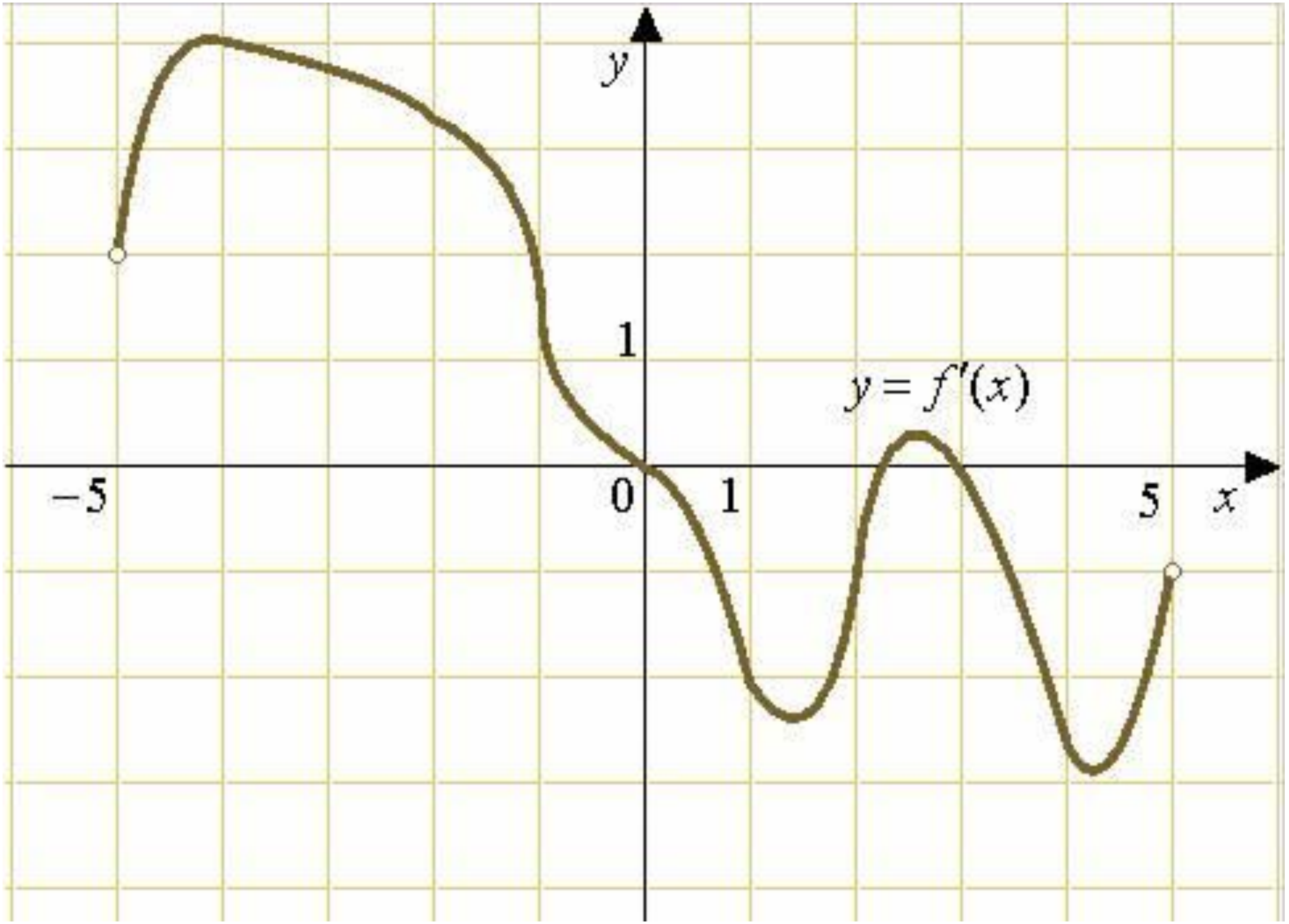


На рисунке изображён график y=f′(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (−9; 8). Найдите точку экстремума функции f(x) на отрезке [−3; 3].

На рисунке изображен график y=f′(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (−11;11). Найдите количество точек экстремума функции f(x), принадлежащих отрезку [−10;10].

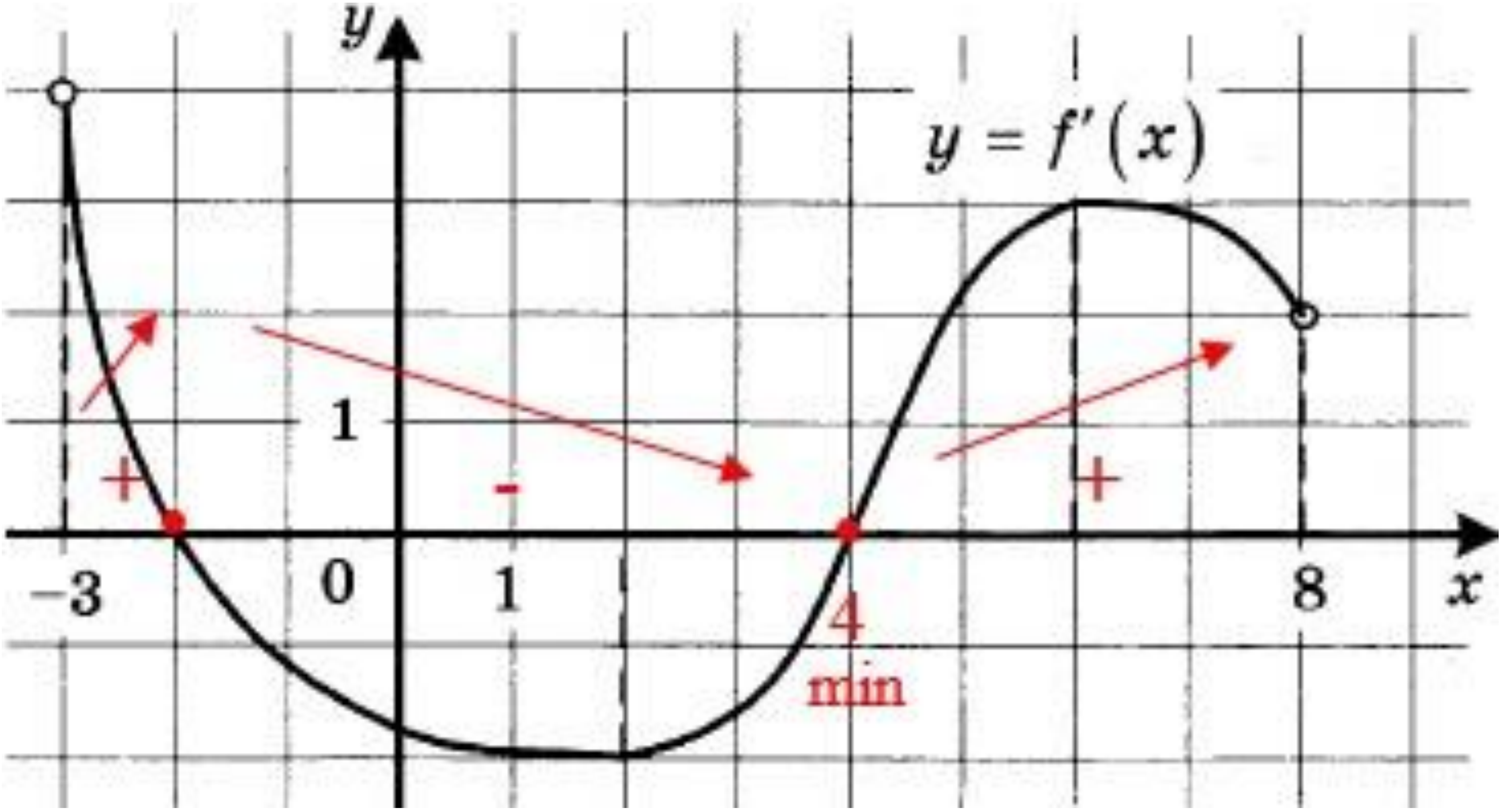


На рисунке изображен график y=f′(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (−5;5). Найдите количество точек экстремума функции f(x), принадлежащих отрезку [−4;4].

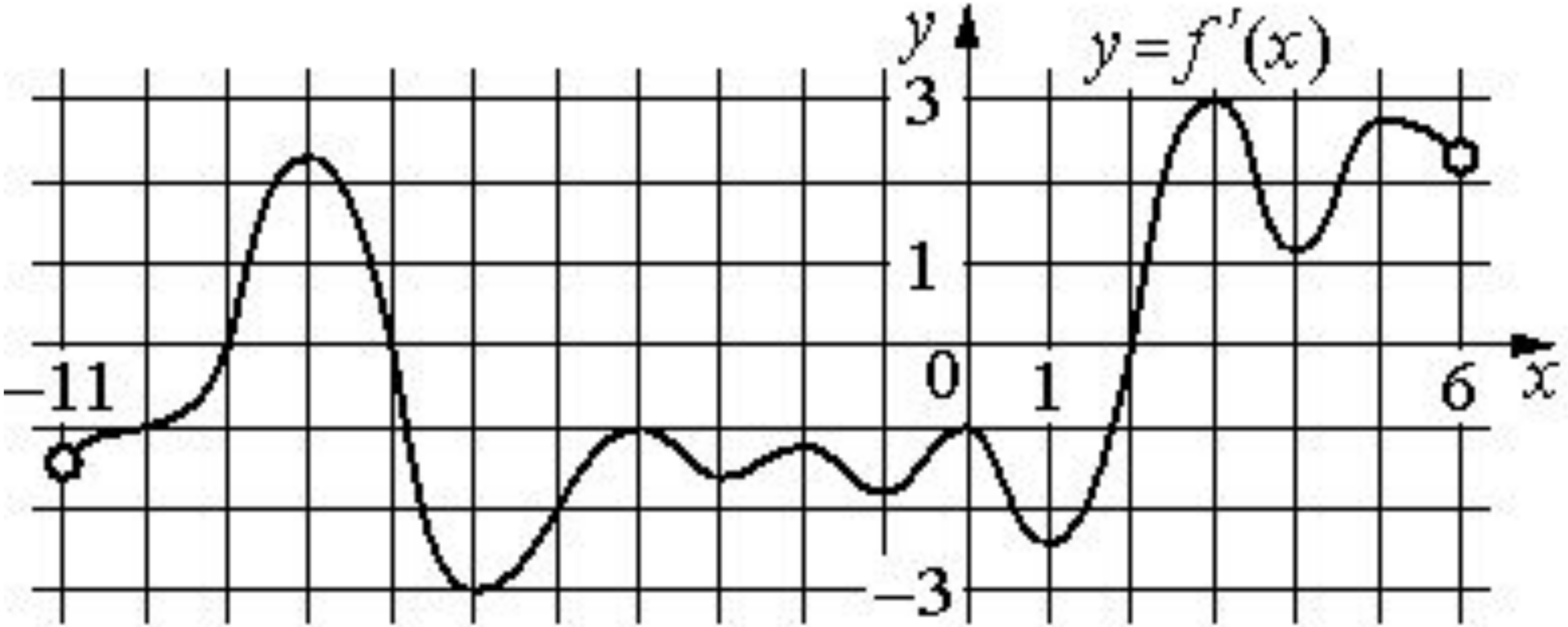


На рисунке изображён график функции *y = f′(x)* - производной функции *f(x)*, определённой на интервале (-3; 8). Найдите точку минимума функции *f(x)*.

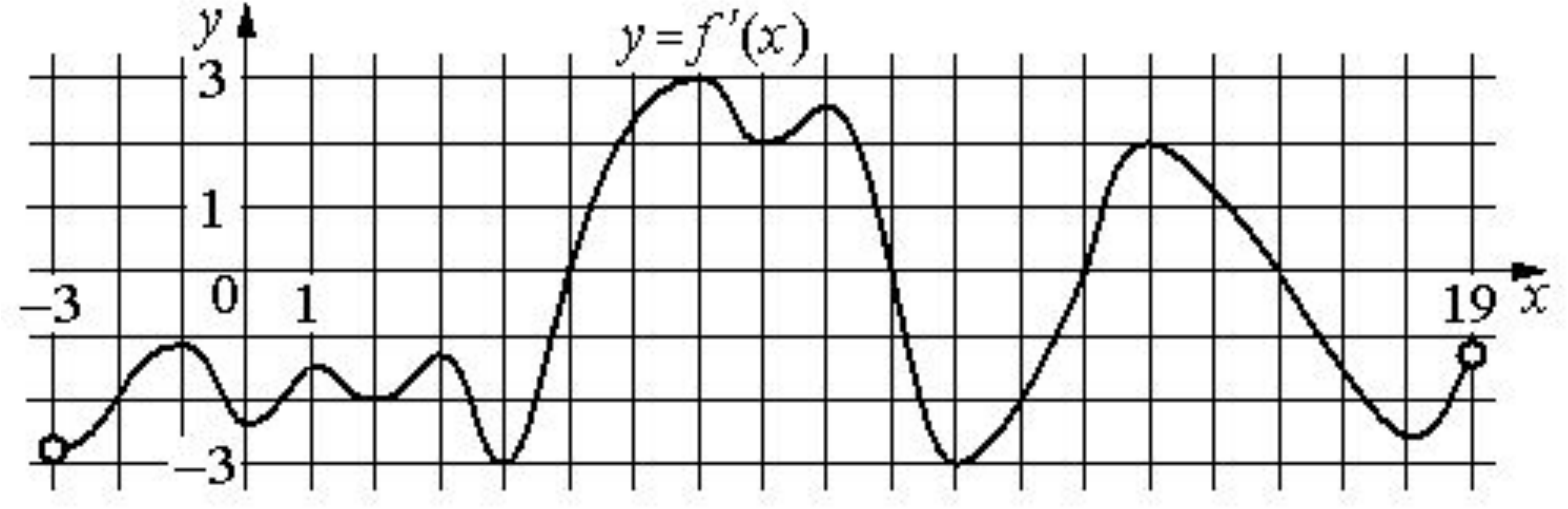
Решение: Точки минимума функции соответствуют точкам смены знака производной с **минуса** на **плюс**.



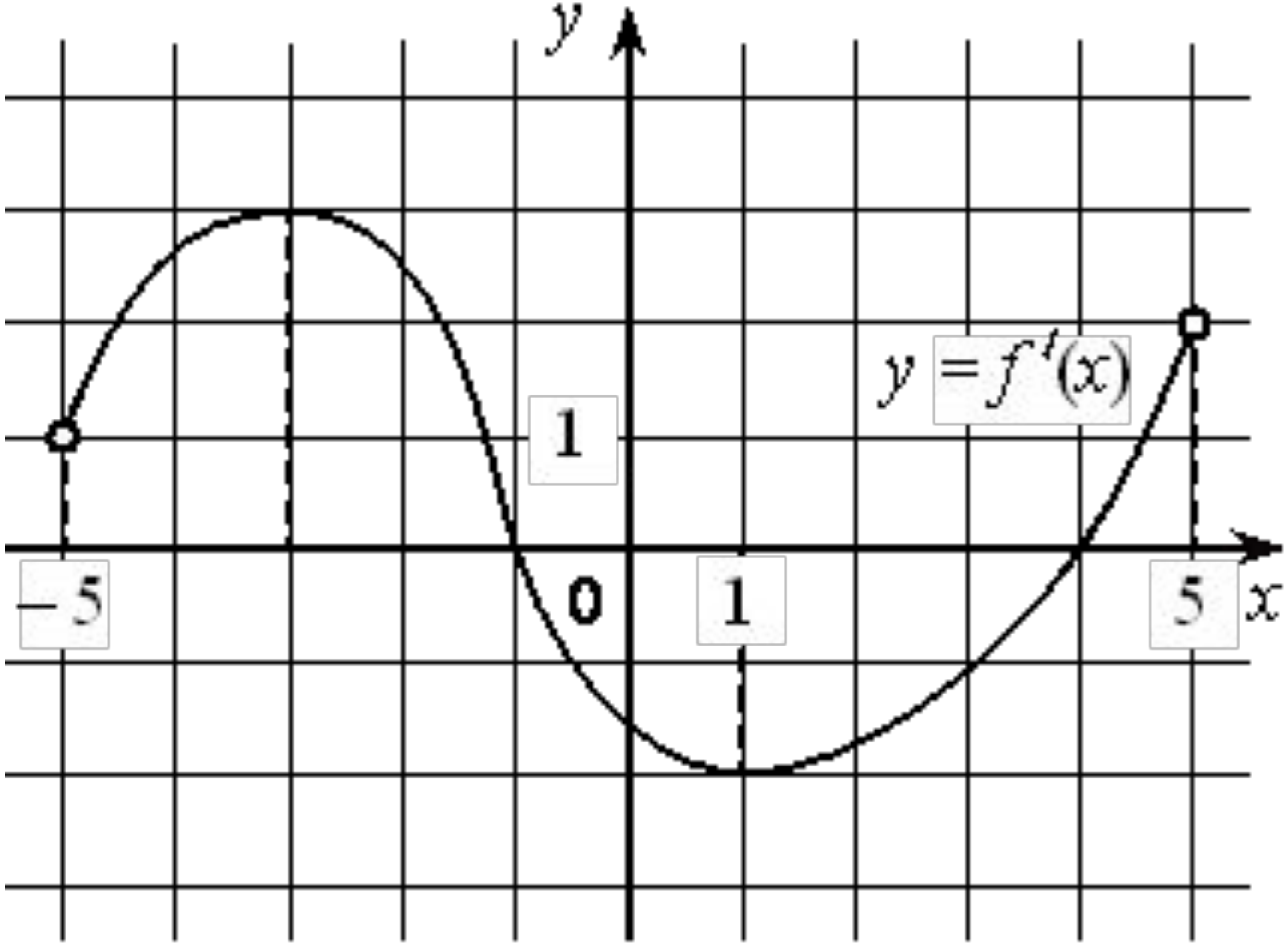
На рисунке изображён график y=f '(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (− 11 ; 6). Найдите количество точек минимума функции f(x), принадлежащих отрезку [− 6 ; 4].



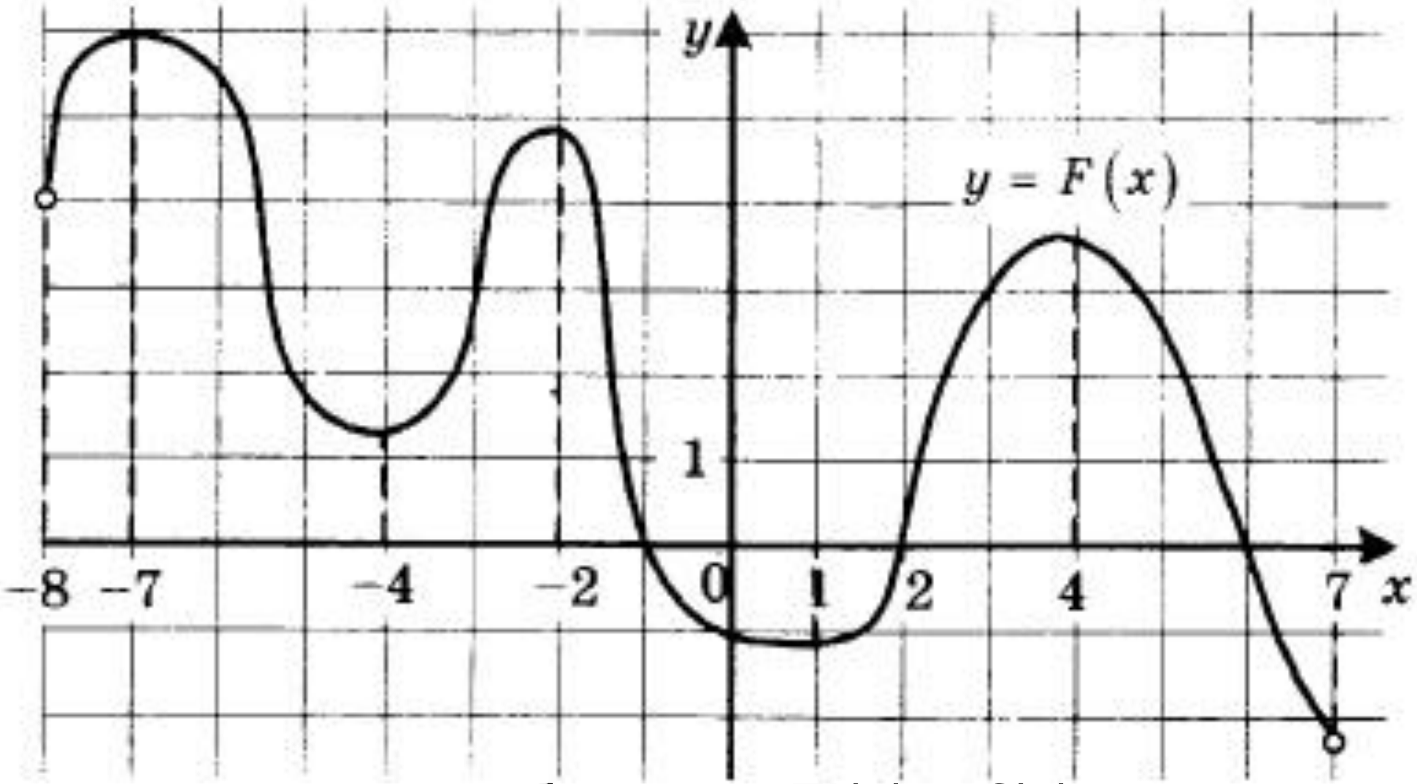
На рисунке изображён график y=f '(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (− 3 ; 19). Найдите количество точек максимума функции f(x), принадлежащих отрезку [− 2 ; 15].



На рисунке изображён график функции y=f′(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (− 5 ; 5). Найдите точку максимума функции f(x).

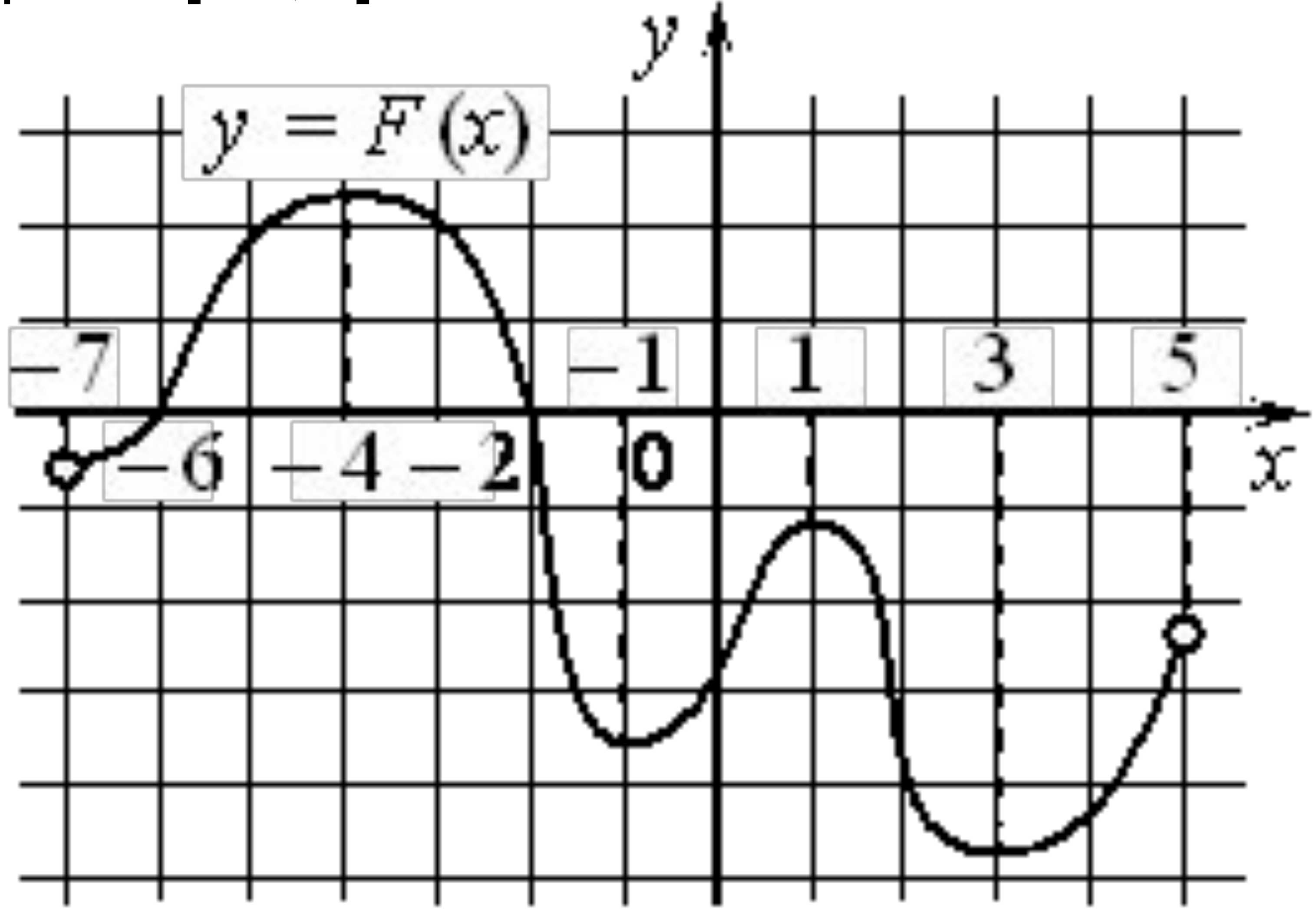


На рисунке изображен график *y = F(x)* одной из первообразных некоторой функции *f(x)*, определённой на интервале (-8; 7). Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения *f(x)* = 0 на отрезке [-5; 5].

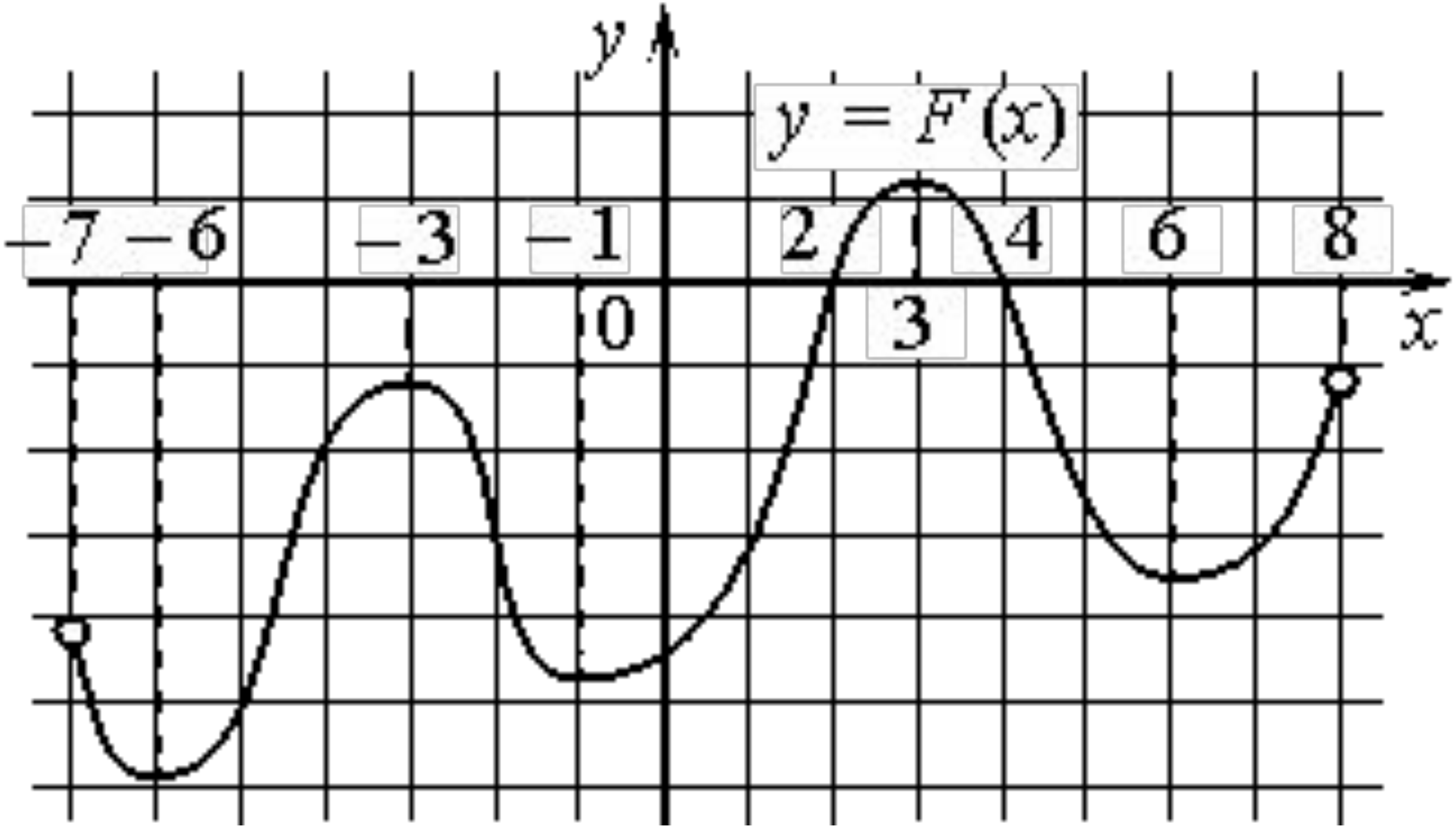


Решение: по определению первообразной *F'(x) = f(x)*.
Следовательно, решениями уравнения *f(x)* = 0 являются точки экстремумов (точки минимумов и максимумов) изображённой на рисунке функции *F(x)*. Это точки: -7; -4; -2; 1; 4. Из них на отрезке [-5; 5] лежат 4 точки. Таким образом, на отрезке [-5; 5] уравнение *f(x)* = 0 имеет 4 решения.

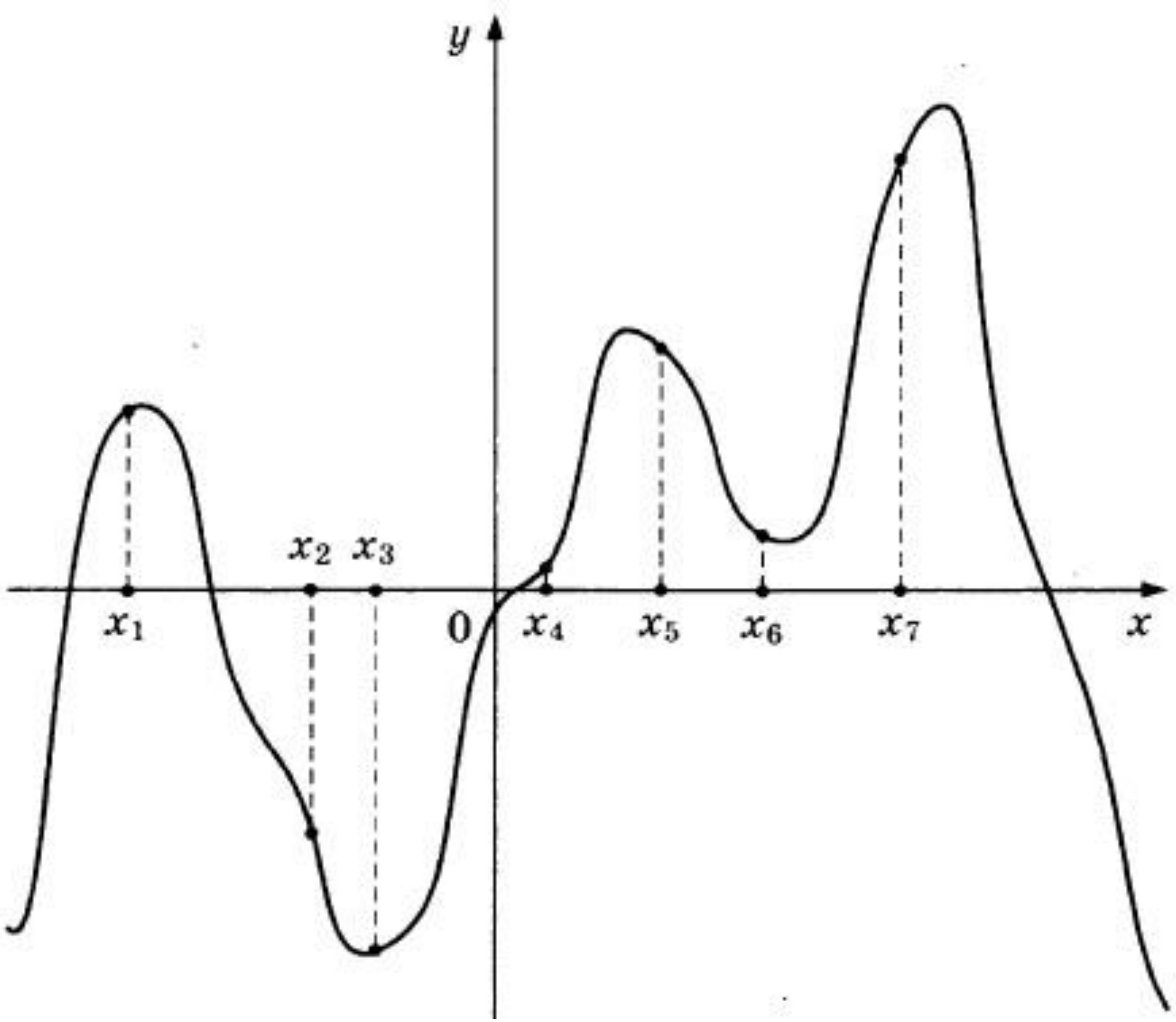
На рисунке изображён график $y=F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[-5; 2]$.

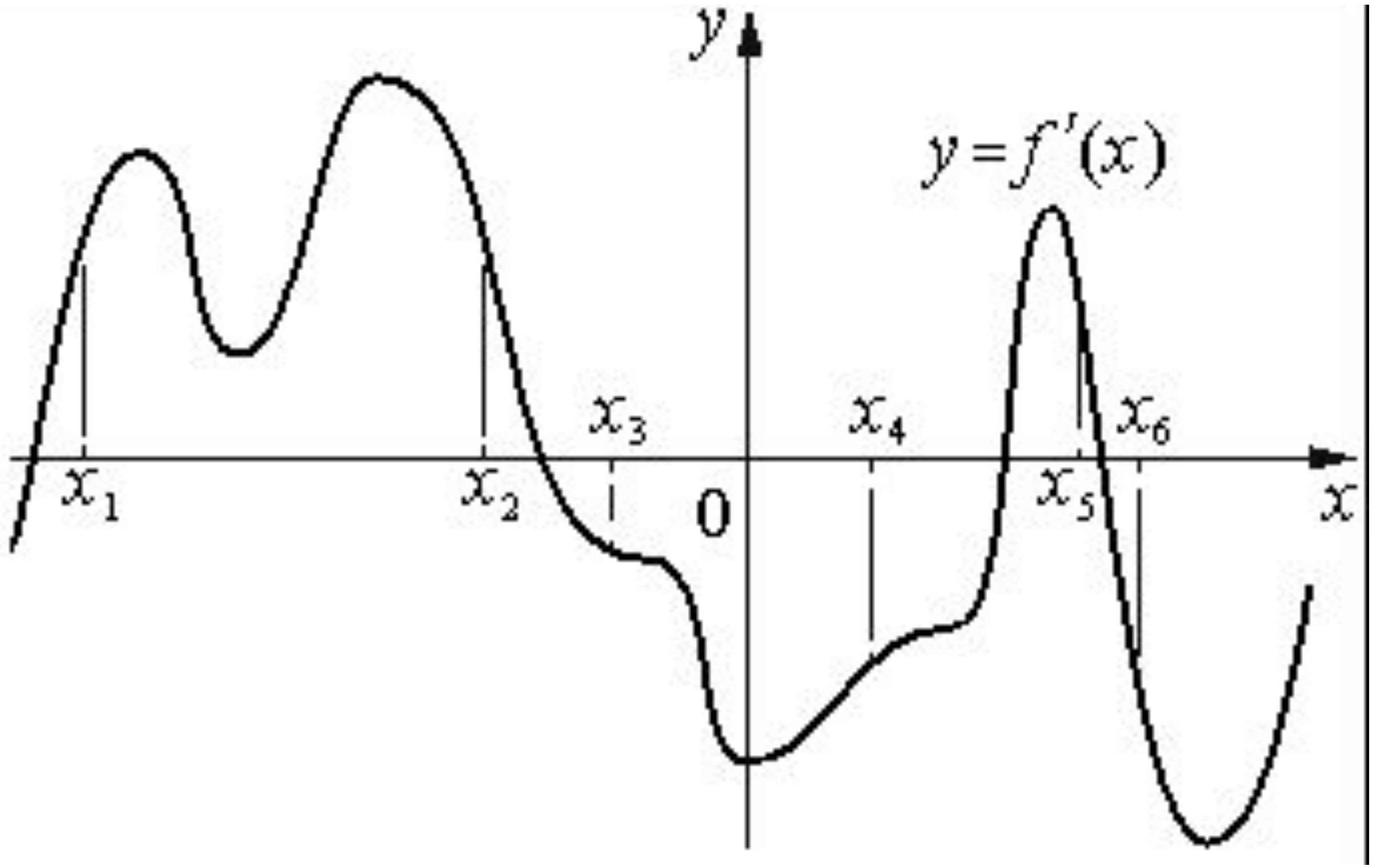


На рисунке изображён график y=F(x) одной из первообразных некоторой функции f(x), определённой на интервале (− 7; 8). Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения f(x)=0 на отрезке [0; 5].



На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_7. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?

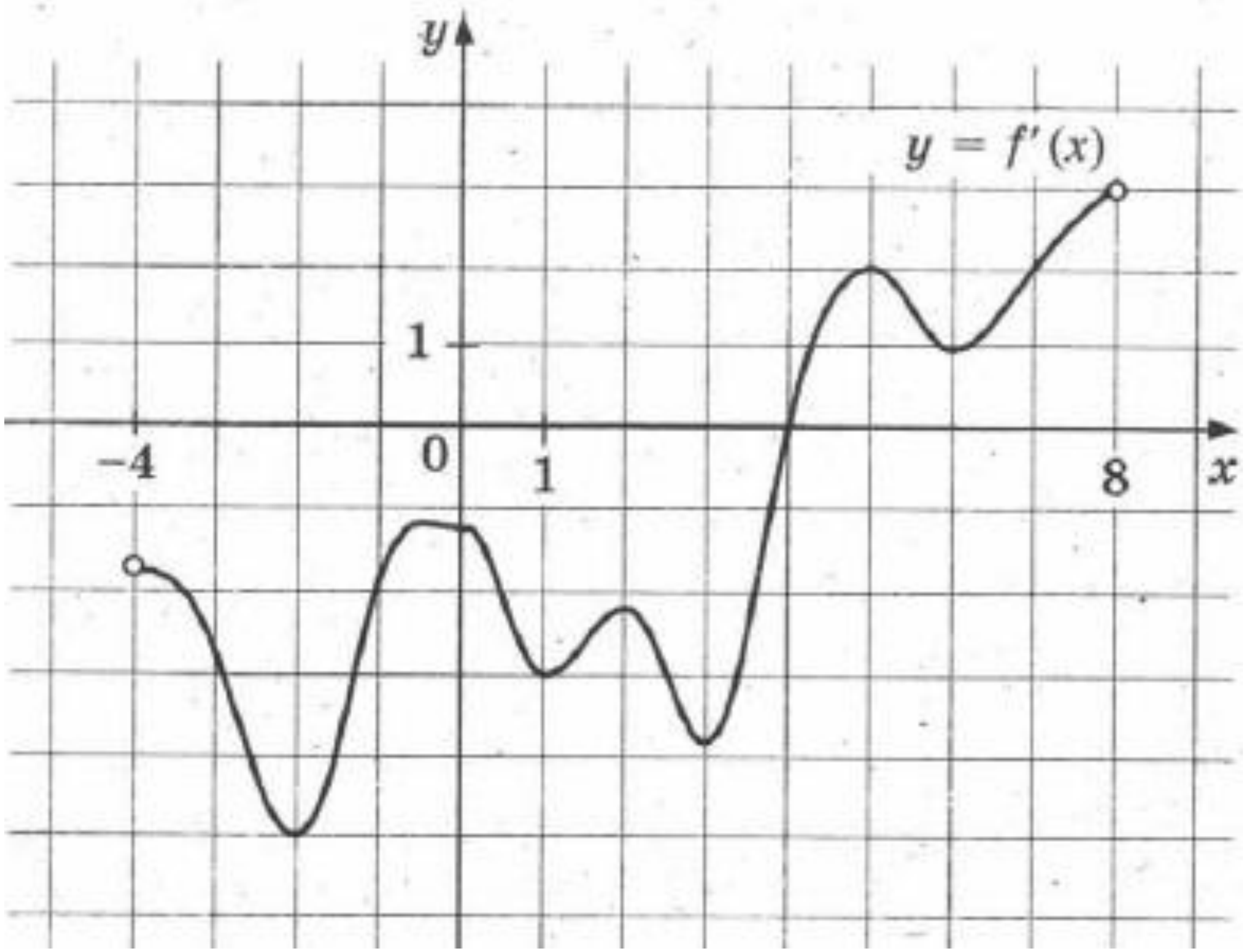




На рисунке изображён график y=f '(x) — производной функции f(x).
На оси абсцисс отмечены шесть точек: x1, x2, x3, x4, x5, x6.
Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции f(x)?

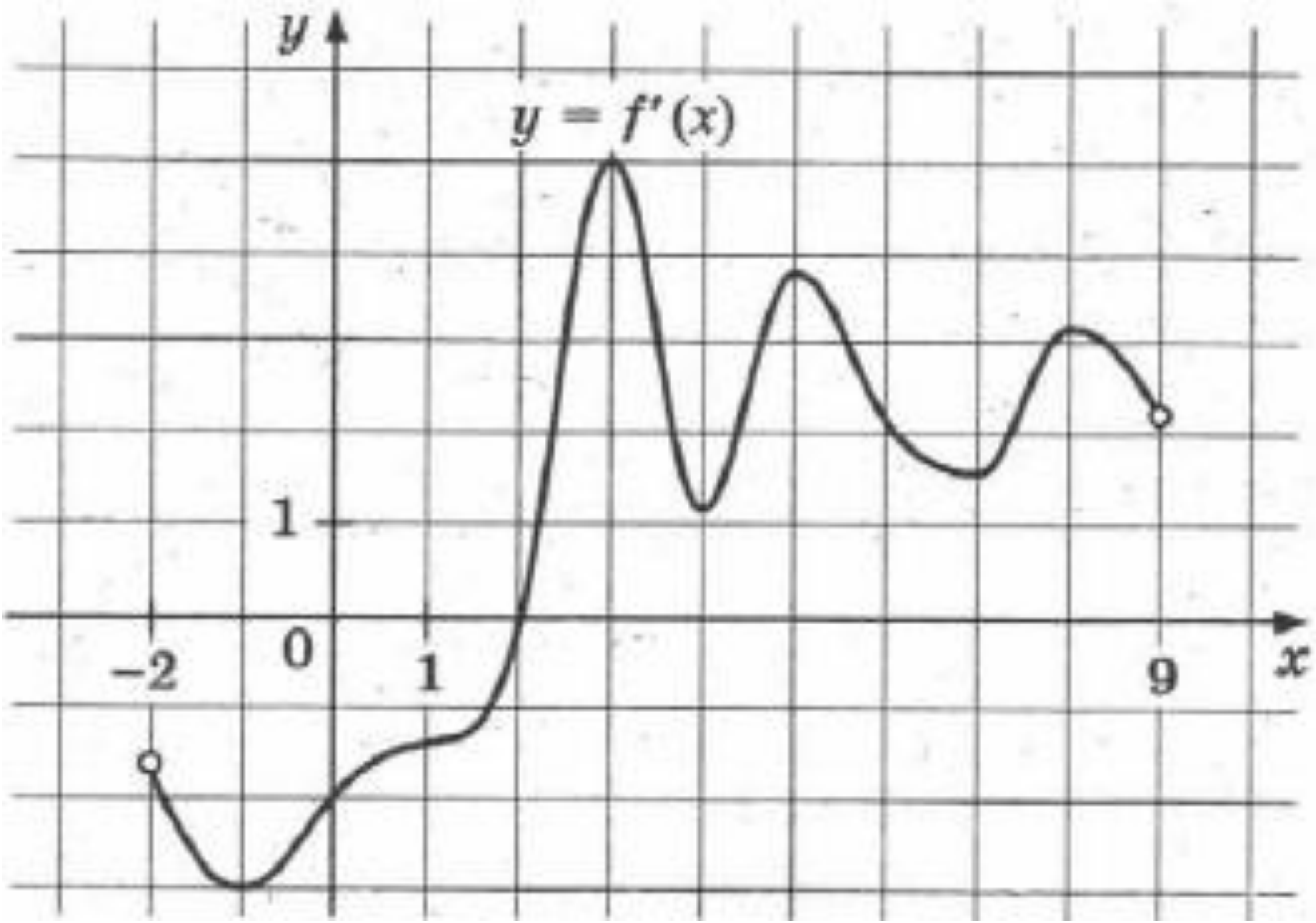
2 урок

На рисунке изображён график производной y = f'(x) функции f(x), определённой на интервале (-4; 8). В какой точке отрезка [-3; 1] функция f(x) принимает наименьшее значение?



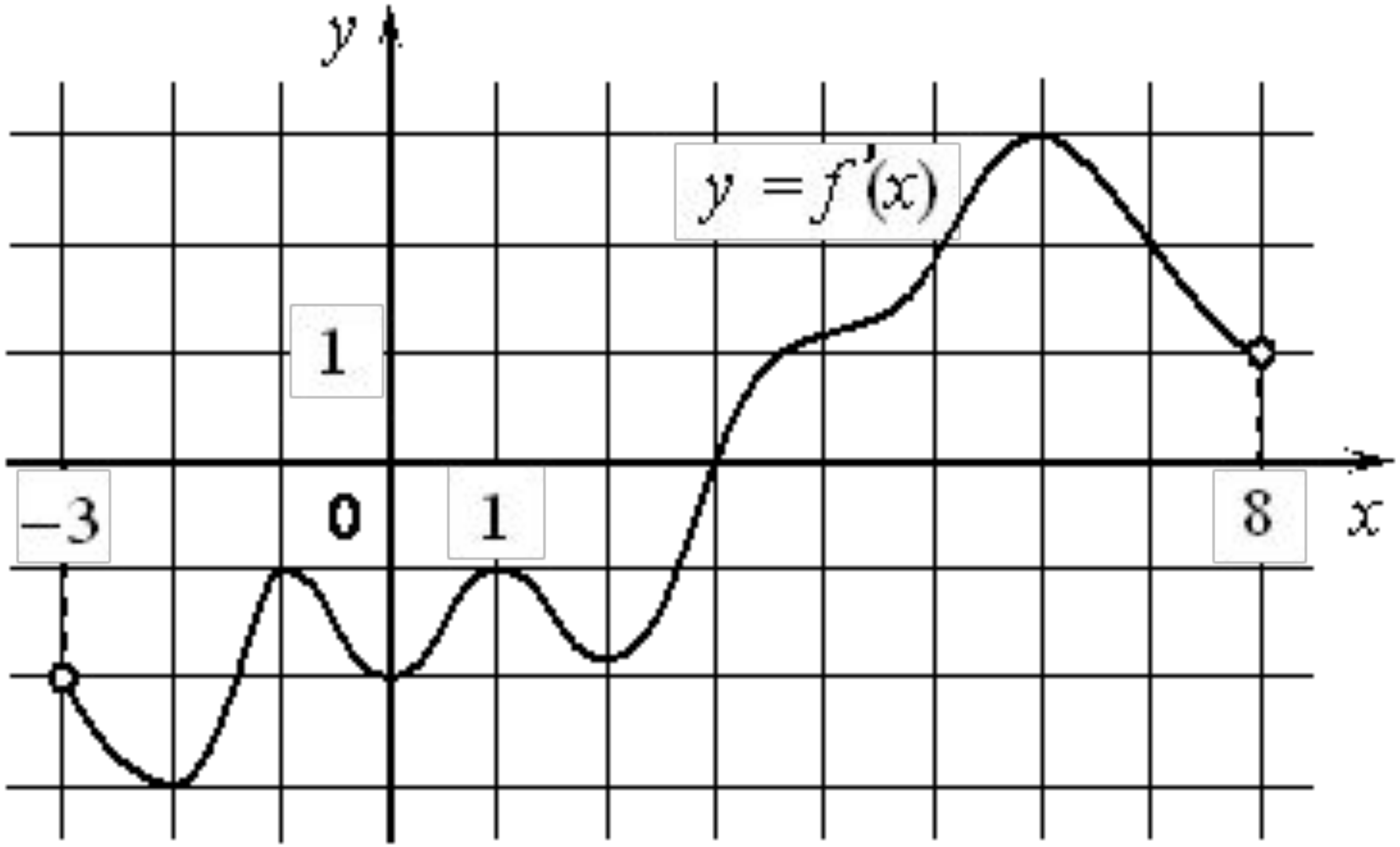
Решение: на заданном отрезке производная функции отрицательна (т.к. график производной ниже оси Ох), поэтому функция на этом отрезке убывает. Поэтому наименьшее значение функции будет на правой границе отрезка, т.е. в точке x = 1.

На рисунке изображён график производной y = f'(x) функции f(x), определённой на интервале (-2; 9). В какой точке отрезка [3; 8] функция f(x) принимает наименьшее значение?

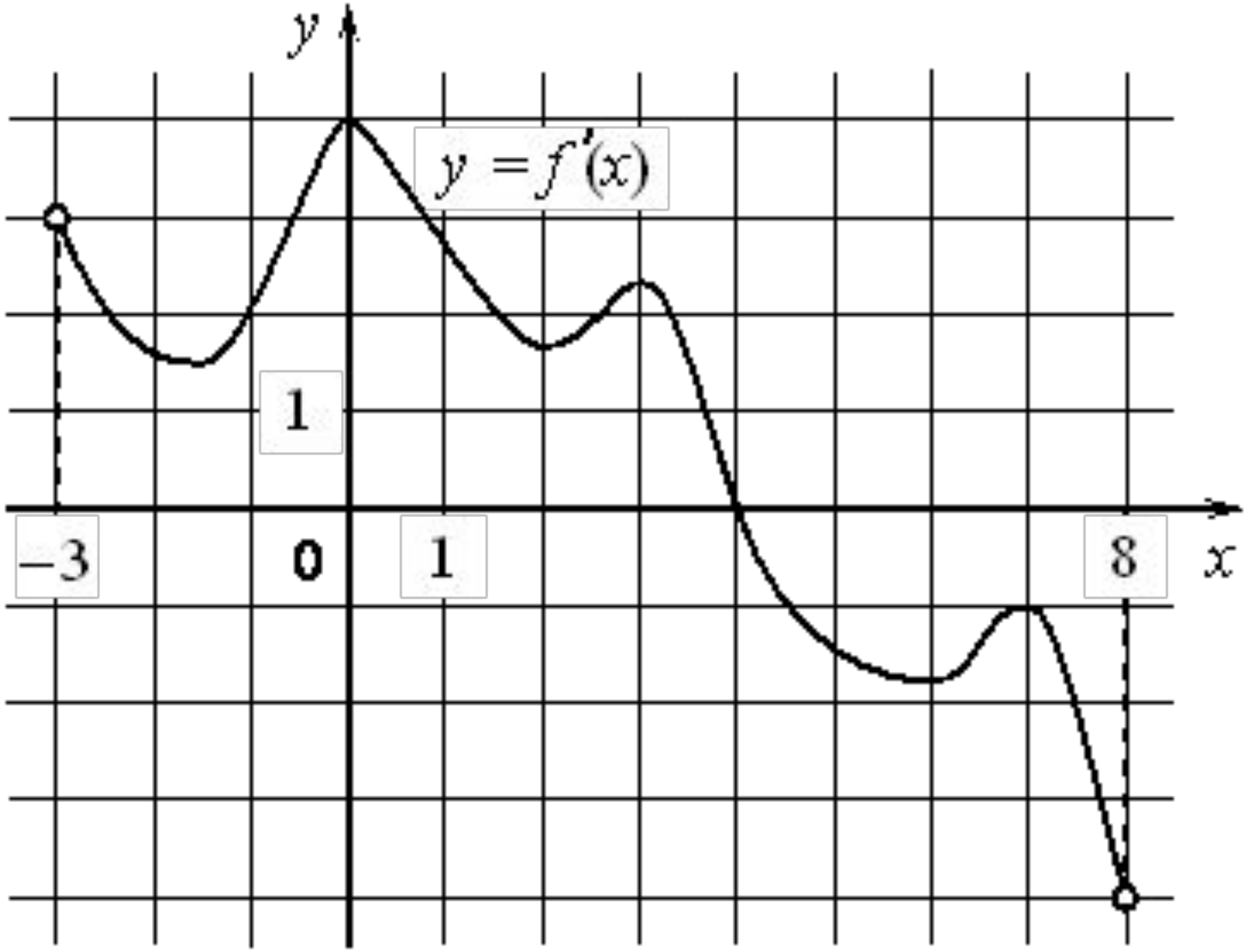


Решение: на заданном отрезке производная функции положительна (т.к. график производной выше оси Ox), поэтому функция на этом отрезке возрастает. Поэтому наименьшее значение функции будет на левой границе отрезка, т.е в точке x = 3.

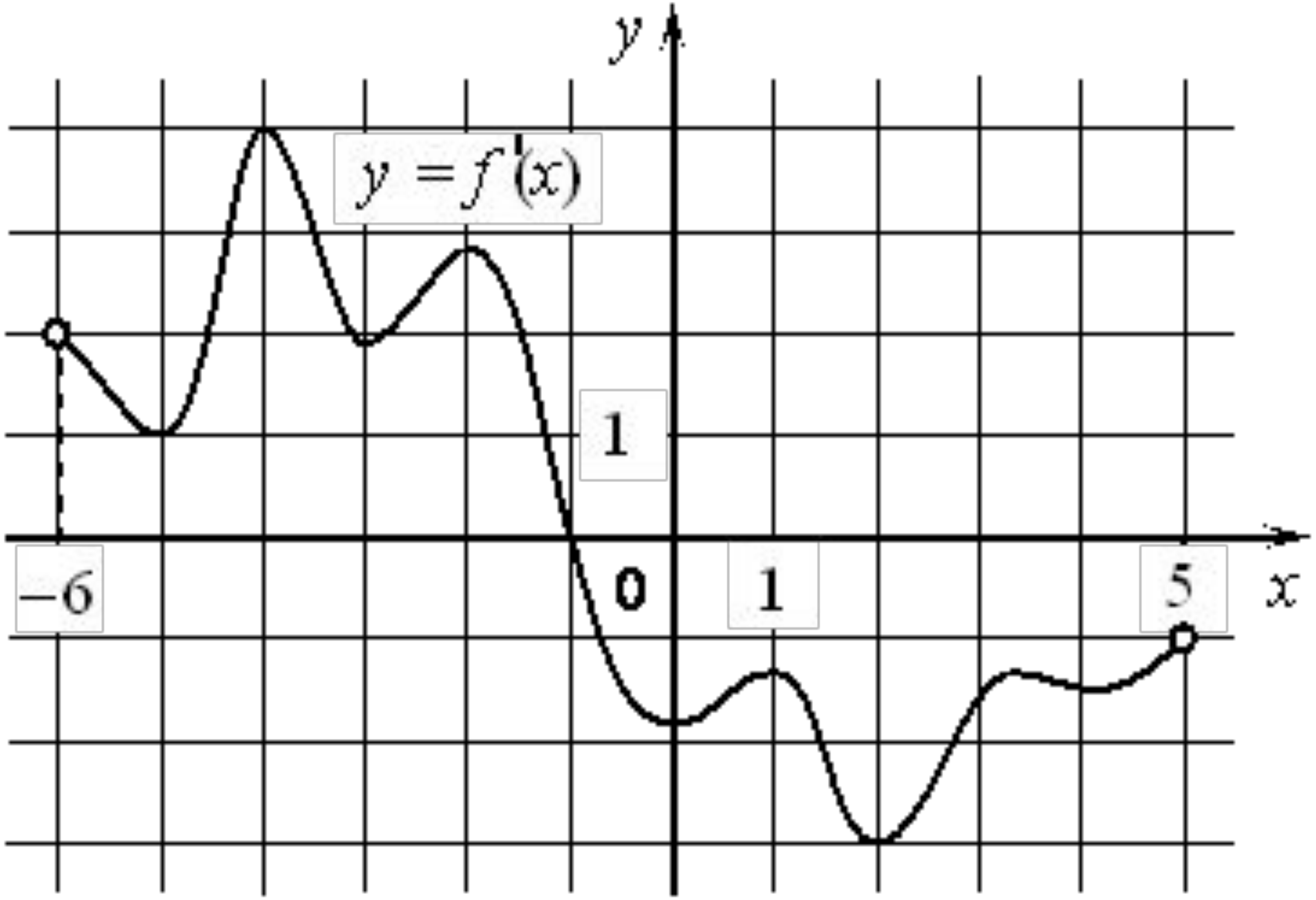
На рисунке изображён график y=f′(x) производной функции f(x), определённой на интервале (− 3; 8). В какой точке отрезка [− 2; 3] функция f(x) принимает наименьшее значение?



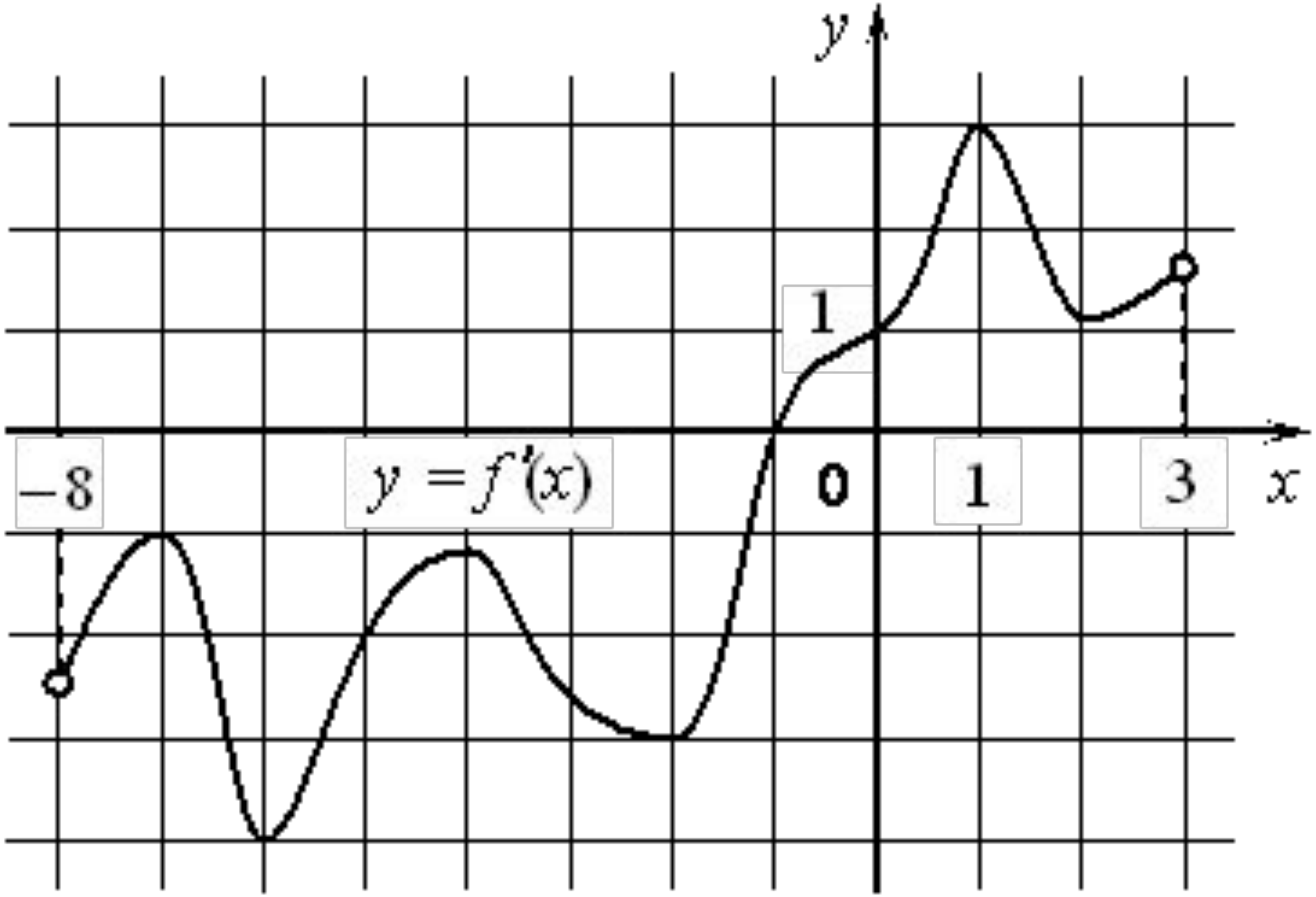
На рисунке изображён график $y=f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



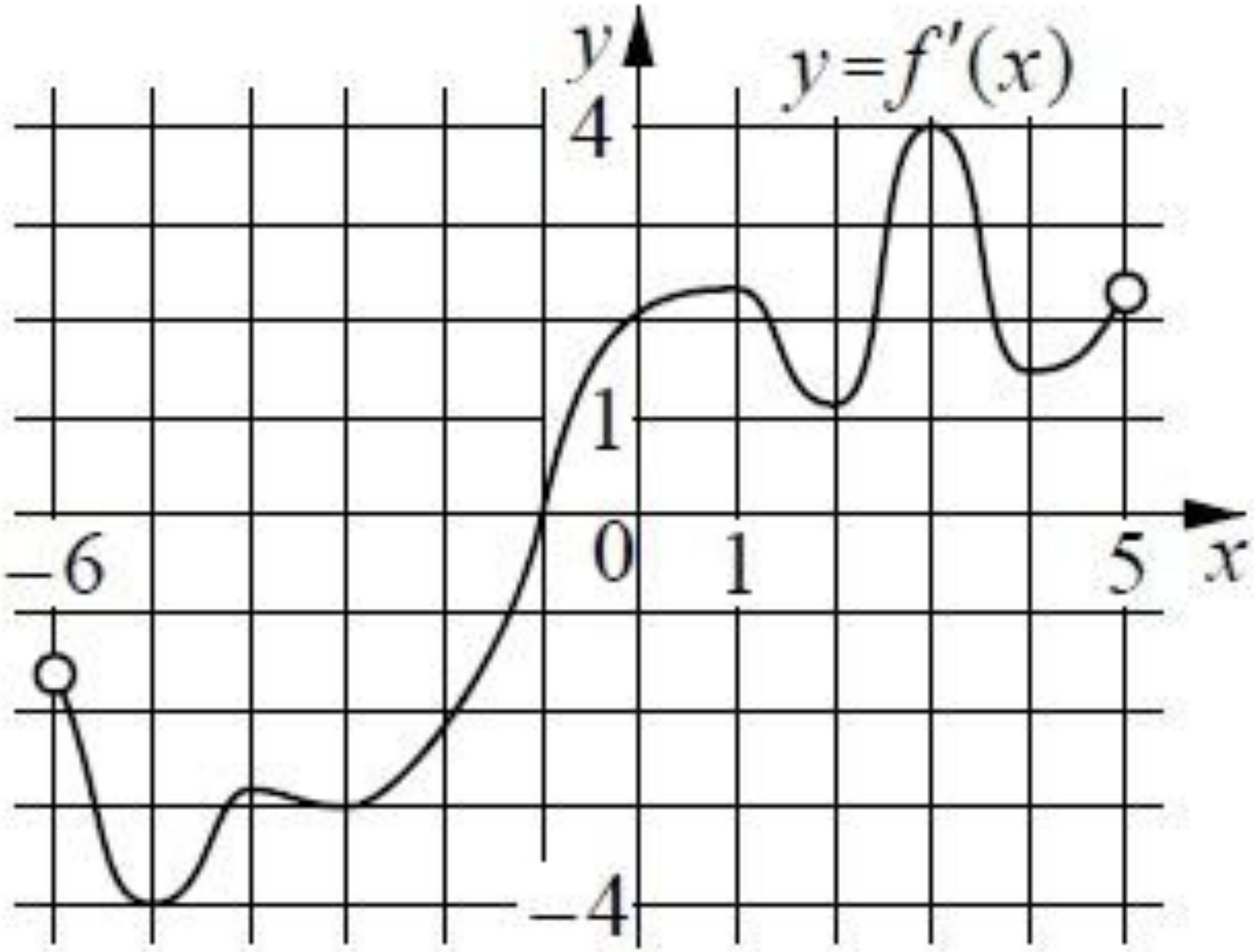
На рисунке изображён график y=f′(x) производной функции f(x), определённой на интервале (− 6; 5). В какой точке отрезка [− 5; −1] функция f(x) принимает наименьшее значение?



На рисунке изображён график $y=f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-6; -1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

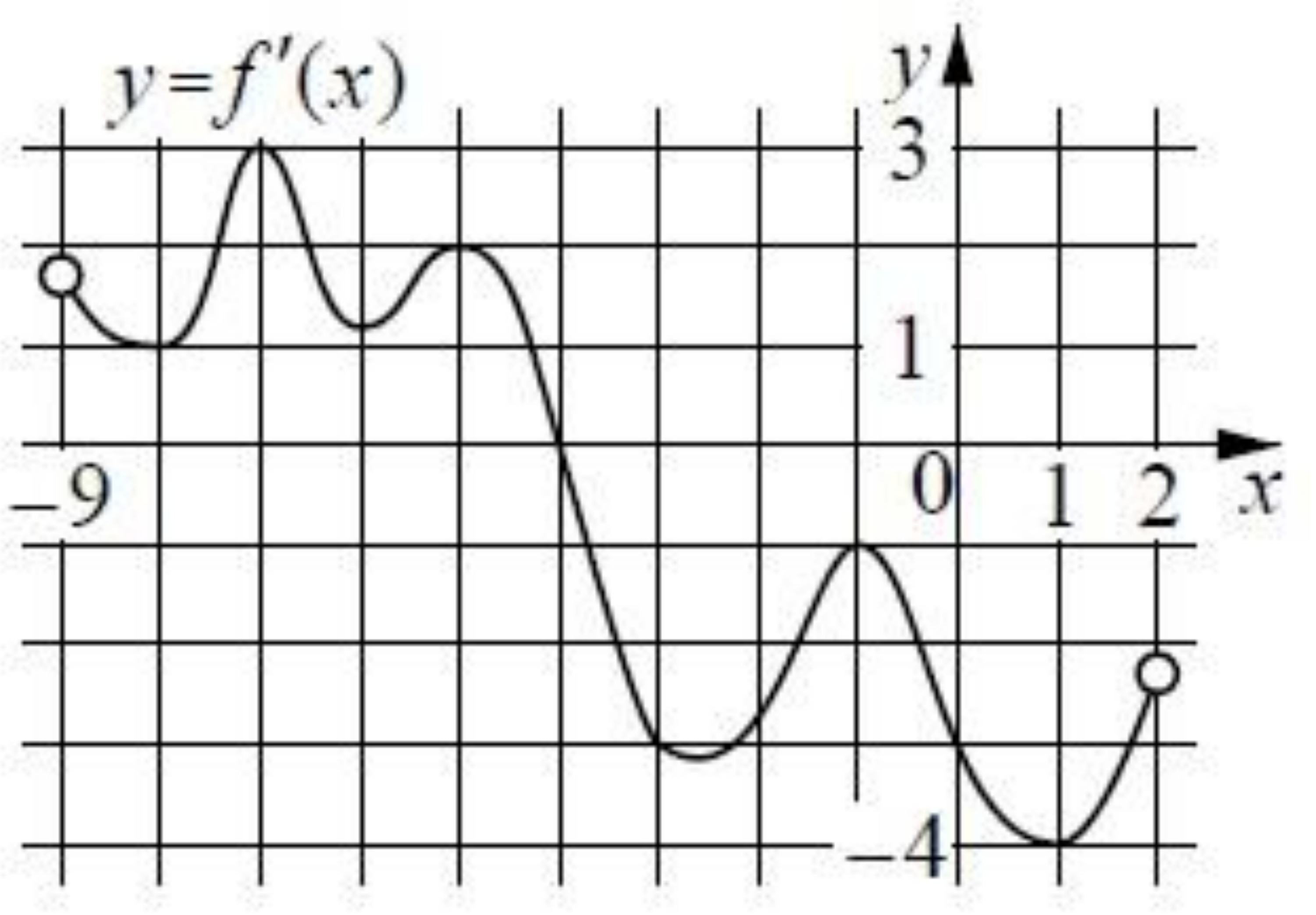


На рисунке изображён график y = f ´ (x) - производной функции f(x), определённой на интервале (-6; 5). В какой точке отрезка [-5; -1] функция f(x) принимает наибольшее значение?



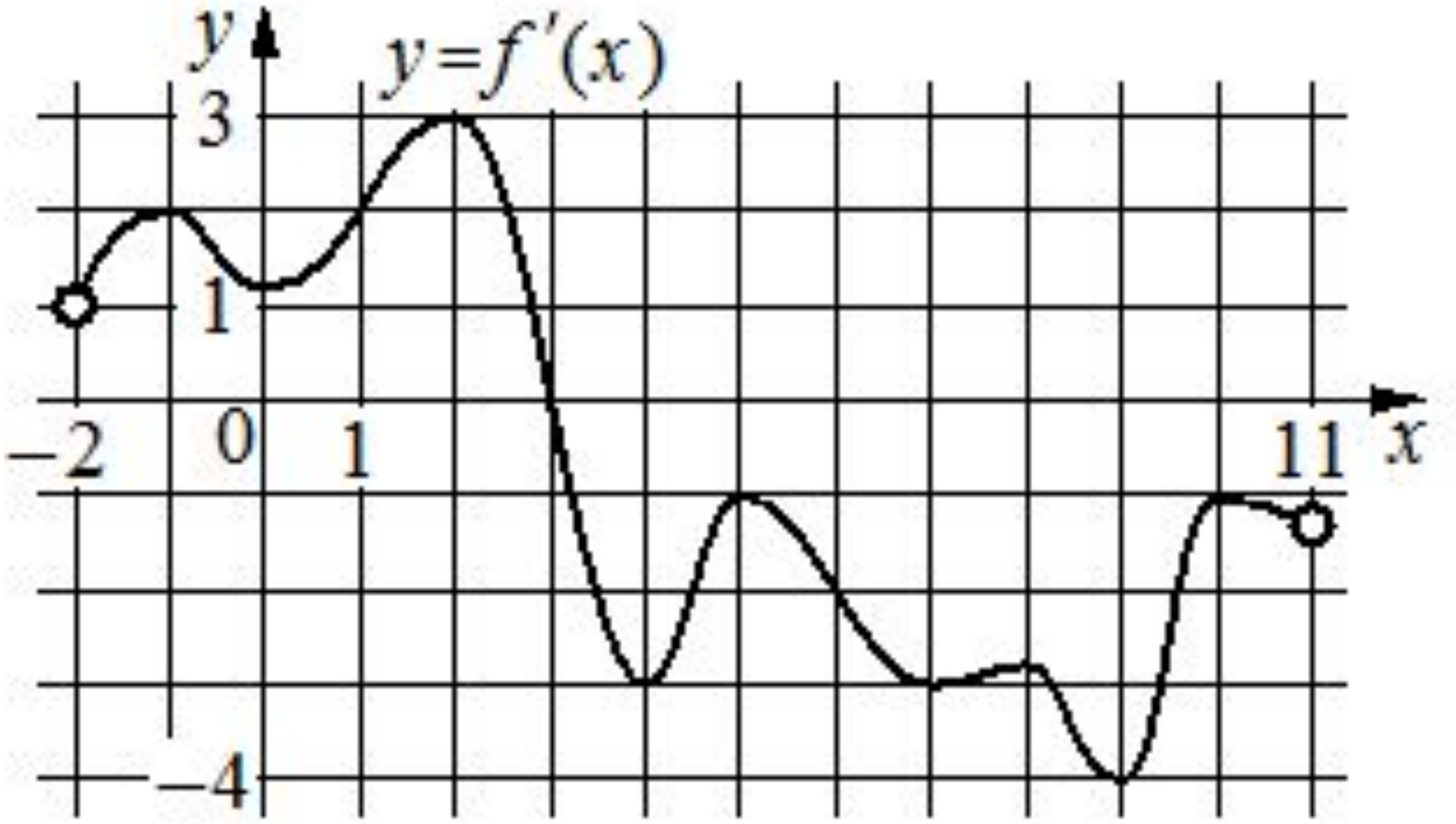
Решение: На заданном отрезке производная функции неположительна, поэтому функция на этом отрезке убывает. Поэтому наибольшее значение функции достигается на левой границе отрезка, т.е. в точке -5.

На рисунке изображён график y = f ´ (x) - производной функции f(x), определённой на интервале (-9; 2). В какой точке отрезка [-8; -4] функция f(x) принимает наибольшее значение?

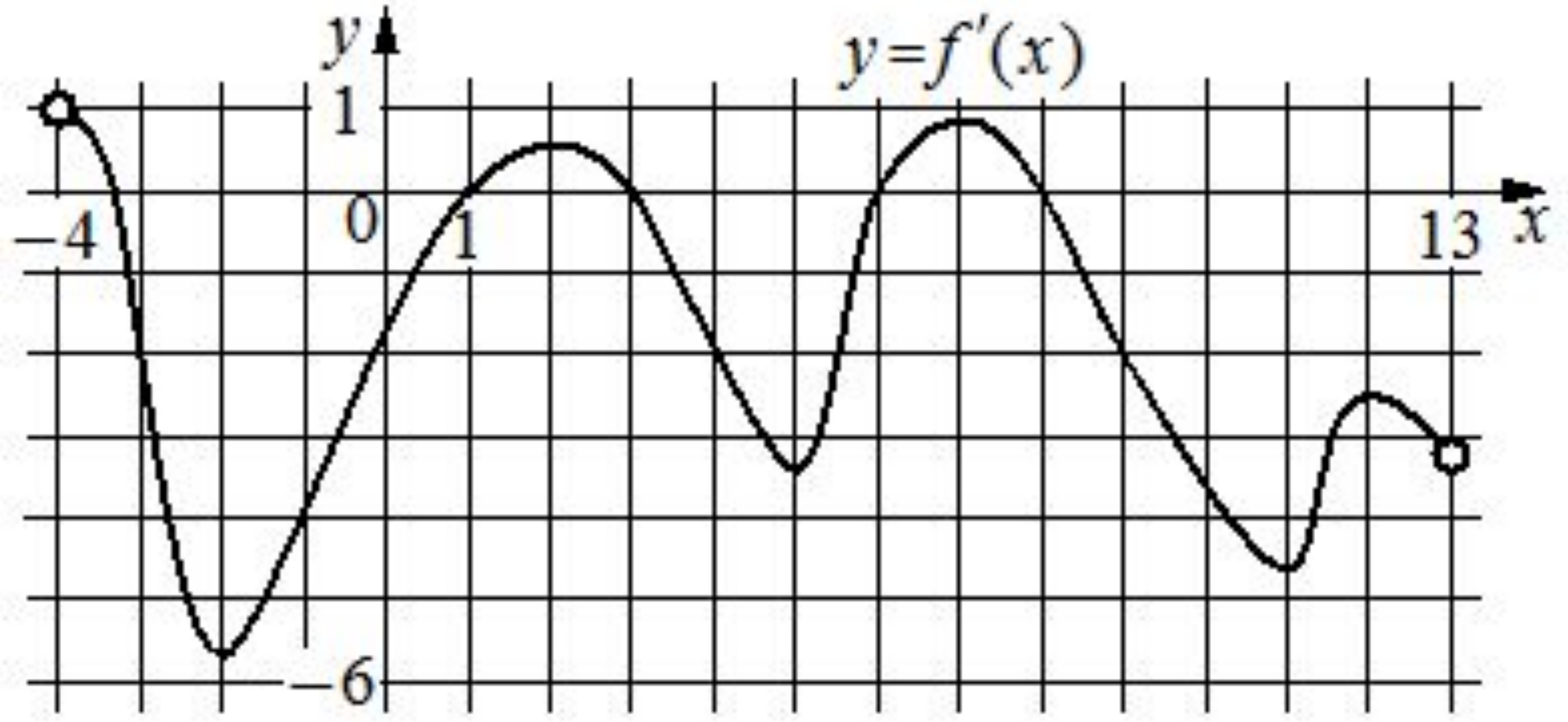


Решение: На заданном отрезке производная функции неотрицательна, поэтому функция на этом отрезке возрастает. Поэтому наибольшее значение функции достигается на правой границе отрезка, т.е. в точке -4.

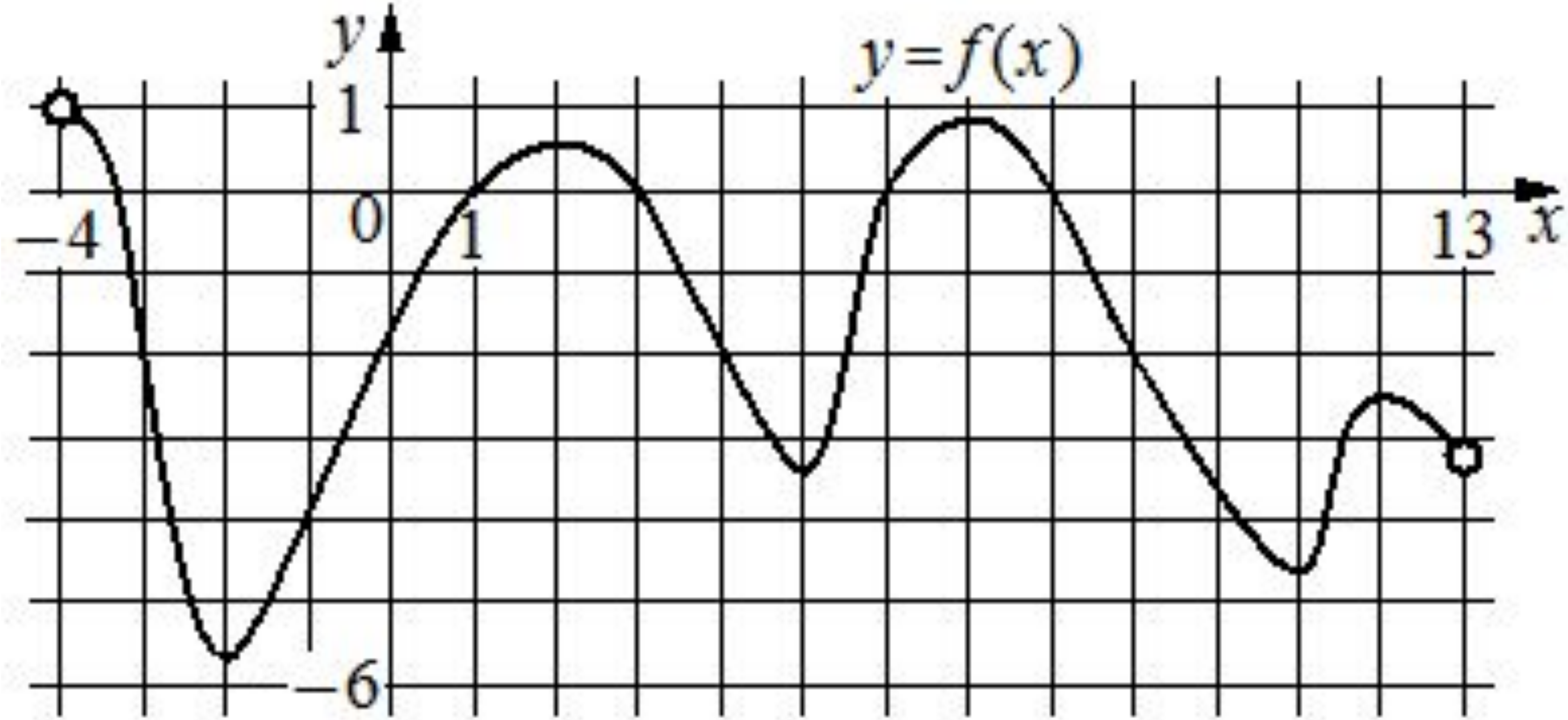
На рисунке изображён график y=f '(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (− 2 ; 11). Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции y=f(x) параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



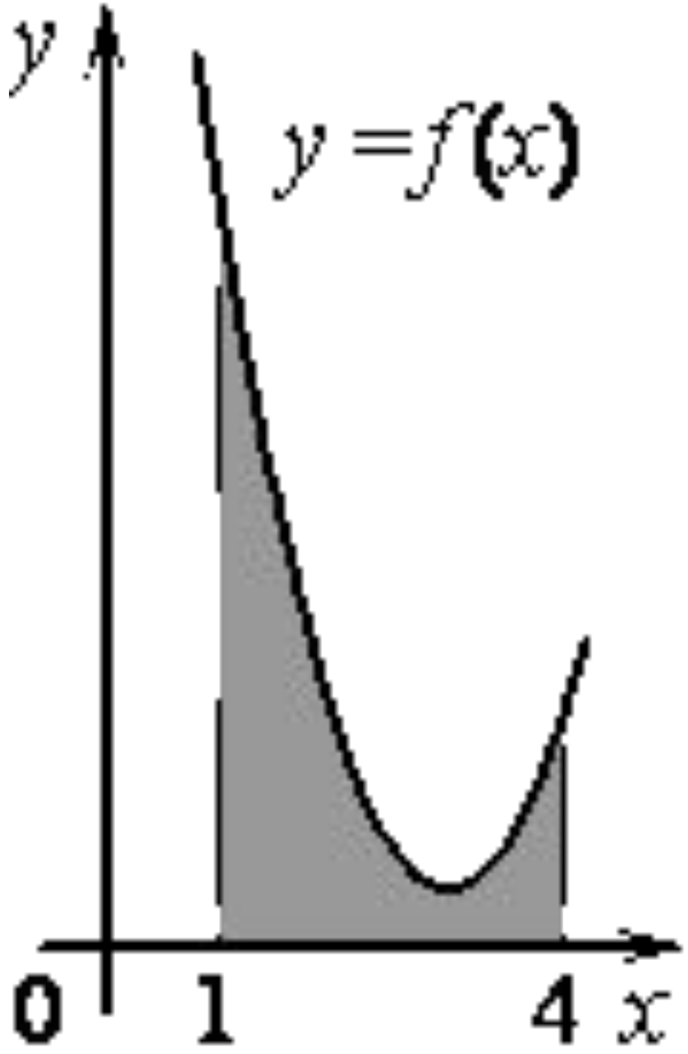
На рисунке изображён график y=f '(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (− 4 ; 13). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции y=f(x) параллельна прямой y=− 2x−10 или совпадает с ней.



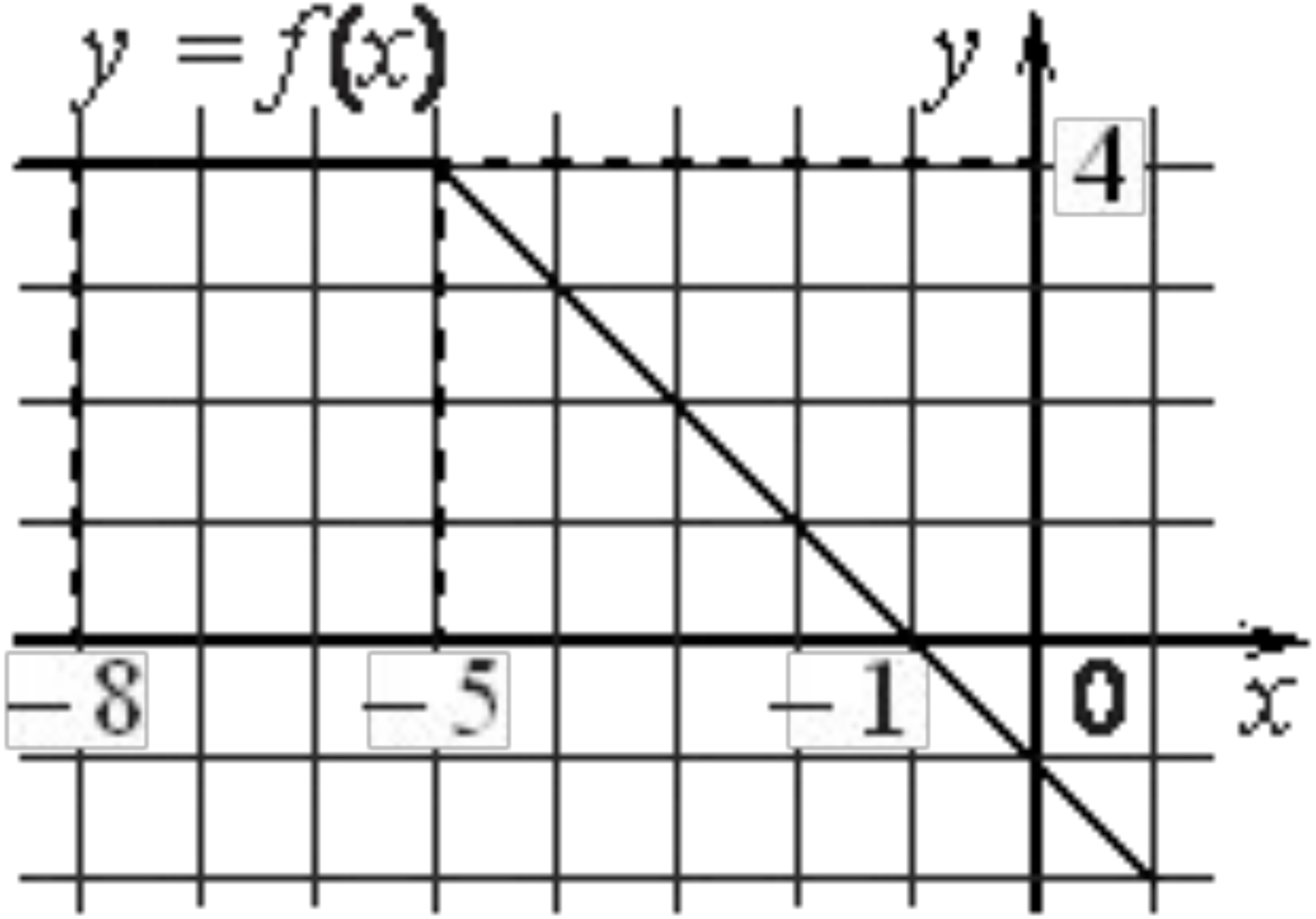
На рисунке изображён график функции y=f(x), определённой на интервале (− 4 ; 13). Определите количество точек, в которых касательная к графику функции y=f(x) параллельна прямой y=14.



На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)=1/2x^3-9/2x^2+14x-10$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



На рисунке изображён график некоторой функции y=f(x) (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите F(− 1)−F(− 8), где F(x) — одна из первообразных функции f(x).



Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=1/6\,t^3+t^2-8\,t+180$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 40 м/с?

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=2+11\,t-5\,t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?

Прямая $y=-3x-5$ является касательной к графику функции $y=x^2+7x+c$. Найдите c.

Прямая $y = 3x + 1$ является касательной к графику функции $ax^2 + 2x + 3$. Найдите a.