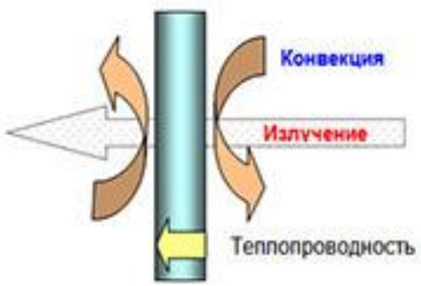
ТЕПЛООБМЕН В МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ АГРЕГАТАХ

Общие понятия процессов теплообмена

Явления теплообмена имеют большое значение для конструирования и эксплуатации высокотемпературных агрегатов в металлургии.

Распространение теплоты возможно тремя механизмами:

- **теплопроводностью;**
- **конвекцией;**
- **излучением.**



Теплопроводность – процесс распространения тепловой энергии при непосредственном соприкосновении тел либо в однородном теле при наличии градиента температур. **Перенос теплоты микрочастицами (свободными электронами, молекулами, атомами).**

Общие понятия процессов теплообмена

Конвекция – процесс переноса тепловой энергии при перемещении текучей среды (жидкости или газа) из области с более высокой температуры в область, обладающую более низкой температурой.

Перенос теплоты непосредственно связан с перемещением среды и осуществляется макрообъемами.

Излучение – процесс распространения тепловой энергии при помощи электромагнитных волн, лежащих о области инфракрасного и видимого спектров.

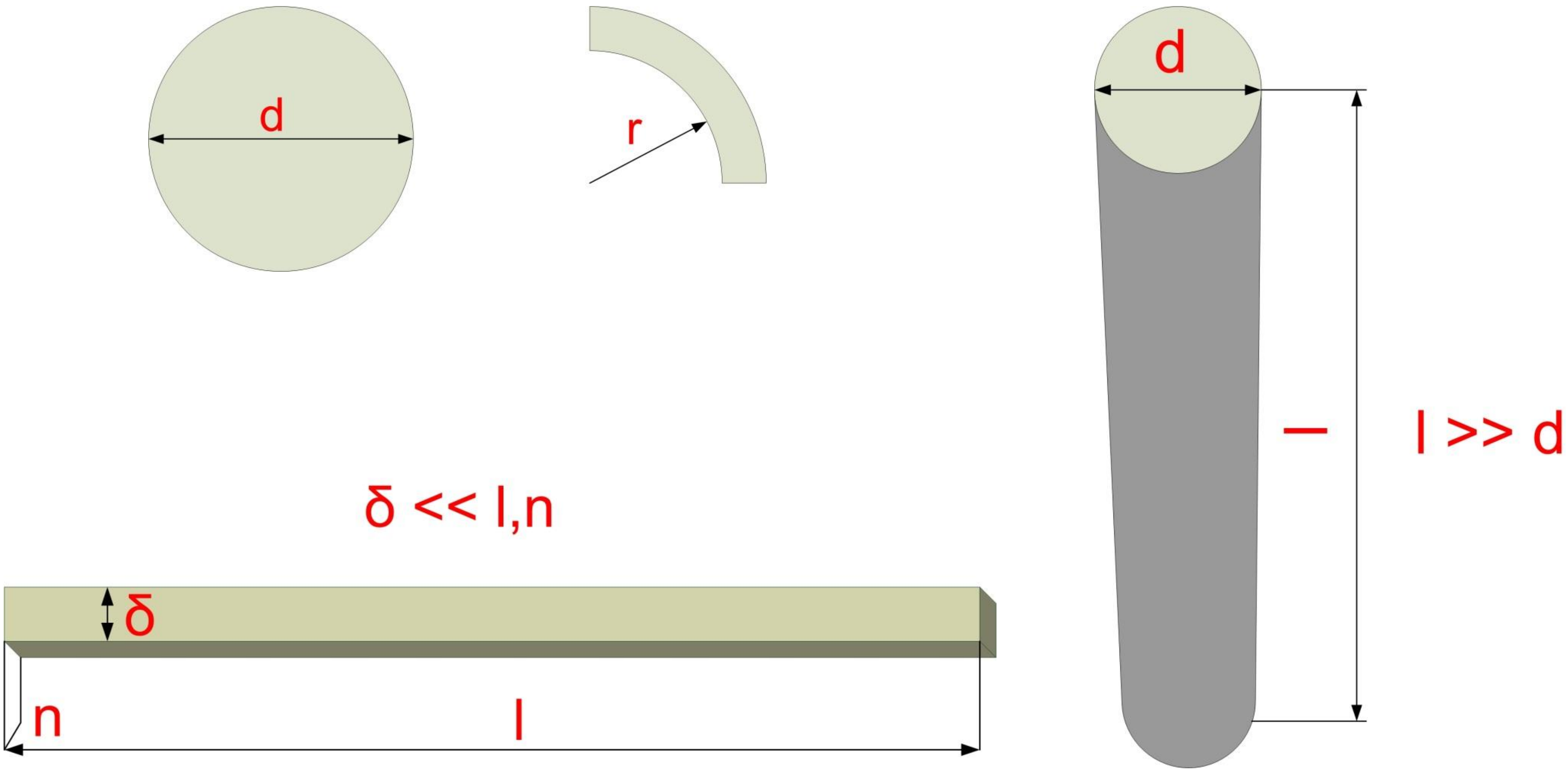
Теплообмен – перенос тепловой энергии преимущественно одним механизмом.

Сложный теплообмен – перенос тепловой энергии чаще всего двумя (излучение и конвекция) или тремя механизмами.

Теплопередача – перенос тепловой энергии от одной среды к другой через разделяющую их стенку.

Общие понятия процессов теплообмена

Классические тела:



Теплопроводность при стационарном режиме

Механизм теплопроводности обусловлен микрочастицами вещества.

В газах перенос теплоты осуществляется движущимися молекулами.

В жидкостях и твердых неэлектропроводных материалах перенос обусловлен упругими волнами колебательных процессов микрочастиц (молекул и атомов).

В металлах теплопроводность вызвана диффузией свободных электронов и колебаниями решетки.

Процесс теплопроводности тесно связан с понятием температурного поля и градиента температур.

Теплопроводность при стационарном режиме. Температурное поле. Градиент температур. Закон Фурье

Температурное поле – распределение температуры по координатам данного тела.

Стационарное температурное поле

$$\boxed{t = f(x, y, z)}$$

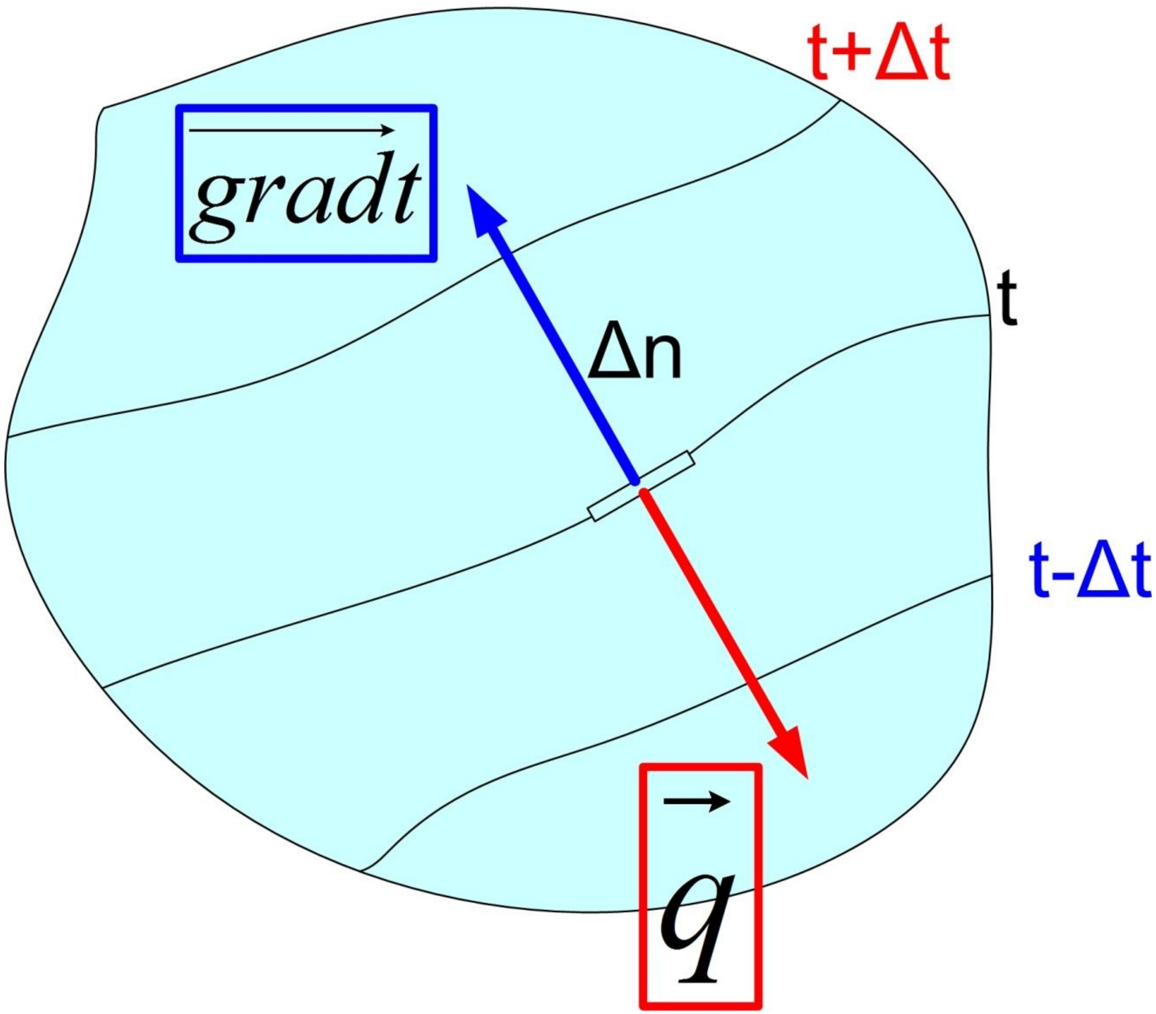
Нестационарное температурное поле

$$\boxed{t = f(x, y, z, \tau)}$$

Одномерное стационарное температурное поле

$$\boxed{t = f(x)}$$

Теплопроводность при стационарном режиме. Температурное поле. Градиент температур. Закон Фурье



$$\lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = gradt$$

$$q = \frac{Q}{F}\left[\frac{Вт}{м^2}\right]$$

Теплопроводность при стационарном режиме.
Температурное поле. Градиент температур. Закон Фурье

Закон Фурье для стационарных условий

$$\boxed{q = -\lambda\, grad t}$$

λ-коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)

$$\lambda = f(t)$$

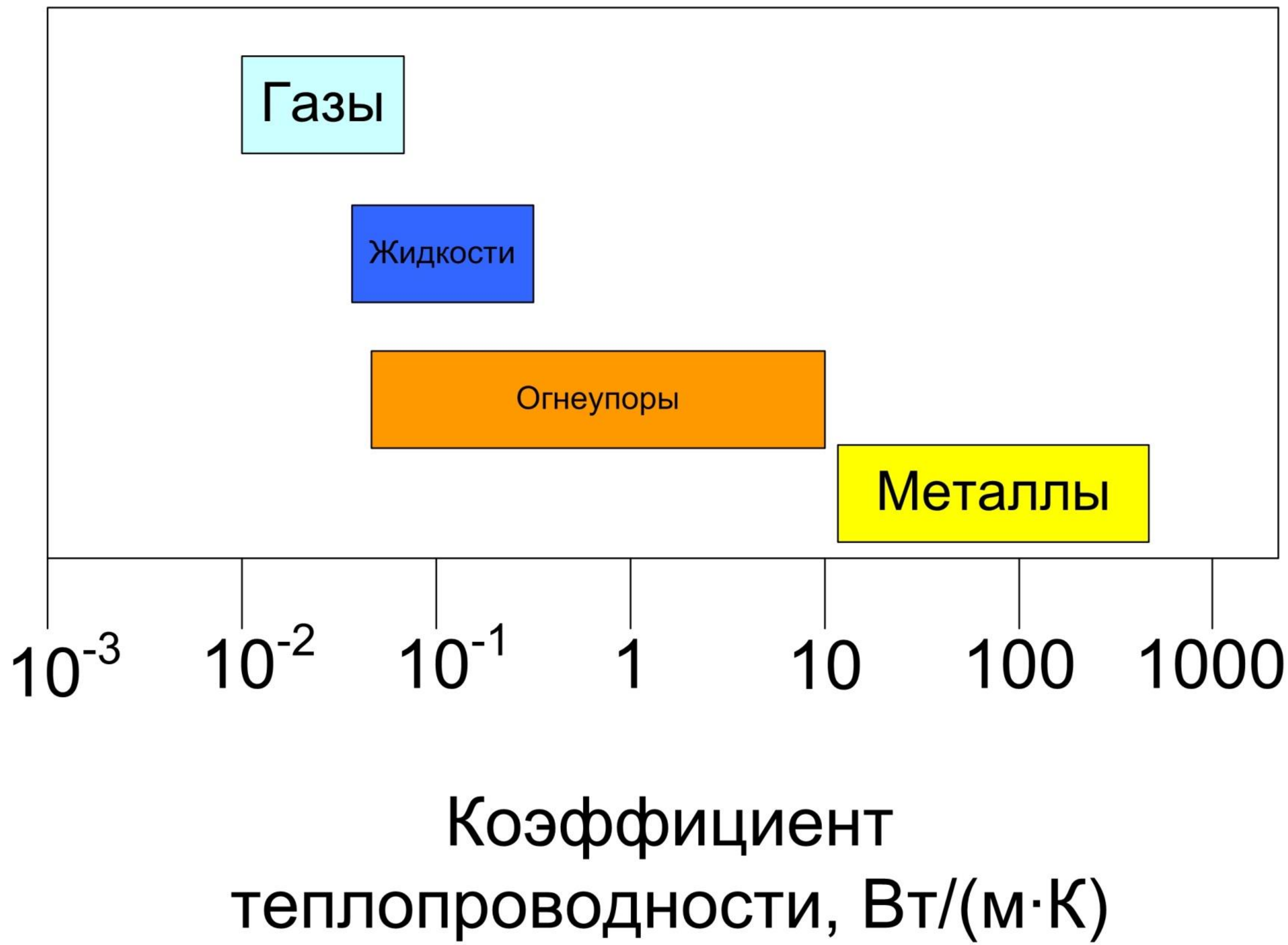
Теплопроводность при стационарном режиме. Коэффициент теплопроводности

Коэффициент пропорциональности λ, Вт/(м•К), между плотностью теплового потока и градиентом температуры называется коэффициентом теплопроводности. Он является физическим параметром вещества, характеризует его способность проводить тепло и зависит от температуры, а для газов (кроме инертных) также и от давления. Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры обычно приближенно считают линейной:

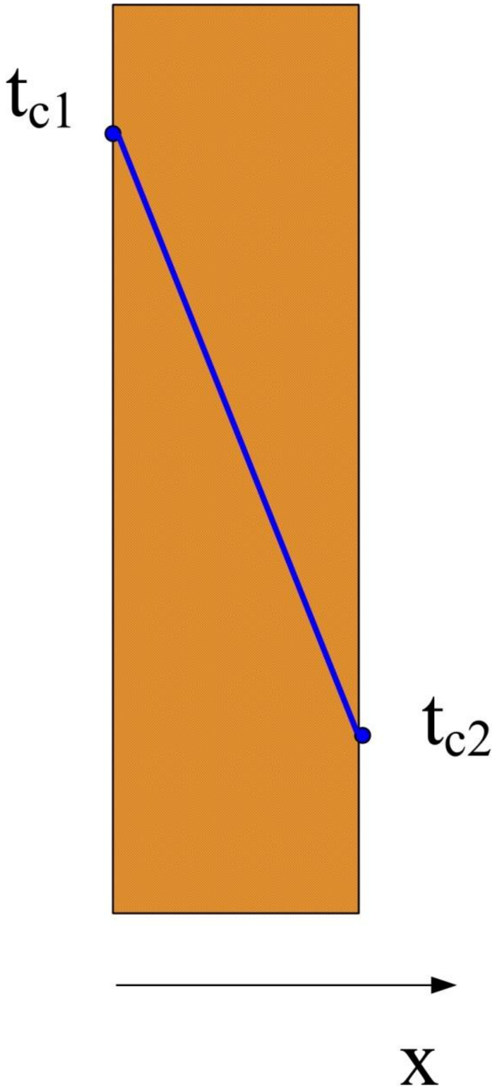
$$\boxed{\lambda = \lambda_0 \left[1 + b \left(T - T_0 \right) \right],}$$

где λ_0 – значение коэффициента теплопроводности при температуре .

Теплопроводность при стационарном режиме. Коэффициент теплопроводности



Теплопроводность при стационарном режиме. Плоская стенка (пластина)



Определяем плотность теплового потока через стенку толщиной *δ*, на поверхностях которой поддерживаются постоянные температуры.

$$q = \frac{(t_{c1} - t_{c2})}{\delta / \lambda}, \frac{Вт}{м^2}.$$

$$Q = \frac{(t_{c1} - t_{c2})}{\delta / \lambda} F, \quad Вт.$$

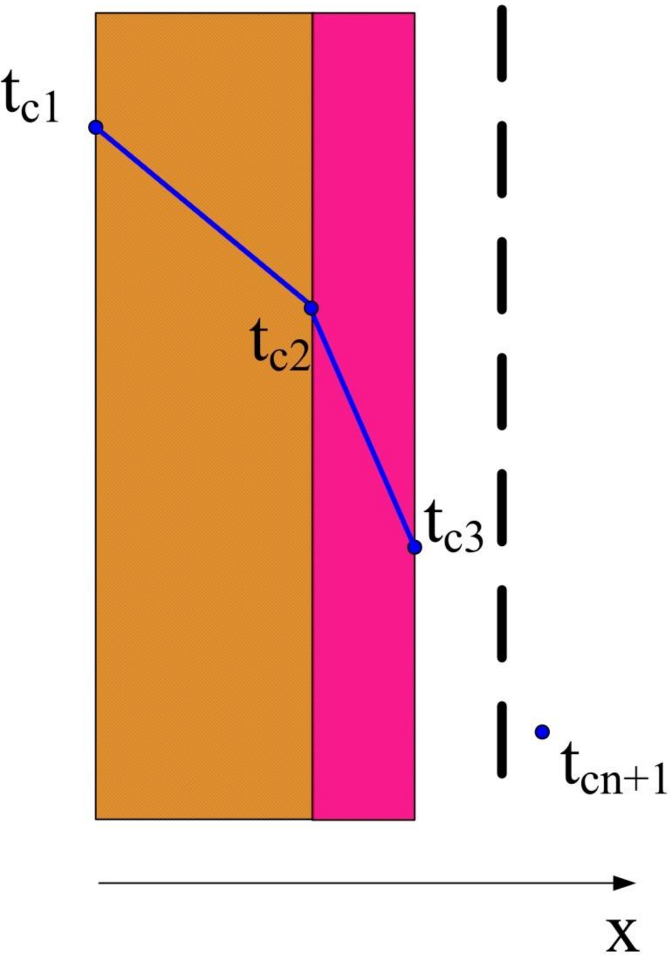
$$q = -\lambda\, grad t;$$

$$grad t = \frac{dt}{dx};$$

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q}{\lambda};$$

$$\int_{t_{c1}}^{t_{c2}} dt = -\frac{q}{\lambda}\int_0^{\delta} dx.$$

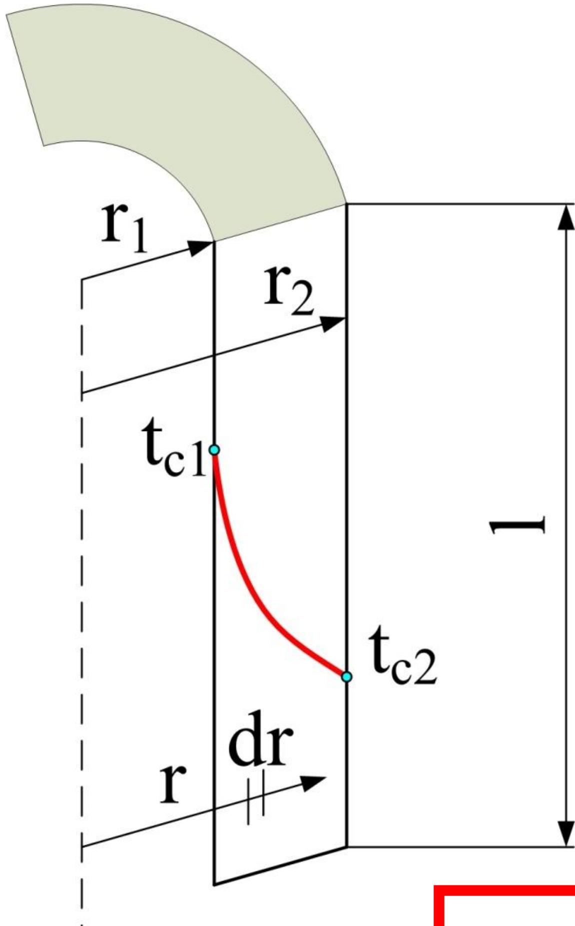
Теплопроводность при стационарном режиме.
Многослойная плоская стенка



Определяем плотность теплового потока через многослойную стенку толщиной $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$, на поверхностях которой поддерживаются постоянные температуры.

$$q = \frac{(t_{c1} - t_{cn+1})}{\sum_{i=1}^{n} \delta_i / \lambda_i}, \frac{Вт}{м^2}.$$

Теплопроводность при стационарном режиме. Цилиндрическая стенка



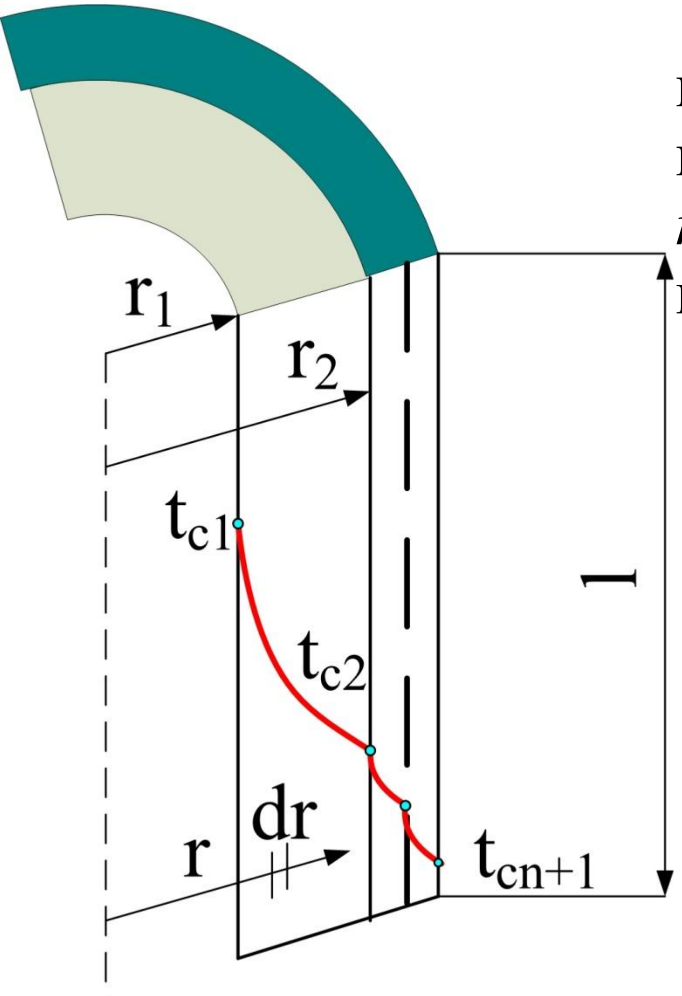
Определяем плотность теплового потока через цилиндрическую стенку радиусами r_1 и r_2, на поверхностях которой поддерживаются постоянные температуры.

$$Q = -\lambda\, grad t F; \quad grad t = \frac{dt}{dr};$$

$$dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda l}\frac{dr}{r}; \quad \int_{t_{c1}}^{t_{c2}} dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda l}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}.$$

$$Q = \frac{(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\pi\lambda l}\ln\frac{r_2}{r_1}}, \qquad .$$

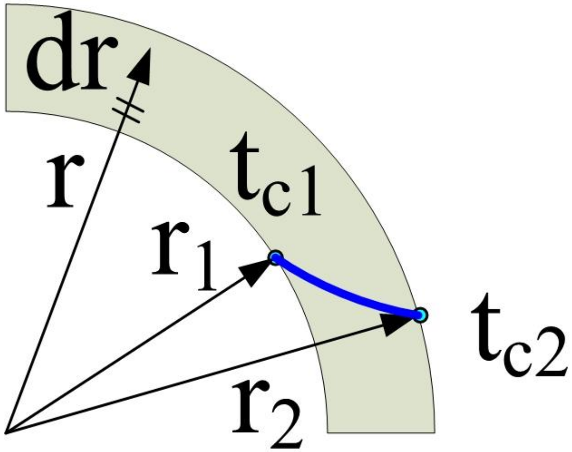
Теплопроводность при стационарном режиме.
Многослойная цилиндрическая стенка



Определяем плотность теплового потока через многослойную цилиндрическую стенку радиусами r_1, r_2,… r_n, на поверхностях которой поддерживаются постоянные температуры.

$$\boxed{Q = \frac{(t_{c1} - t_{cn+1})}{\frac{1}{2\pi l}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}, \qquad .}$$

Теплопроводность при стационарном режиме. Сферическая стенка



Определяем плотность теплового потока через сферическую стенку радиусами r_1 , r_2, на поверхностях которой поддерживаются постоянные температуры.

$$\boxed{Q = \frac{(t_{c1} - t_{cn+1})}{\dfrac{1}{4\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)}, \qquad .}$$

Конвективный теплообмен

В зависимости от причины, которой обусловлено движение среды, различают **вынужденную** и **свободную (естественную)** конвекцию.

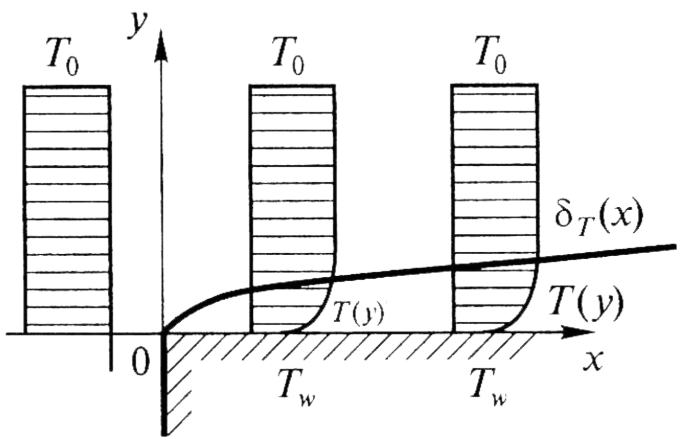
В первом случае движение обусловлено **внешними** по отношению к рассматриваемому процессу тепло- или массообмена причинами, например, действием какого-либо побудителя: насоса, вентилятора, компрессора и т. п.

Во втором случае движение жидкости обусловлено самим процессом тепло- или массообмена, а именно, **силами, возникающими вследствие неоднородности поля плотности**, что в свою очередь связано с неоднородностью поля температур (при теплообмене) или концентраций (при массообмене).

Тепломассообмен при вынужденной конвекции играет основную роль в металлургических процессах. Однако и свободная конвекция имеет определенное значение. Например, именно этот процесс определяет теплоотдачу от внешних ограждений печей в окружающую среду.

Конвективный теплообмен. Тепловой пограничный слой

Предположим, что вблизи поверхности некоторого тела произвольной формы движется среда, имеющая температуру T_0. Температура поверхности тела T_w . Поскольку скорость среды на поверхности тела равна нулю, подвод тепла к этой поверхности через неподвижный слой может осуществляться только за счет молекулярной теплопроводности, т. е. этот процесс описывается уравнением Фурье



$$\boxed{q = -\lambda \left.\frac{\partial t}{\partial n}\right|_{n=0},}$$

где n – координата, направленная по внутренней нормали к поверхности тела,
$n = 0$ соответствует точке на поверхности;
λ – коэффициент теплопроводности среды.

Тепловой пограничный слой δ_m характеризуется тем, что в пределах его толщины имеет место градиент температуры и перенос тепла поперек потока (в направлении оси y). За пределами теплового пограничного слоя поперечный перенос тепла отсутствует.

Естественная конвекция всецело определяется **интенсивностью теплообмена**. Чем больше передается тепла, т.е. чем интенсивнее теплообмен, тем интенсивнее и движение. При свободном движении газа или жидкости около нагретого тела различают **три основных режима**:

- ***ламинарный;***
- ***переходный (локонообразный);***
- ***вихревой*.**

Преобладание одного режима перед другим определяется **температурным напором**: при малом (**$\Delta t <$ 15ºС**) преобладает **ламинарный**; при большом **($\Delta t >$ 15ºС)** преобладает вихревой. При **очень малых температурных напорах** движение становится очень слабым и вокруг тела образуется почти неподвижная пленка нагретого воздуха. Это четвертый, так называемый ***пленочный режим*.**

Конвективный теплообмен. Закон Ньютона-Рихмана

Представление о тепловом пограничном слое помогает понять, что одним из главных факторов, влияющих на плотность потока конвективной теплоотдачи, является температурный напор

$$\boxed{\Delta t = t_0 - t_{\mathrm{w}}}$$

Предполагая линейную зависимость между этими величинами, получим формулу Ньютона:

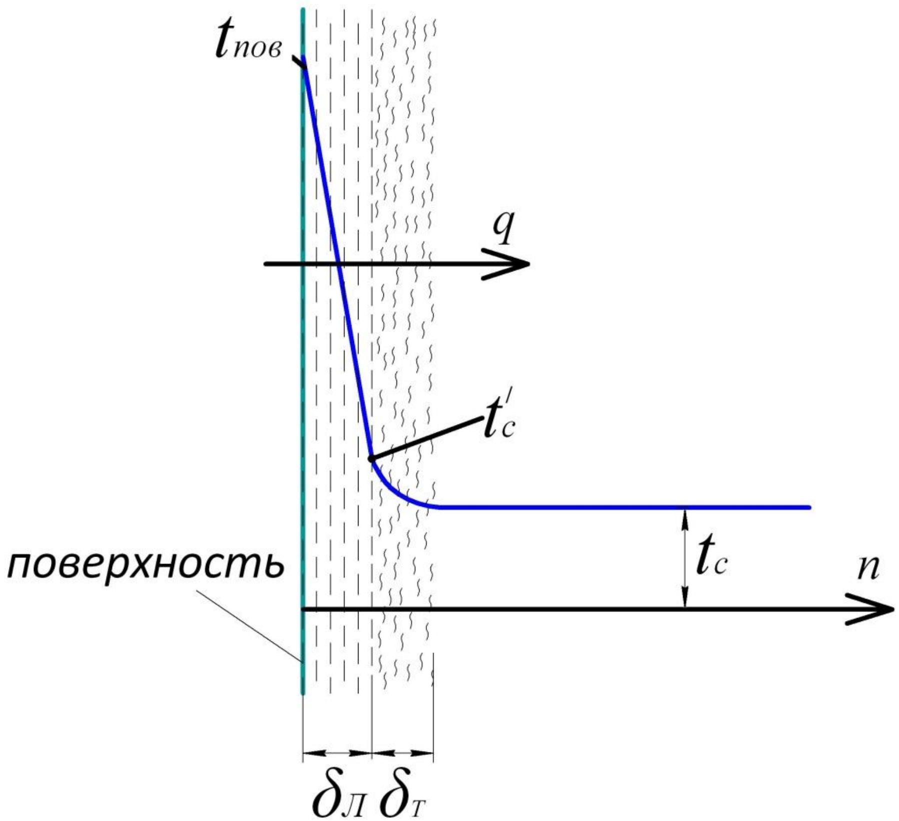
$$\boxed{q = \alpha \Delta t}$$

где $\boxed{\alpha}$ - *коэффициент теплоотдачи* , Вт/(м^2·К).

Учитывает влияние:

- скорости,
- направления и режима движения среды,
- физических свойств (прежде всего, коэффициента теплопроводности),
- формы и качества поверхности твердого тела.

Конвективный теплообмен. Закон Ньютона-Рихмана



$$\boxed{q = -\lambda \,\mathrm{grad}\, t_{n=0} = \frac{\lambda}{\delta_Л}\left(t_{пов} - t_c^{/}\right),}$$

Рассмотрим поле температур в турбулентном потоке и покажем, как в этом случае может быть определена величина удельного теплового потока. Учитывая, что через вязкий пограничный слой теплота передается теплопроводностью, величину удельного теплового потока, (Вт/м^2) можно определить:

Конвективный теплообмен. Закон Ньютона-Рихмана

Строго говоря, закон Ньютона-Рихмана справедлив только в дифференциальной форме для бесконечно малого участка поверхности:

$$\boxed{dQ = \alpha dF \Delta t}$$

Коэффициент теплоотдачи характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Численно он равен количеству теплоты, отдаваемой (или воспринимаемой) единицей поверхности в единицу времени при разности температур между поверхностью тела и окружающей средой, равной одному градусу. В расчетах используют понятие среднего по поверхности коэффициента теплоотдачи:

$$\boxed{\overline{\alpha} = \frac{1}{F}\int_F \alpha dF}$$

Конвективный теплообмен. Математическое описание конвективного теплообмена

Задачи конвективного теплообмена являются сопряженными, то есть при его описании необходимо совместное рассмотрение тепловых и гидродинамических законов.

Математическое описание конвективного теплообмена представляет собой объединенную систему дифференциальных уравнений. Рассмотрим основные уравнения.

Уравнения движения. Они выражаются в виде уравнений Навье-Стокса, которые представляют собой закон сохранения количества движения (импульса). Вывод дифференциального уравнения движения вязкой жидкости требует громоздких выкладок и приводится в соответствующей литературе. Этот вывод основан на втором законе Ньютона: сила равна массе, умноженной на ускорение.

Приведем уравнение движения без вывода в проекции только на ось *x*:

$$\boxed{\rho\frac{\partial w_x}{\partial \tau} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}\right),}$$

Уравнение неразрывности (**сплошности**) потока. Это уравнение является математическим выражением закона сохранения массы движущего вещества.

Для сжимаемой среды оно имеет вид

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z) = 0.}$$

Уравнение теплоотдачи. Для описания процесса переноса теплоты теплопроводностью в тонком пограничном слое малоподвижной среды можно использовать закон Фурье:

$$\boxed{q = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}}$$

- где *n* – нормаль к поверхности тела;
- λ – коэффициент теплопроводности среды.

С другой стороны, согласно закону Ньютона-Рихмана имеем

$$\boxed{q = \alpha(t_{пов} - t_c),}$$

где $t_{пов}$ – температура поверхности (стенки);
t_c – температура невозмущенного потока (среды).

Приравнивая правые части уравнений последних двух уравнений, получим

$$\boxed{\alpha = -\frac{\lambda}{t_{пов} - t_c}\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{n=0}.}$$

Исходной зависимостью для обобщения опытных данных по конвективной теплоотдаче является общий закон распределения температур в среде, выражаемый дифференциальным уравнением конвективного теплообмена (уравнение Фурье-Кирхгофа):

$$\boxed{\frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} w_x + \frac{\partial t}{\partial x} w_y + \frac{\partial t}{\partial x} w_z = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)}$$

где *w* – скорость движения среды, м/с;

$a = \lambda / c\rho$ – коэффициент температуропроводности, м^2/с;

ρ – плотность среды, кг/м^3;

Таким образом, задача конвективного теплообмена описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Эта система имеет бесконечное количество решений. Для получения единственного правильного решения эту систему необходимо дополнить условиями однозначности, которые конкретизируют задачу и позволяют получить искомое решение.

В условия **однозначности конвективного теплообмена** входят:

1) **геометрические условия**, характеризующие форму и размеры тела или системы, в которой протекает процесс;

2) **физические условия**, характеризующие физические свойства среды;

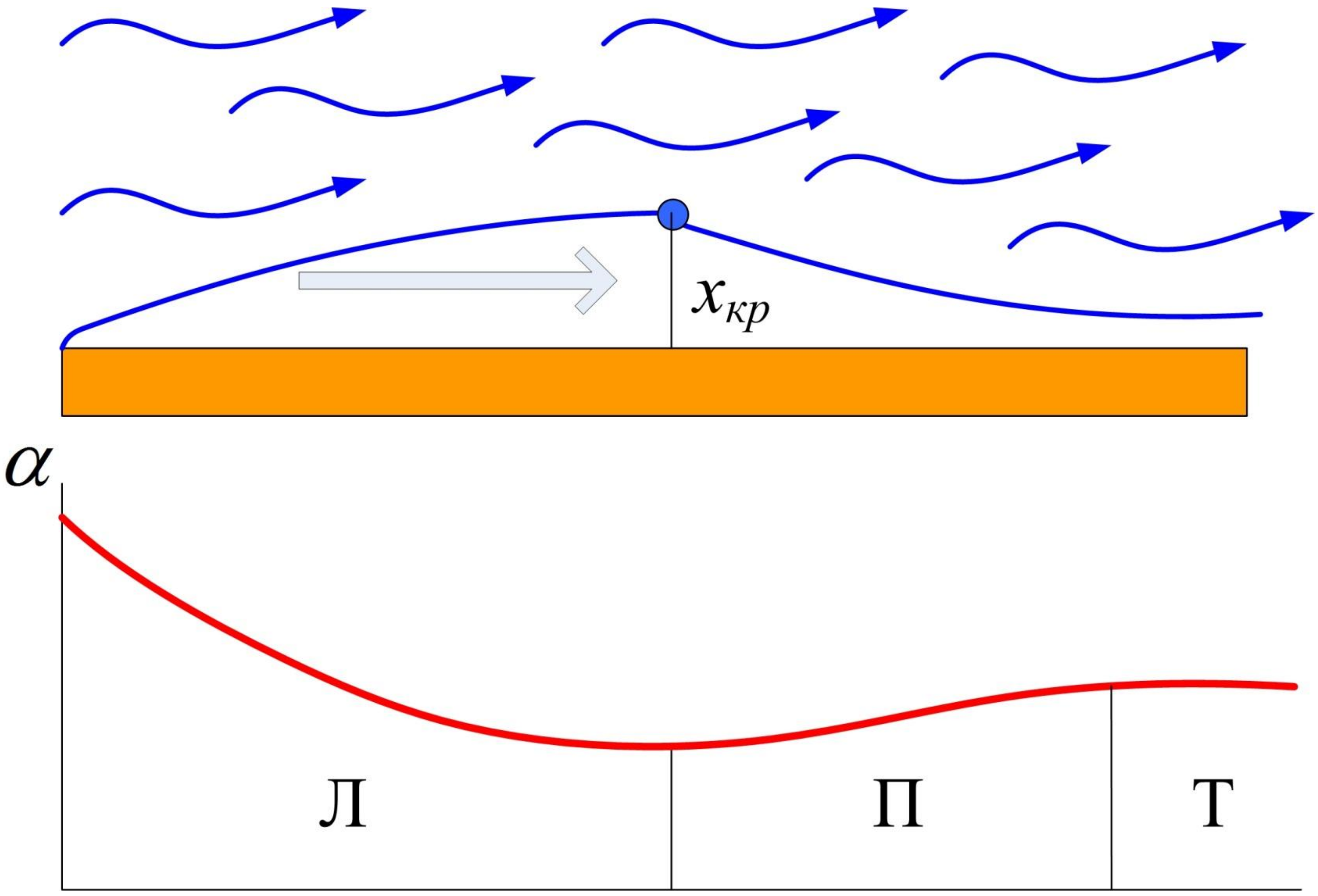
3) **временные или начальные условия**, характеризующие особенности процесса в начальный момент времени (для стационарных задач эти условия отпадают);

4) **граничные условия**, характеризующие особенности протекания процесса на границах жидкой среды.

Ввиду сложности математического описания задач конвективного теплообмена, возможно только их численное решение на ЭВМ или приближенное решение с использованием различных упрощений.

В теплофизике широкое применение получили экспериментальные методы (моделирование) исследования конвективного теплообмена. При этом, экспериментальный метод должен располагать определенной методологией (теорией подобия), позволяющей распространить результаты единичных опытов на группы или даже классы явлений.

Конвективный теплообмен. Натекание потока на пластину



Теория подобия часто применяется для изучения сложных сопряженных задач, например гидродинамики, механики, электрики и т.д. Теория подобия имеет собственный развитый математический аппарат. Методологической основой инженерного эксперимента, а также необходимым и достаточным условием подобия двух явлений служит **третья теорема подобия**, которая гласит: подобны те явления, которые происходят в геометрически подобных системах, подчиняются одним и тем же уравнениям связи, имеют подобные условия однозначности и одинаковые определяющие числа подобия, составленные из параметров систем.

- Однако для сложных систем теплообмена необходимо, в принципе, выполнить бесконечное множество экспериментов, поскольку коэффициент теплоотдачи зависит в общем случае от координат, скорости, температуры, физических свойств среды и т.д.:

Основная трудность, возникающая при проведении экспериментальных исследований, - зависимость коэффициента конвективной теплоотдачи от многих параметров:

$$\alpha = f(l, w, \lambda, c, \rho, \nu);$$

$$\left[\frac{Вт}{(м^2 К)}\right] = \left(м, \frac{м}{с}, \frac{Вт}{(мК)}, \frac{Дж}{(кгК)}, \frac{кг}{м^3}, \frac{м^2}{с}\right)$$

Последовательно избавляемся от размерных значений, приводя уравнение к безразмерным числам (критериям).

$$\boxed{\mathrm{Nu} = \mathrm{f}(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}).}$$

$$\boxed{\mathrm{Nu} = \mathrm{f}(Gr, \mathrm{Pr}).}$$

Число Нуссельта

$$\boxed{Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}}$$

Число **Нуссельта** является **мерой соотношения толщины пограничного слоя и определяющего геометрического размера.** В критерий Nu входит обычно определяемая в задачах величина α.

Последовательно избавляемся от размерных значений, приводя уравнение к безразмерным числам (критериям).

Число Рейнольдса $\boxed{\mathrm{Re} = \dfrac{wl}{\nu}}$

Число Прандтля $\boxed{\mathrm{Pr} = \dfrac{c\rho\nu}{\lambda}}$

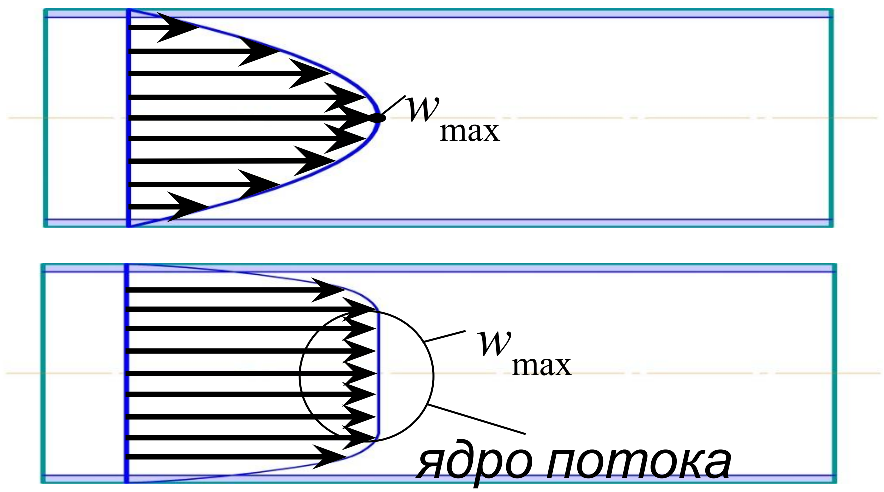
Число Грасгофа $\boxed{Gr = \dfrac{g\beta\Delta t l^3}{\nu^2}}$

Метод сопоставления размерности **(теория подобия)** позволяет лишь установить **общий вид зависимости** интересующей величины от переменных, которые могут оказывать на нее влияние, связывая все величины в безразмерные комплексы – критерии подобия и этим уменьшая число переменных. Однако **теория подобия не в состоянии заменить собой экспериментальные исследования.**

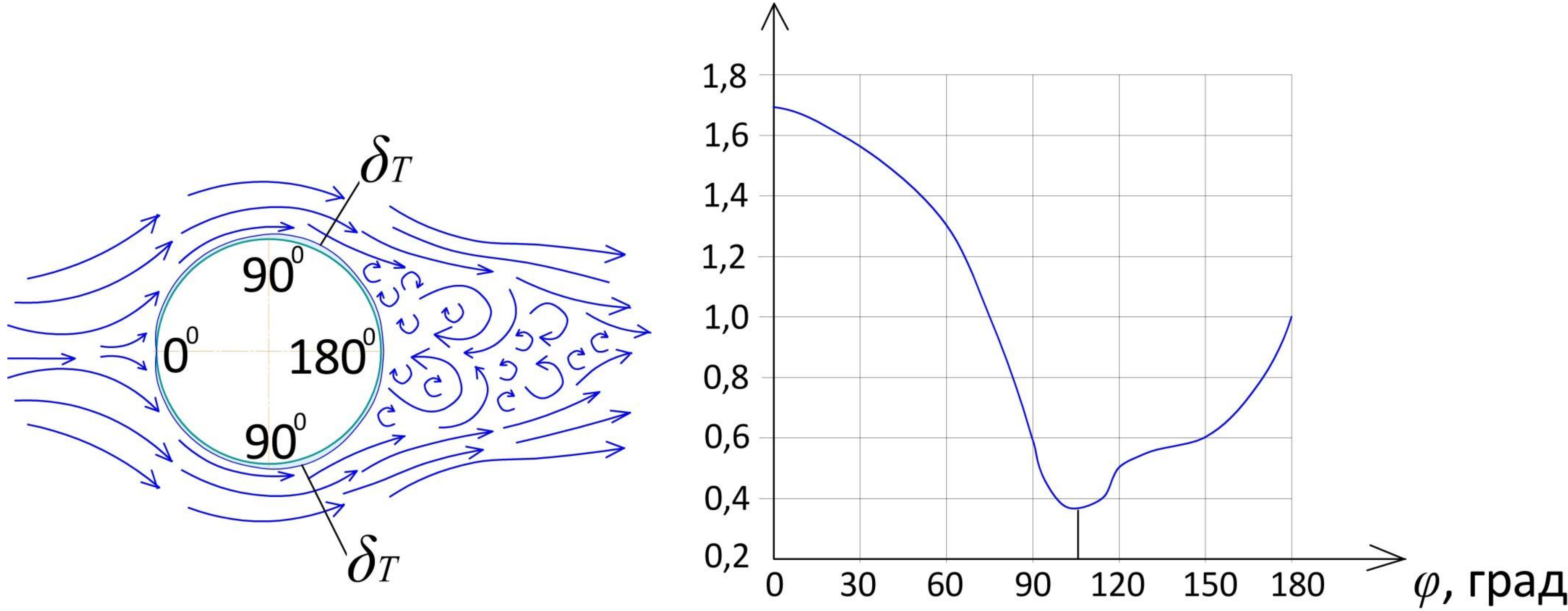
В литературе имеются расчетные уравнения для некоторых распространенных случаев теплоотдачи, полученные обобщением опытных данных.

Средний коэффициент теплоотдачи от стенки трубы к текущему внутри потоку:

$$\boxed{\begin{gathered} Nu_{ж} = 0{,}021\,\mathrm{Re}_{ж}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_{ж}^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0,25} \\ при\,\mathrm{Re}_{ж} = 10^{4}\ldots5\cdot10^{6};\mathrm{Pr} = 0{,}6\ldots8500 \end{gathered}}$$



Вынужденный конвективный теплообмен при обтекании одиночной трубы



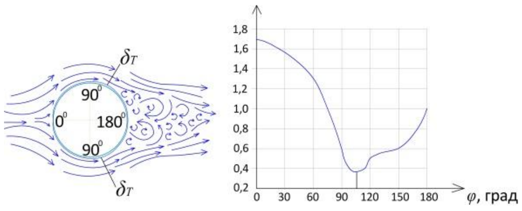
При поперечном обтекании какого-либо тела, например цилиндра, на передней (фронтальной) части возникает пограничный слой, толщина которого увеличивается в направлении движения потока.

При обтекании цилиндра скорость, в зависимости от значения числа Рейнольдса (Re), достигает максимальной величины в точке периметра, отвечающей углу

$$\boxed{90^0 \le \varphi \approx\le 115^0}$$

(угол отсчитывается от лобовой точки), и примерно в этом же месте начинается разрушение пограничного слоя, который как бы изолирует эту часть поверхности цилиндра от остальной массы потока. За задней (кормовой) частью цилиндра образуется зона с сильно развитой турбулентностью.

Вынужденный конвективный теплообмен при обтекании одиночной трубы



Для рассмотренного случая можно использовать существующие экспериментальные данные для расчета среднего по периметру трубы коэффициента теплоотдачи, можно рекомендовать зависимость:

$$\boxed{5 < \mathrm{Re} \le 1\cdot 10^3}$$

$$\boxed{\mathrm{Nu}_ж = 0{,}50\,\mathrm{Re}_ж^{0,50}\,\mathrm{Pr}_ж^{0,36}\left(\frac{\mathrm{Pr}_ж}{\mathrm{Pr}_с}\right)^{0,25};}$$

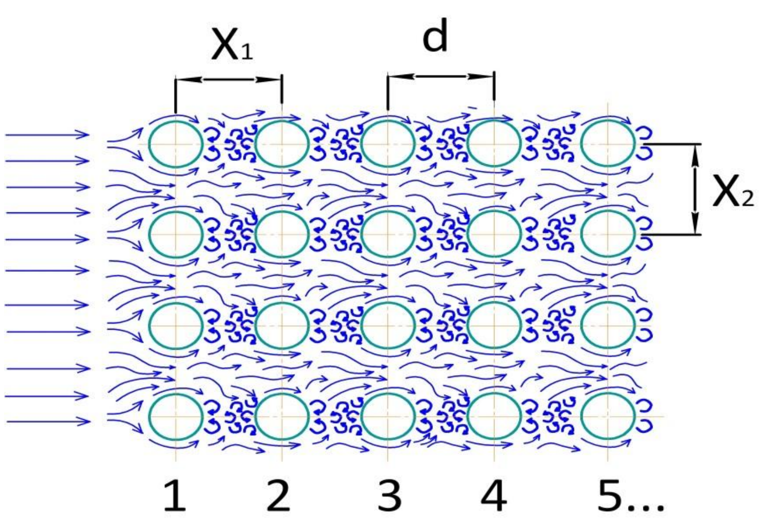
$$\boxed{1\cdot 10^3 < \mathrm{Re} < 2\cdot 10^5}$$

$$\boxed{\mathrm{Nu}_ж = 0{,}25\,\mathrm{Re}_ж^{0,60}\,\mathrm{Pr}_ж^{0,36}\left(\frac{\mathrm{Pr}_ж}{\mathrm{Pr}_с}\right)^{0,25}.}$$

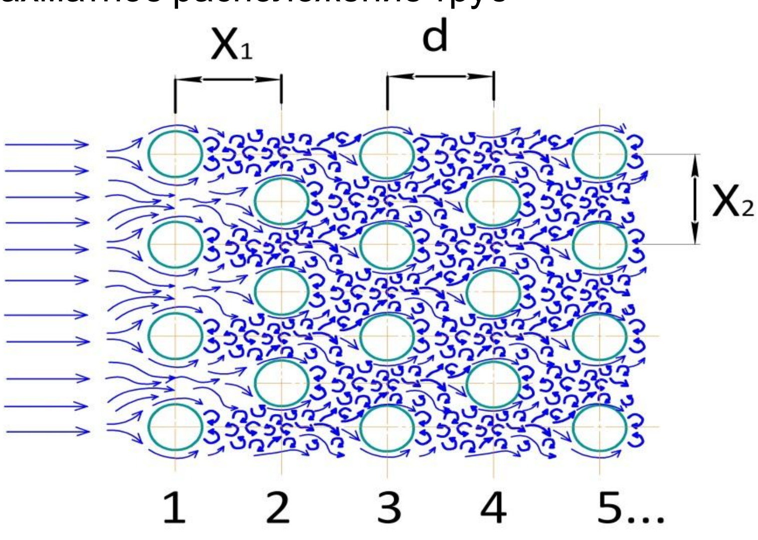
Вынужденный конвективный теплообмен при обтекании пучка труб

При наличии пучка труб процесс теплоотдачи еще сильнее усложняется. Пучки труб можно расположить по-разному. Наиболее часто встречаются **коридорное** и **шахматное** размещение труб в пучке. В первом случае трубы в каждом ряду располагаются строго друг за другом с определенным интервалом между осями. Во втором случае параллельные ряды труб сдвинуты относительно друг друга на половину расстояния между осями труб в каждом ряду.

коридорное расположение труб



шахматное расположение труб



Поперечное обтекание пучка гладких труб

Обтекание труб при их **коридорном и шахматном** расположении при **Re < 1000**:

$$\mathbf{Nu = 0{,}56 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,36} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0,25}},$$

где ε_φ – коэффициент, учитывающий влияние угла атаки φ.

Угол атаки φ, град	Значение коэффициента εφ
90	1,00
80	1,00
70	0,98
60	0,94
50	0,88
40	0,78
30	0,67
20	0,52
10	0,42

Поперечное обтекание пучка гладких труб

Обтекание труб при их **коридорном расположении при Re > 1000:**

$$Nu = 0{,}22 \cdot \varepsilon_{\varphi} \cdot Re^{0{,}65} \cdot Pr^{0{,}36} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0{,}25}.$$

Угол атаки φ, град	Значение коэффициента εφ
90	1,00
80	1,00
70	0,98
60	0,94
50	0,88
40	0,78
30	0,67
20	0,52
10	0,42

Поперечное обтекание пучка гладких труб

Обтекание труб при их **шахматном расположении при Re > 1000**:

$$Nu = 0{,}4 \cdot \varepsilon_{\varphi} \cdot Re^{0{,}6} \cdot Pr^{0{,}36} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0{,}25}$$

Угол атаки φ, град	Значение коэффициента εφ
90	1,00
80	1,00
70	0,98
60	0,94
50	0,88
40	0,78
30	0,67
20	0,52
10	0,42

Вынужденное течение вдоль плоской поверхности (пластины)

1) Теплоотдача при течении вдоль плоской горизонтальной поверхности при $Re < 5 \cdot 10^5$:

$$Nu = 0{,}66 \cdot Re^{0{,}5} \cdot Pr^{0{,}33} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0{,}25}.$$

2) Теплоотдача при течении вдоль плоской горизонтальной поверхности при $Re > 5 \cdot 10^5$:

$$Nu = 0{,}037 \cdot Re^{0{,}8} \cdot Pr^{0{,}43} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0{,}25}.$$

Определяющая температура – **средняя** температура среды; **определяющий размер** – **длина** обтекаемой стенки по направлению движения потока.

Теплоотдача при свободном движении

1) Теплоотдача **снаружи горизонтальных труб**

при $10^3 < Gr \cdot Pr < 10^9$:

$$Nu = 0{,}5 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0,25}.$$

Определяющая температура – **температура окружающей трубу среды**; **определяющий размер** – диаметр трубы (наружный).

2) Теплоотдача **снаружи для вертикальных, плоских и цилиндрических поверхностей**

при $10^3 < Gr \cdot Pr < 10^9$:

$$Nu = 0{,}76 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0,25}.$$

Определяющая температура – температура окружающей среды; **определяющий размер – высота** вертикальной поверхности.

Теплоотдача при свободном движении

3) Теплоотдача **снаружи для вертикальных, плоских и цилиндрических поверхностей** при **$Gr \cdot Pr > 10^9$:**

$$Nu = 0{,}15 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,33} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0,25}.$$

Определяющая **температура** – температура **окружающей среды**; определяющий размер – **высота вертикальной поверхности.**

Конвективный теплообмен. Средние значения коэффициента конвективной теплоотдачи

	Ориентировочное значение, Вт/(м^{2}К)
Свободная конвекция в газах	5…30
Свободная конвекция в жидкостях	100…1000
Вынужденная конвекция в газах	10…500
Вынужденная конвекция в жидкостях	500…20000
Кипение воды	2000…40000
Пленочная конвекция пара	4000…10000
Капельная конденсация пара	40000…100000

Теплообмен излучением

Теплообмен излучением является своеобразным способом переноса теплоты, во многом отличающимся от рассмотренных выше способов переноса теплоты теплопроводностью и конвекцией.

Любое реальное тело (твердое, жидкое, газообразное), температура которого отличается от абсолютного нуля, излучает электромагнитные колебания различной длины волны или различной частоты. Теория теплообмена излучением оперирует макрофизическими, суммарными или результирующими эффектами этого взаимодействия.

В теории теплообмена излучением считается, что процессы взаимодействия электромагнитных волн с твердыми и жидкими телами сосредоточены в очень тонком поверхностном слое вещества. Исключением являются газы, которые вследствие своей малой плотности излучают энергию всем объемом.

Теплообмен излучением

Степень развития процессов, связанных с излучением и поглощением энергии, определяется температурой. При любой температуре практически все тела испускают волны разных длин. Для теплообмена излучением наибольший интерес представляют:

ультрафиолетовый диапазон длин волн,

λ = (0,02…0,4) мкм.

видимый или световой диапазон длин волн

λ = (0,4…0,8) мкм.

инфракрасный или тепловой диапазон длин волн

λ = (0,8…25) мкм.

Теплообмен излучением

Рассмотрим основные понятия и определения, связанные с лучистым теплообменом.

Одна из основных характеристик излучения – энергия излучения

W [Дж].

Отнеся эту энергию ко времени некоторого процесса, получим поток излучения

$$Q = \frac{W}{\tau} \quad \left[\frac{Дж}{с}\right] = [Вт].$$

Рассмотрим виды лучистых тепловых потоков при теплообмене с поверхностью

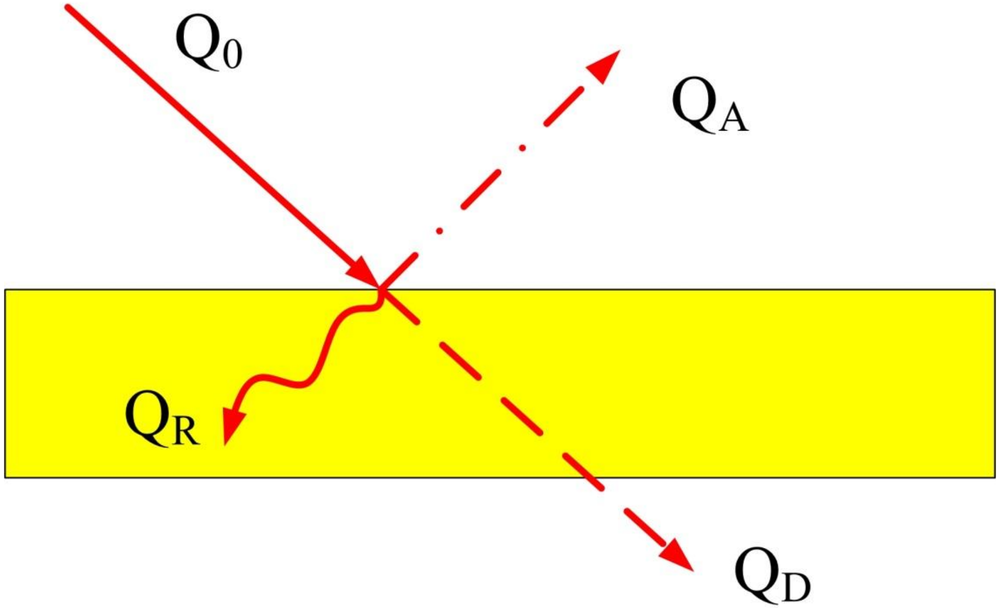
Теплообмен излучением

Если энергия излучается на всех длинах волн от 0 до ∞, то такое излучение называется **суммарным или интегральным**;

в противоположность ему, излучение на одной длине волны ***λ*** или в узком диапазоне длин волн ***dλ*** называется **спектральным или монохроматическим.**

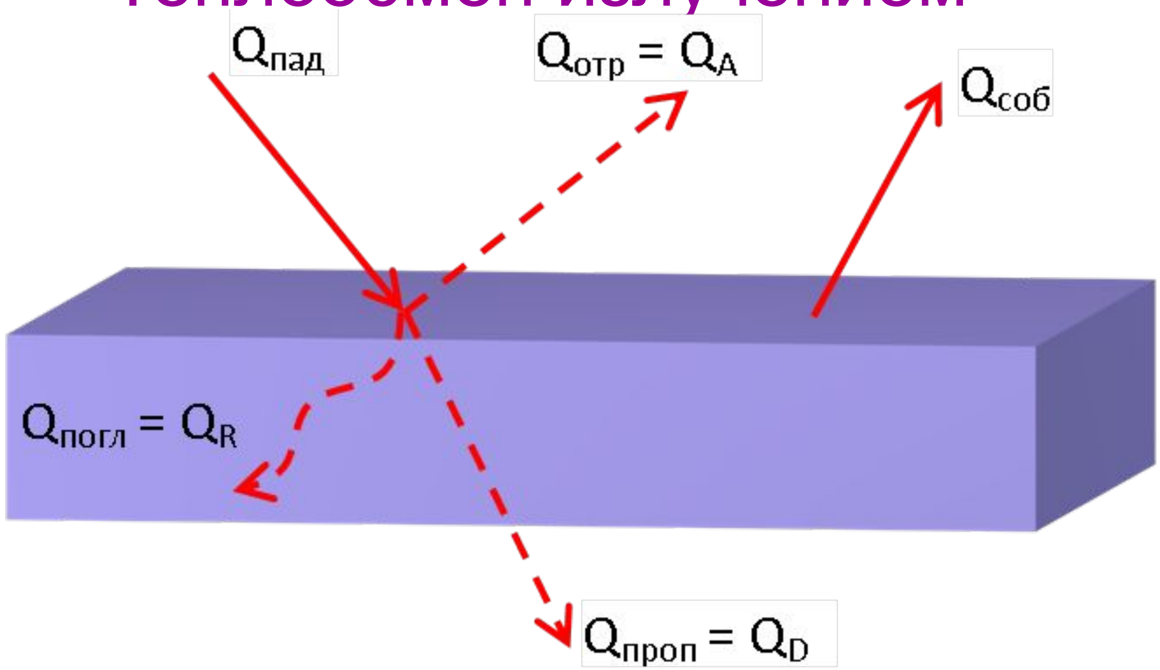
Расчет теплообмена излучением в реальных системах во многом основывается на законах излучения **абсолютно черного тела (а.ч.т.).** Под абсолютно черным телом понимается тело, у которого поглощательная способность A=1. Понятие абсолютно черного тела впервые было введено немецким физиком **Г. Кирхгофом.**

Теплообмен излучением



$$\boxed{\begin{aligned} &Q_0 = Q_A + Q_R + Q_D; \\ &1 = \frac{Q_A}{Q_0} + \frac{Q_R}{Q_0} + \frac{Q_D}{Q_0}; \\ &A + R + D = 1 \end{aligned}}$$

Теплообмен излучением



Кроме того, поток, испускаемый телом (средой) вследствие теплового излучения, называют **потоком собственного излучения**.

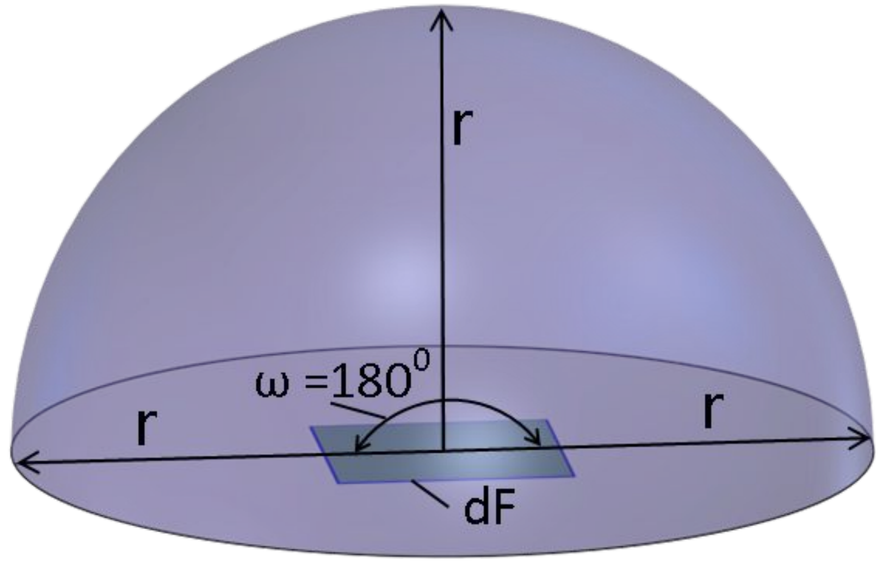
Сумма потоков собственного и отраженного излучений называют потоком **эффективного излучения**

Qсоб + Qотр = Qэф.

Разность меду потоками падающего и эффективного излучения, называют потоком **результирующего излучения**

Qпад – Qэф = Qрез.

Теплообмен излучением



Поток излучения через единицу поверхности $\boxed{\frac{Q}{F} = E\left[\frac{Вт}{м^2}\right]}$

называют поверхностной плотностью потока излучения. Каждая поверхность излучает энергию по всем направлениям. Если представить всю совокупность этих направлений, то над излучающей поверхностью появится полусфера.

Теплообмен излучением

Если рассматривать излучение единицы поверхности в единицу времени в узком диапазоне длин волн dλ, то получим спектральную (монохроматическую) плотность излучения, которую обозначают E_λ

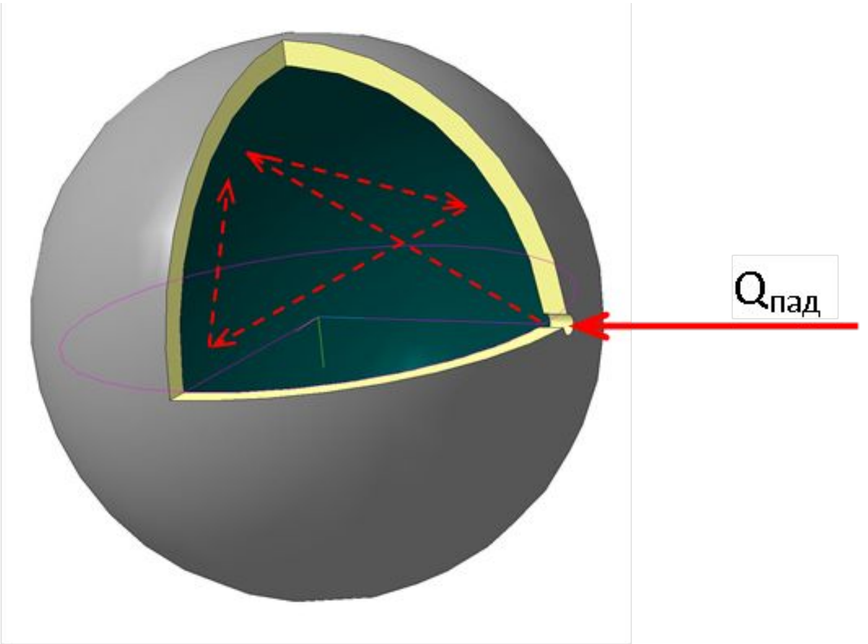
$$\boxed{\frac{dE}{d\lambda} = E_\lambda \left[\frac{\quad}{\quad^{3}} \right]}$$

Таким образом, можно получить физический смысл плотности потока излучения E:

$$\boxed{E = \int_0^\lambda E_\lambda d\lambda}$$

- это интегральная характеристика.

Законы излучения АЧТ



В теории теплообмена излучением используют понятие **абсолютно черного тела (а.ч.т.).** Моделью а.ч.т. служит отверстие в стенке непрозрачного полого тела, например сферы, много меньшее самой полости. Характеристики отражательной способности и внутренней сферы при этом не имеют никакого значения. Любой луч, вошедший в такое отверстие, при многократном отражении внутри сферы будет поглощен практически полностью и обратно из полого тела не выйдет.

Следует отметить, что **при данной температуре а.ч.т. излучает (поглощает) максимально возможное количество энергии.**

Законы излучения АЧТ

Возрастание **спектральной плотности излучения** с повышением температуры различно для волн разных длин и в области сравнительно невысоких температур для абсолютно черного тела описывается **уравнением Вина**:

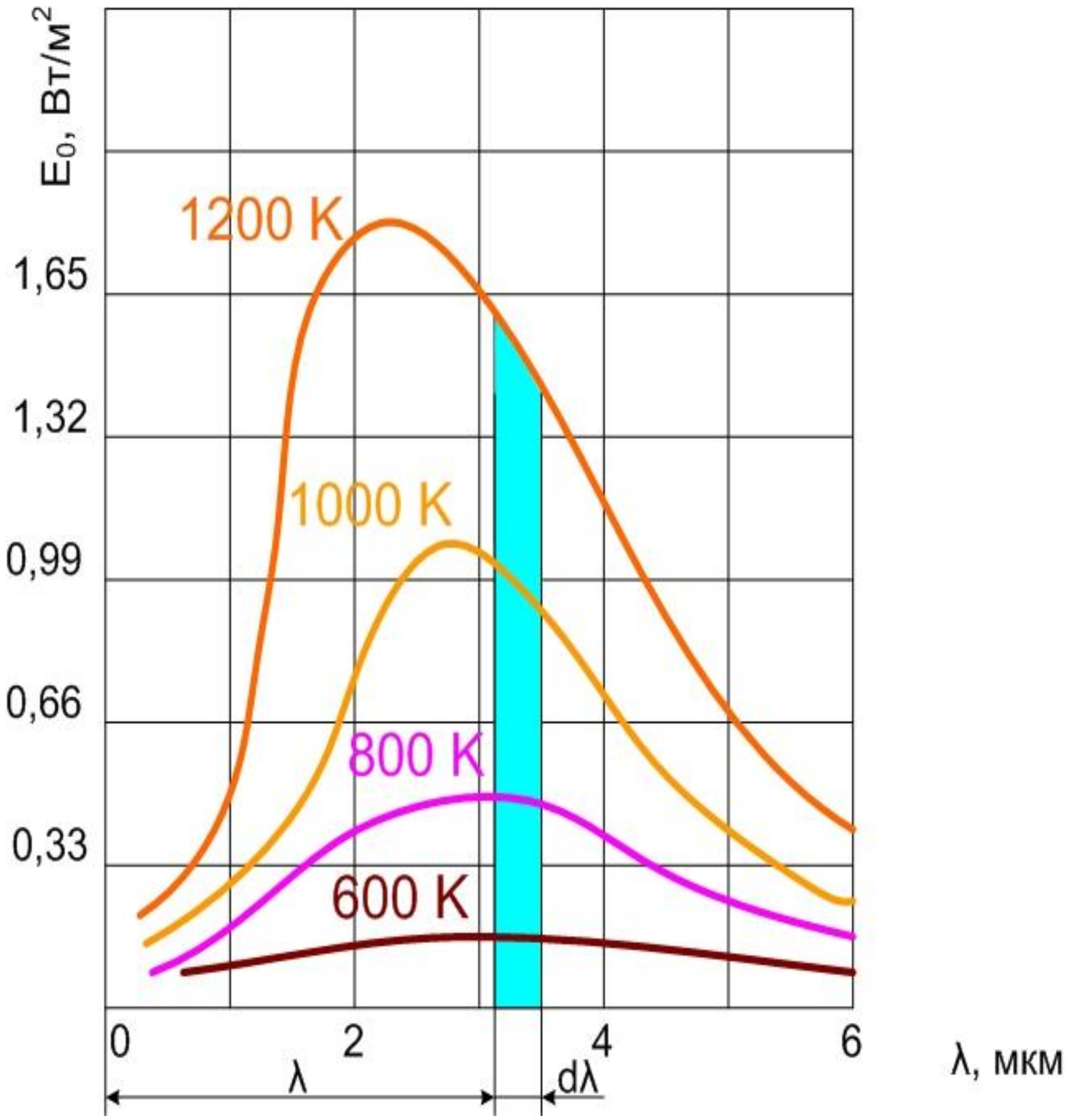
$$\boxed{E_{0\lambda} = C_1 \lambda^{-5} \exp(-C_2/\lambda T)}$$

где $E_{0\lambda}$ - спектральная плотность излучения абсолютно черного тела для волны длиной λ; T — абсолютная температура тела, К; C_1 и C_2 — константы излучения, числовые значения которых зависят от принятой системы единиц.

При более высоких температурах спектральная плотность излучения абсолютно черного тела описывается **уравнением Планка**:

$$\boxed{E_{0\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp(C_2/\lambda T - 1)}}$$

Законы излучения АЧТ



Законы излучения АЧТ

Чаще других в инженерных расчетах для определения **интегральной плотности полусферического излучения E_0** используется закон Стефана-Больцмана. Она определяется интегрированием уравнения закона Планка длине волны   в пределах от 0 до ∞.

$$\boxed{E_0 = \int_0^\infty E_{o\lambda} d\lambda = \int_0^\infty \frac{c_1}{\lambda^5} \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1} d\lambda.}$$

В результате интегрирования получаем математическое выражение закона Стефана-Больцмана

$$\boxed{E_0 = \sigma_o T^4}$$

где $\boxed{\sigma_o = 5{,}7 \cdot 10^{-8}}$ Вт/(м^{2}К^4) – константа излучения абсолютно черного тела.

Законы излучения АЧТ

Интегральное излучение абсолютно черного тела описывается **уравнением Стефана—Больцмана**:

$$\boxed{E_0 = C_0\left(\frac{T}{100}\right)^4,}$$

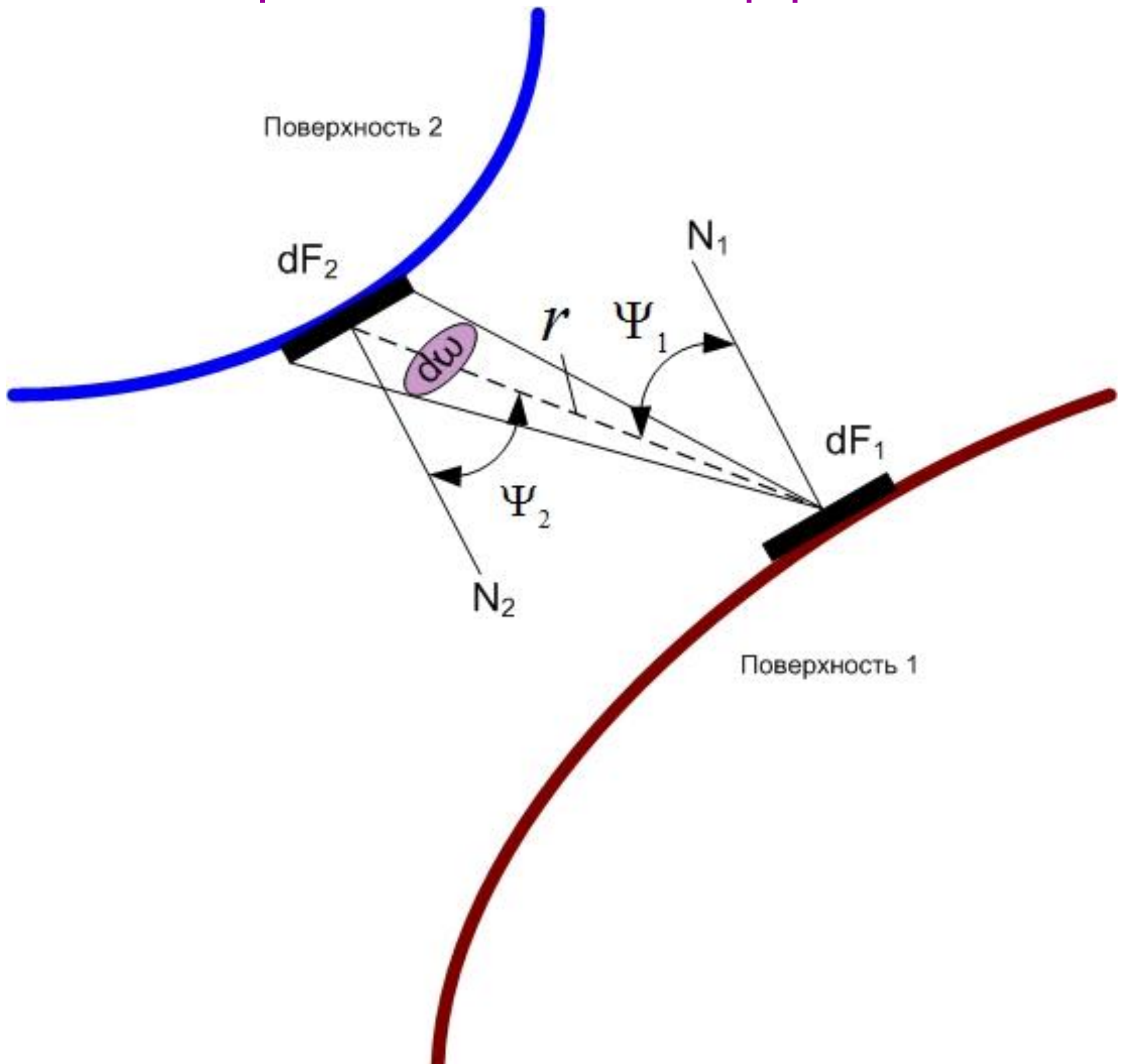
где C_0 — коэффициент излучения абсолютно черного тела; T — абсолютная температура излучающей поверхности, К.

Строго закон Стефана – Больцмана **справедлив только для абсолютно черного тела.** Однако опытами Стефана и других исследователей было показано, что этот закон может быть применен и к реальным серым телам. В этом случае он принимает вид:

Интегральное излучение реального тела, нагретого до температуры *T:*

$$\boxed{E = \varepsilon C_0 (T/100)^4}$$

Теплообмен излучением системы тел в лучепрозрачной среде. Угловой коэффициент



Теплообмен излучением системы тел в лучепрозрачной среде. Угловой коэффициент

Угловой коэффициент

$$\boxed{d\varphi_{1-2} = \frac{\cos\Psi_1 \cos\Psi_2}{\pi r^2} dF_2}$$

$$\boxed{d\varphi_{2-1} = \frac{\cos\Psi_1 \cos\Psi_2}{\pi r^2} dF_1}$$

Показывает долю полусферического излучения, попадающего с одной элементарной площадки на другую. Значение определяется лишь взаимным расположением площадок.

Теплообмен излучением системы тел в лучепрозрачной среде. Угловой коэффициент

При рассмотрении теплообмена между поверхностями F_1 и F_2 необходимо последнее уравнение проинтегрировать по этим поверхностям.

Средний угловой коэффициент излучения, или средний коэффициент облученности, равен отношению потока излучения всей поверхности F_1, падающего на поверхность конечного размера F_2, к потоку полусферического эффективного излучения поверхности.

Таким же образом может быть найден **средний угловой коэффициент излучения**

$$\boxed{\varphi_{21} = \frac{1}{F_2} \iint\limits_{F_1 F_2} \frac{\cos\theta_2 \cos\theta_1}{\pi r_{2-1}^2} dF_2 dF_1.}$$

Теплообмен излучением системы тел в лучепрозрачной среде. Угловой коэффициент

Приведенные оптико-геометрические характеристики обладают рядом свойств. Важнейшие из них следующие:

1. Свойство взаимности

$$\boxed{\varphi_{ik}F_i = \varphi_{ki}F_k}$$

Физическая сущность этого свойства заключается в том, что при равенстве температур и коэффициентов излучения, например, двух поверхностей, поток излучения, попадающий с первой поверхности на вторую, равен потоку излучения, попадающему со второй поверхности на первую.

2. Свойство замкнутости

$$\boxed{\varphi_{ii} + \sum_{k=1}^{n} \varphi_{ik} = 1}$$

т.е. сумма угловых коэффициентов излучения с i -ой поверхности на все окружающие ее поверхности и на самое себя равна единице.

Теплообмен излучением системы тел в лучепрозрачной среде. Угловой коэффициент

3. Свойство аддитивности

$$\boxed{\varphi_{ik} = \varphi_{ik_1} + \varphi_{ik_2} + \varphi_{ik_3} +,\ldots,+ \varphi_{ik_n},}$$

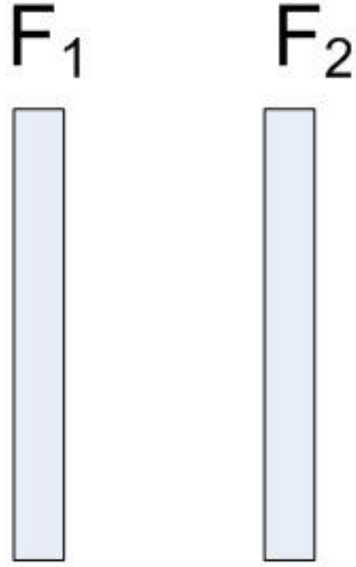
заключается в том, что угловой коэффициент излучения φ_{ik} с поверхности i на сложную поверхность, состоящую из отдельных частей $k_1, k_2, k_3,\ldots, k_n$, равен сумме угловых коэффициентов с i-ой поверхности на каждую k- ую.

4. Свойство невогнутости

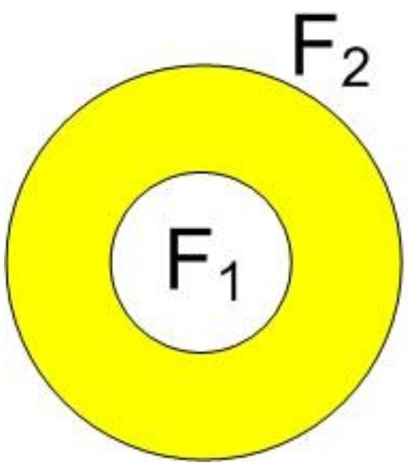
$$\boxed{\varphi_{ii} = 0}$$

указывает на то, что плоское или выгнутое тело не может излучать само на себя.

Теплообмен излучением системы тел в лучепрозрачной среде. Угловой коэффициент



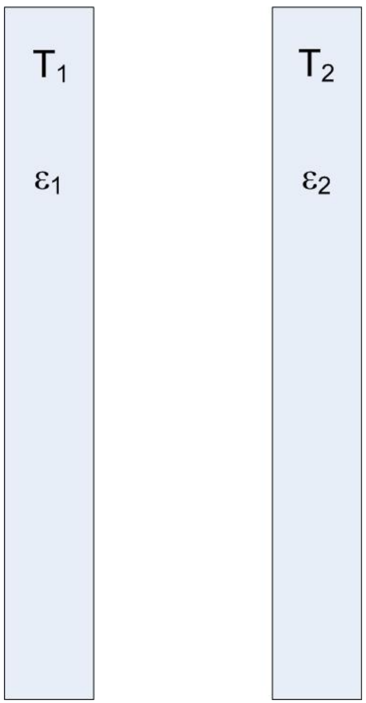
$$\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} = 1$$



$$\varphi_{1-2} = 1; \varphi_{2-1} = \frac{F_1}{F_2}$$

$$\varphi_{1-2} F_1 = \varphi_{2-1} F_2$$

Теплообмен излучением системы тел в лучепрозрачной среде



Пусть $\boxed{T_1 > T_2}$

Введем понятие эффективного излучения:

$$\boxed{E_{эфф1} = E_1 + E_{эфф2}(1 - \varepsilon_1)}$$

$$\boxed{E_{эфф2} = E_2 + E_{эфф1}(1 - \varepsilon_2)}$$

Результирующий лучистый тепловой поток:

$$\boxed{q_{1-2} = E_{эфф1} - E_{эфф2}}$$

Применяем закон Стефана-Больцмана:

$$\boxed{q_{1-2} = \frac{C_0}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}$$

Особенности излучения реальных тел

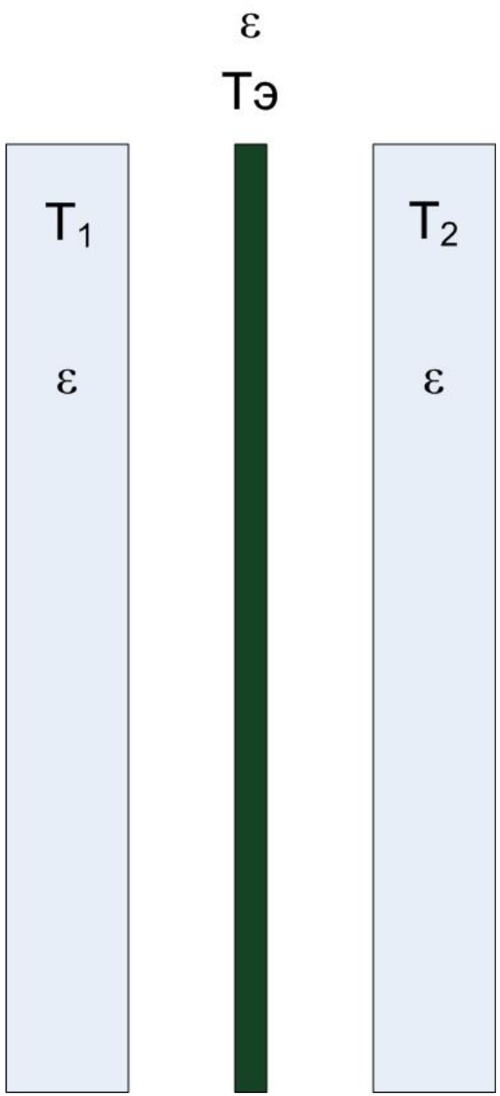
Результирующий поток излучения в системе двух серых поверхностей с учетом геометрии системы:

$$Q_1^{\text{рез}} = C_{\text{пр}} \cdot \left[\left(\frac{T_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \right] \cdot F_1$$

$$C_{\text{пр}} = \frac{\varphi_{12}}{\frac{1}{C_0} + \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0} \right) \cdot \varphi_{12} + \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0} \right) \cdot \varphi_{21}}$$

$C_{пр}$ называется **приведенным коэффициентом излучения системы**, Вт/(м^{2}К^4); он учитывает **оптические и геометрические** свойства системы. Величины $C_1=\varepsilon_1 C_0$ и $C_2=\varepsilon_2 C_0$ называются коэффициентами излучения соответственно поверхностей F_1 и F_2, Вт/(м^{2}К^4). Результирующий поток пропорционален разности температур в четвертых степенях.

Использование экранов для защиты от излучения



Приведенная степень черноты системы тел:

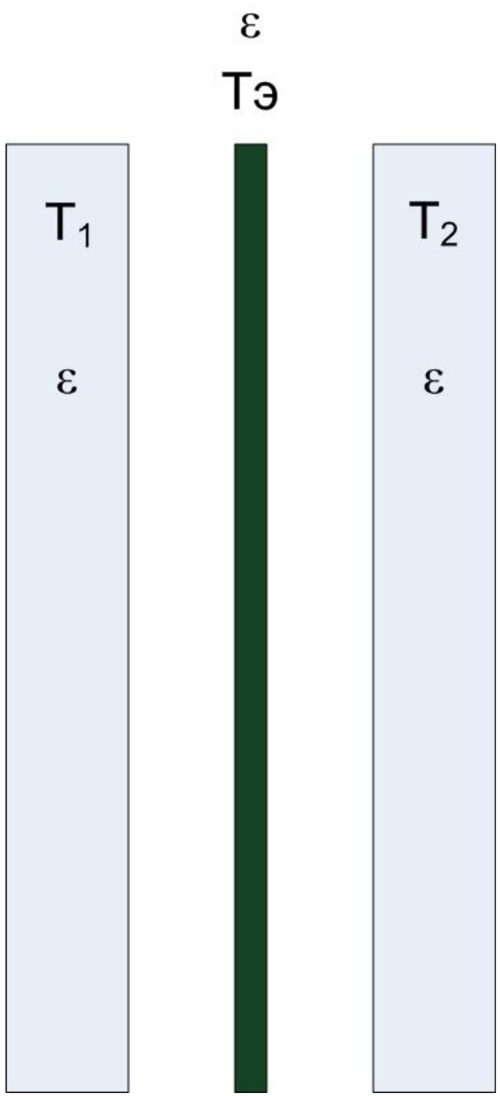
$$\varepsilon_{пр} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} - 1} = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon}$$

Удельный тепловой поток:

$$q_{1-э} = \varepsilon_{пр} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_э}{100} \right)^4 \right]$$

$$q_{э-2} = \varepsilon_{пр} C_0 \left[\left(\frac{T_э}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

Использование экранов для защиты от излучения



В стационарном тепловом режиме:

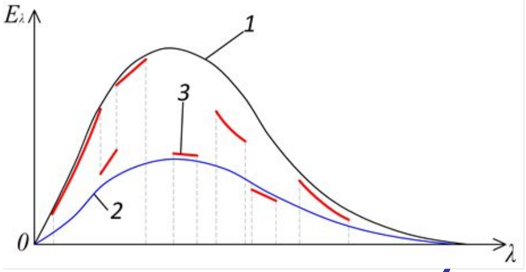
$$q_{1-э} = q_{э-2} = \frac{1}{2}\varepsilon_{пр} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

Для многослойной тепловой изоляции (n экранов):

$$\frac{q_{1-2}^{э}}{q_{1-2}} = \frac{1}{(1+n)\dfrac{\varepsilon(2-\varepsilon_э)}{\varepsilon_э(2-\varepsilon)}}$$

Тепловое излучение газов

1. **Селективность.**



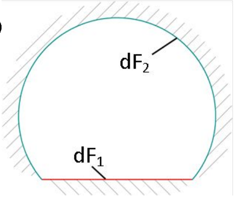
2. **Только излучают и поглощают (свойства отражения не имеют).**
3. **Излучение и поглощение протекают в объеме.**
4. **Свойственно газам со сложной молекулой (трехатомной или более сложной, двухатомной с несимметричной молекулой).**
5. **Для газов ε≠a.**

Характеристика излучающего объема – эффективная длина луча:

$$\boxed{S_{эфф} = m\frac{4V}{F}}$$

m – коэффициент эффективности газового объема, зависящий от формы газового объема и от степени черноты газов. В инженерных расчетах соответствует

m =0,85… 0,9



Тепловое излучение газов

Степень черноты:

$$\varepsilon_г = 1 - \exp(-k_\lambda (p_{H2O} + p_{CO2}) S_{эфф})$$

Спектральный коэффициент ослабления:

$$k_\lambda = \frac{(0,8 + 1,6 p_{H2O})(1 - 0,00038T)}{\left[(p_{H2O} + p_{CO2}) S\right]^{0,5}}$$

Коэффициент поглощения газового объема:

$$a_г = 1 - \exp(-k_\lambda (p_{H2O} + p_{CO2}) S_{эфф})$$

Спектральный коэффициент ослабления:

$$k_\lambda = \frac{(0,8 + 1,6 p_{H2O})(1 - 0,00038T_c)}{\left[(p_{H2O} + p_{CO2}) S\right]^{0,5}}$$

Тепловое излучение газов

Плотность лучистого теплового потока, излучаемого газом на стенку (формула Поляка):

$$q = \frac{C_0}{\frac{1}{a_г} + \frac{1}{\varepsilon_{ст}} - 1} \left[\frac{\varepsilon_г}{a_г} \left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ст}}{100} \right)^4 \right]$$

Сложный теплообмен

Для расчетов сложного теплообмена (излучением и конвекцией) с формальной точки зрения удобно описывать $Q^{\text{рез}}$ формулой, аналогичной закону Ньютона для конвективной теплоотдачи. Считаем, что теплота передается обоими механизмами параллельно:

$$Q^{\text{конв}} = \alpha_{к} F\left(T_0 - T_n\right)\cdot$$

$$Q^{\text{луч}} = \ _{\text{пр}}\left[\left(\frac{T_0}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_F}{100}\right)^4\right]\cdot$$

$$\alpha_{\text{изл}} = C_{\text{пр}} \cdot \frac{\left(\frac{T_0}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_n}{100}\right)^4}{T_0 - T_n}$$

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{изл}}$$

$$Q^{\text{рез}} = \left(\alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{изл}}\right)\left(T_0 - T_n\right)\cdot F$$

Задача стационарной теплопередачи на примере полуграниченной пластины и длинного цилиндра

Постановка задачи по расчету теплопередачи между двумя средами через плоскую стенку

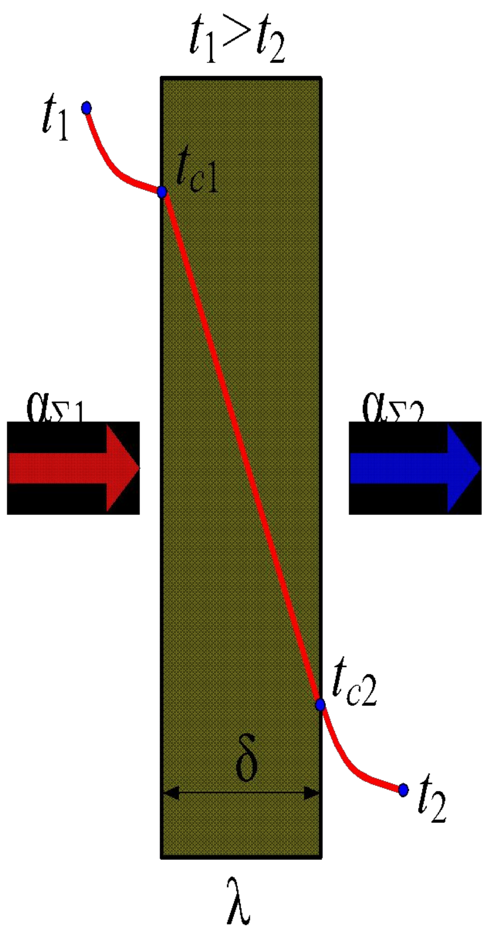


Схема теплопередачи через плоскую однородную стенку:

t_1, t_2 – температура сред 1 и 2;

t_{c1}, t_{c2} – температура внутренней и наружной поверхности стенки;

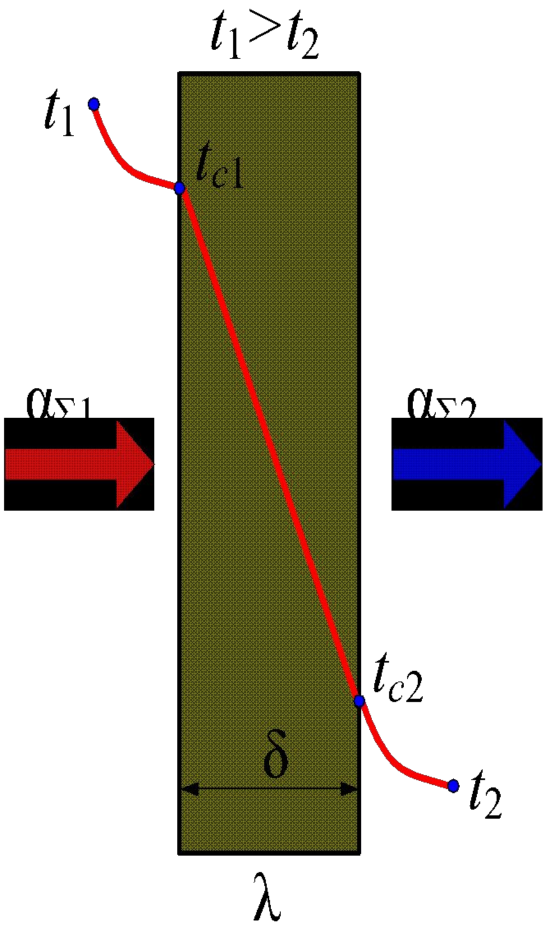
$\alpha_{\Sigma 1}$ – суммарный коэффициент теплоотдачи от среды 1 к внутренней поверхности стенки, Вт/(м^2·К);

$\alpha_{\Sigma 2}$ – суммарный коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стенки к среде 2, Вт/(м^2·К);

δ – толщина стенки, м;

λ – коэффициент теплопроводности материала стенки, Вт/(м·К).

Расчет теплопередачи через плоскую однородную стенку



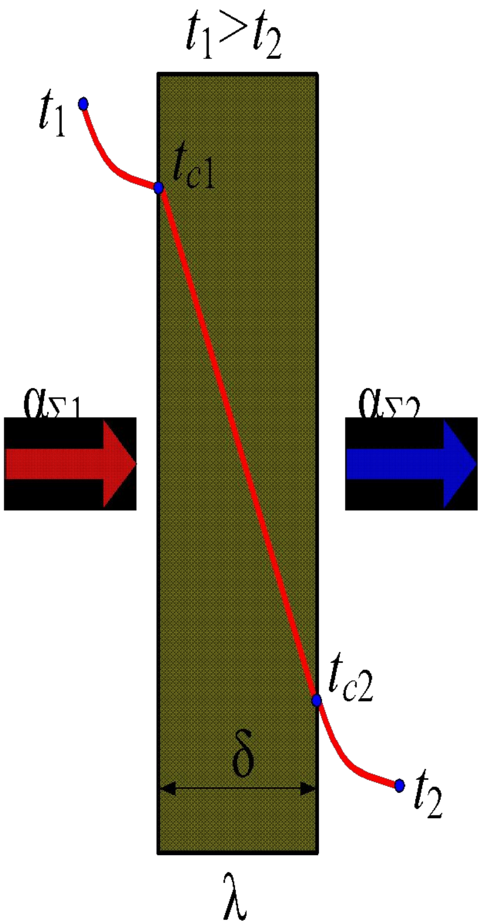
Плотность теплового потока q, Вт/м^2:

$$q = \alpha_{\Sigma 1}(t_1 - t_{c1}),$$

$$q = \frac{(t_{c1} - t_{c2})}{\delta / \lambda},$$

$$q = \alpha_{\Sigma 2}(t_{c2} - t_2).$$

Расчет теплопередачи через плоскую однородную стенку

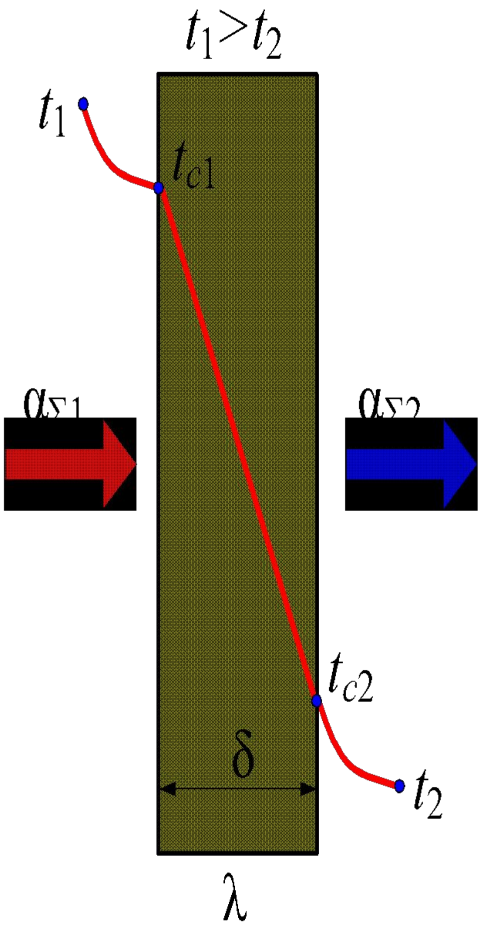


Величина плотности теплового потока:

Коэффициент теплопередачи k, Вт/(м^2·К):

$$\boxed{k = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 1}} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 2}}}.}$$

Удельный и полный тепловой поток через плоскую однородную стенку



Плотность теплового потока (удельный тепловой поток) через плоскую однородную стенку q, Вт/м^2:

$$\boxed{q = k(t_1 - t_2).}$$

Полный тепловой поток Q, Вт через стенку площадью F, м^2:

$$\boxed{Q = k(t_1 - t_2)F.}$$

Постановка задачи по расчету теплопередачи между двумя средами через плоскую многослойную стенку

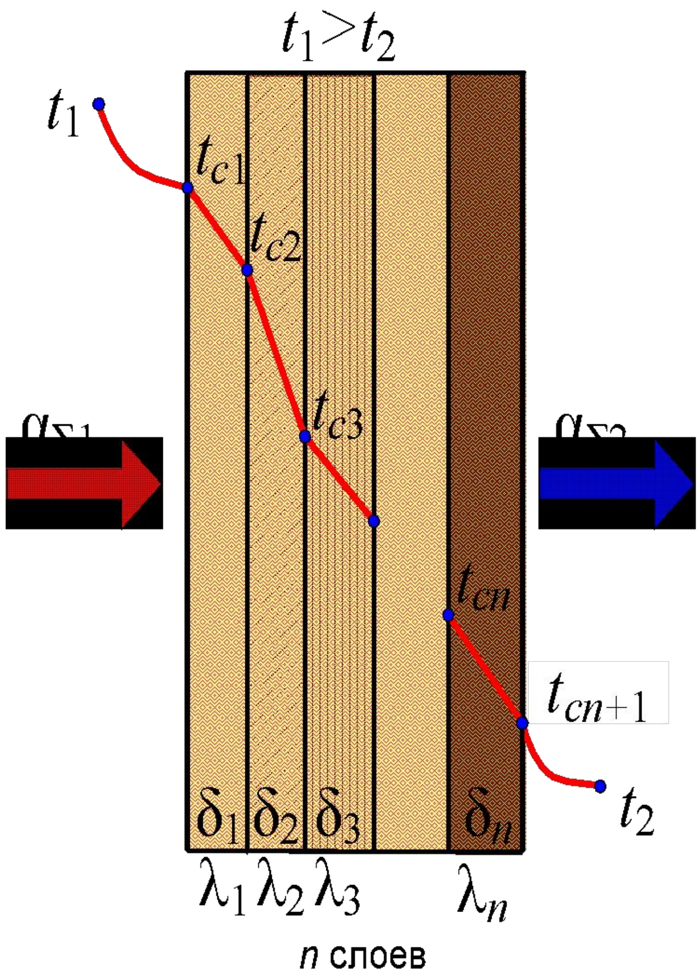


Схема теплопередачи через плоскую многослойную стенку:

t_1, t_2 – температура сред 1 и 2;

$t_{c1}, t_{c2}, \ldots t_{cn+1}$ – температура слоев стенки;

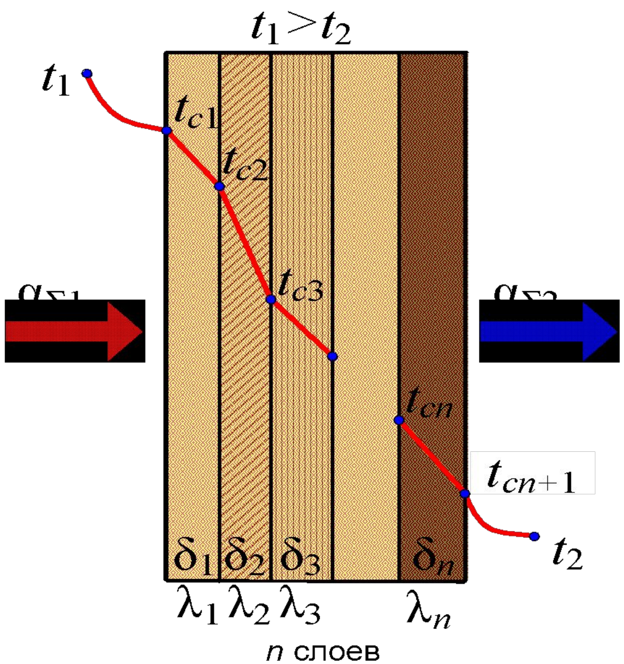
$\alpha_{\Sigma 1}$ – суммарный коэффициент теплоотдачи от среды 1 к внутренней поверхности стенки, Вт/(м^2·К);

$\alpha_{\Sigma 2}$ – суммарный коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стенки к среде 2, Вт/(м^2·К);

$\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ – толщина элементов стенки, м;

$\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ – коэффициент теплопроводности материала элементов стенки, Вт/(м·К).

Расчет теплопередачи через плоскую многослойную стенку



Суммарное термическое сопротивление слоев:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}.}$$

Значение удельного и полного тепловых потоков через многослойную стенку:

$$\boxed{q = \frac{(t_1 - t_2)}{1/\alpha_{\Sigma 1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + 1/\alpha_{\Sigma 2}}; Q = qF.}$$

Постановка задачи по расчету теплопередачи между двумя средами через цилиндрическую стенку

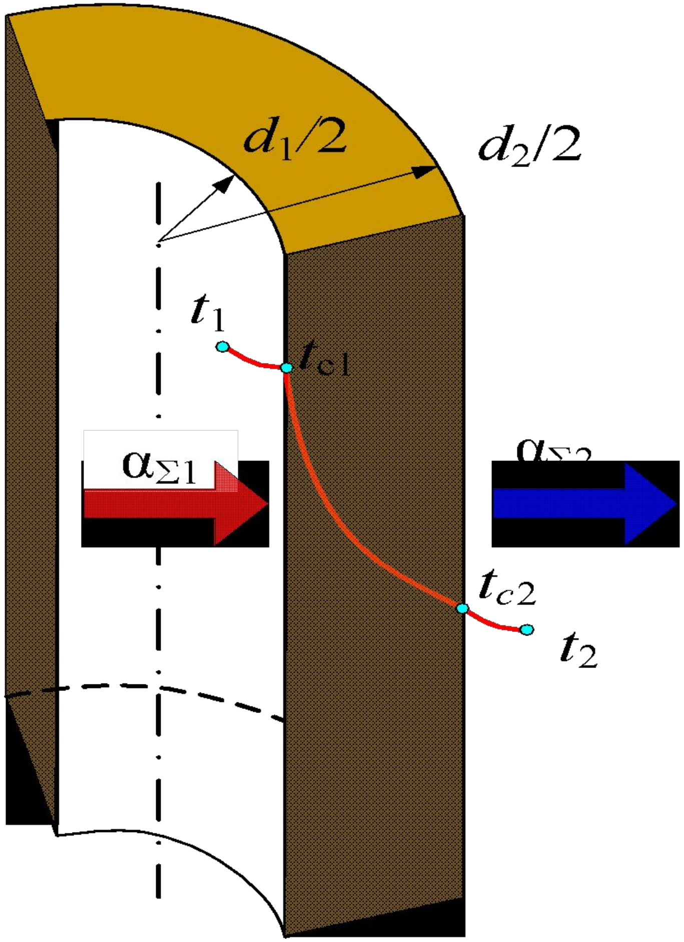


Схема теплопередачи через цилиндрическую однородную стенку:

t_1, t_2 – температура сред 1 и 2;

t_{c1}, t_{c2} – температура внутренней и наружной поверхности цилиндрической стенки;

$\alpha_{\Sigma 1}$ – суммарный коэффициент теплоотдачи от среды 1 к внутренней поверхности стенки, Вт/(м^2·К);

$\alpha_{\Sigma 2}$ – суммарный коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стенки к среде 2, Вт/(м^2·К);

d_1, d_2 – внутренний и наружный диаметр стенки, м;

λ – коэффициент теплопроводности материала стенки, Вт/(м·К).

Расчет теплопередачи через цилиндрическую однородную стенку

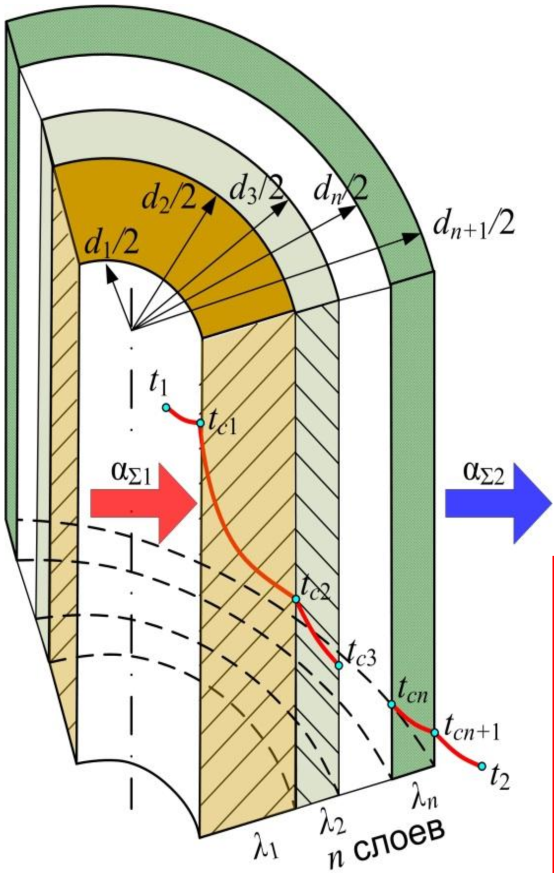
Линейная плотность теплового потока q_l , Вт/м:

$$q_l = \frac{\pi(t_1 - t_2)}{\dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 1} d_1} + \dfrac{1}{2\lambda}\ln\dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 2} d_2}}.$$

Линейный коэффициент теплопередачи k_l, Вт/(м·К):

$$k_l = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 1} d_1} + \dfrac{1}{2\lambda}\ln\dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 2} d_2}}.$$

Расчет теплопередачи через цилиндрическую многослойную стенку

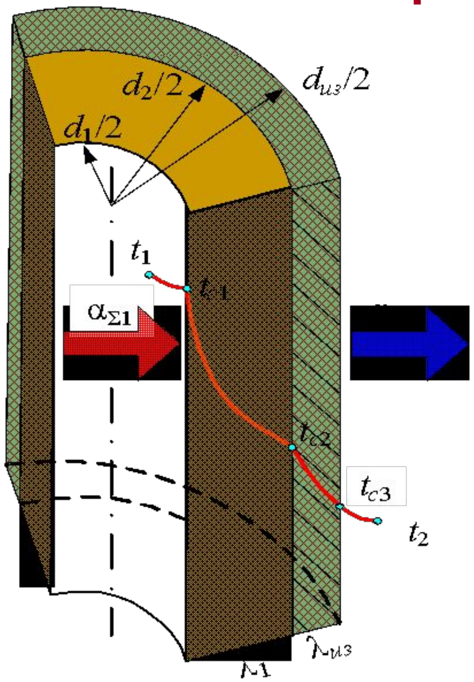


Линейная плотность теплового потока и **полный тепловой поток** Q, Вт, передаваемый от одной среды к другой через элемент длиной l, м для n-однослойной цилиндрической поверхности составит:

$$q_l = \frac{\pi(t_1 - t_2)}{\dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 1} d_1} + \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{2\lambda_i} \ln \dfrac{d_{i+1}}{d_i} + \dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 2} d_{n+1}}};$$

$$Q = k_l l.$$

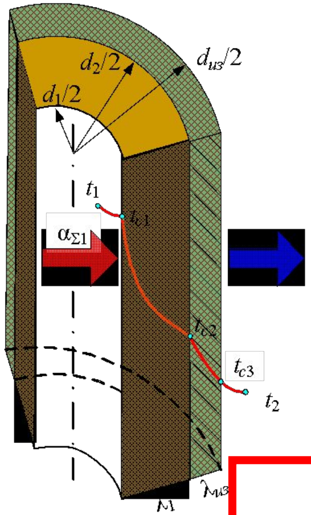
Тепловая изоляция. Критический диаметр для цилиндрической поверхности



Полное термическое сопротивление R_Σ цилиндрической поверхности, состоящей из двух слоев, где наружный слой – изоляционный с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{из}$:

$$\boxed{R_\Sigma = \frac{1}{\alpha_{\Sigma 1} d_1} + \frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}}\ln\frac{d_{из}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_{\Sigma 2} d_{из}}.}$$

Тепловая изоляция. Критический диаметр для цилиндрической поверхности

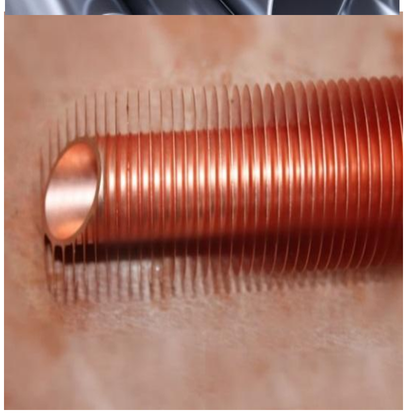


Критический диаметр изоляции определим, взяв производную от R_Σ по $d_{из}$:

$$\boxed{\frac{dR_\Sigma}{d(d_{из})} = \frac{1}{2\lambda_{из} d_{из(кр)}} - \frac{1}{\alpha_2 d^2_{из(кр)}} = 0;}$$

$$\boxed{d_{из(кр)} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}.}$$

Интенсификация теплопередачи для плоской и цилиндрической поверхности



$$q_l = \frac{\pi(t_1 - t_2)}{\dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 1} d_1} + \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{2\lambda_i} \ln \dfrac{d_{i+1}}{d_i} + \dfrac{1}{\alpha_{\Sigma 2} d_{n+1}}};$$

$$Q = k_l l.$$

Уменьшение термического сопротивления:

- интенсификация коэффициента $\alpha_{\Sigma 1}$;
- выбор материала и толщины стенки;
- интенсификация коэффициента $\alpha_{\Sigma 2}$.

Теплопроводность при нестационарном режиме

Процессы **нестационарной теплопроводности** характеризуются изменением поля температуры в теле не только в пространстве, но и во времени.

Эти процессы происходят при нагревании и охлаждении заготовок, пуске и остановке различных теплообменных устройств и т. д.

Решение инженерных задач нестационарной теплопроводности связано с определением:

– **температурного поля** тела при заданном времени воздействия теплового потока;

– нахождением **времени** тепловой обработки тела при достижении температурные полем заданного по технологии значения.

– **количества передаваемой теплоты** при нестационарном режиме, которое во времени также непостоянно. По мере прогрева тела количество воспринимаемой теплоты сначала увеличивается, достигает максимума, затем уменьшается и в пределе при тепловом равновесии становится равным нулю.

Теплопроводность при нестационарном режиме

Нагревание или охлаждение тел сопровождается **непрерывным изменением температуры внутри этих тел** и на их поверхностях и по своей физической сущности связано с **изменением теплосодержания.** Так как **скорость изменения теплосодержания** прямо пропорциональна способности материала проводить теплоту, т.е. **коэффициенту теплопроводности λ** и **обратно пропорциональна его аккумулирующей способности**, т.е. объемной теплоемкости **cρ**, то в целом скорость нагревания или охлаждения тела при нестационарном режиме определяется значением коэффициента температуропроводности:

$$\boxed{a = \frac{\lambda}{c\rho}, \frac{м^2}{с}.}$$

Теплопроводность при нестационарном режиме

Уравнение Фурье для нестационарных условий

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right),} \qquad \boxed{a = \frac{\lambda}{c\rho}}$$

Это уравнение имеет бесчисленное множество решений, соответствующих бесчисленному классу явлений теплопроводности. Чтобы из этого множества решений выделить одно, соответствующее единичному явлению данного класса, необходимо задать условия однозначности, включающие в себя:

– **геометрические условия**, определяющие форму и размеры тела;

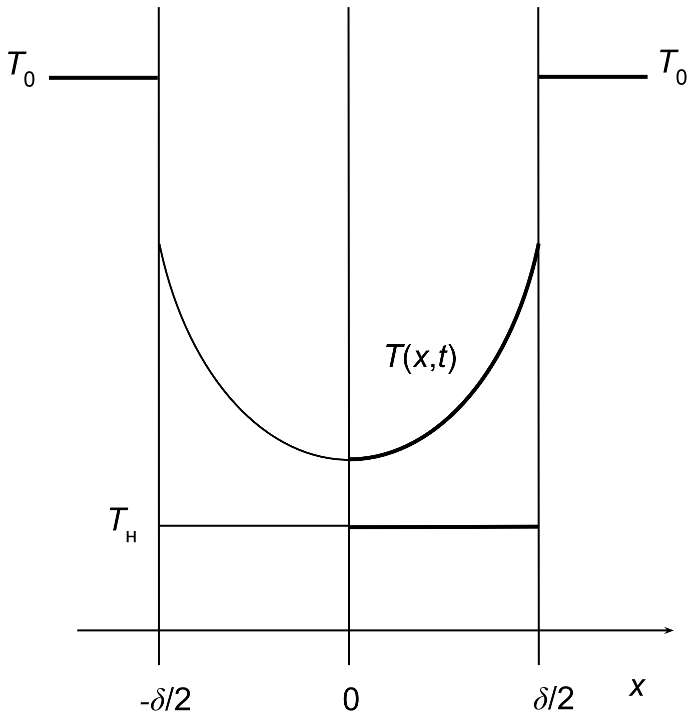
– **физические параметры материала** (коэффициент теплопроводности, удельную теплоемкость, плотность);

– **начальные условия**, т. е. распределение температуры в объеме тела в некоторый момент времени , принимаемый за начало отсчета;

– **граничные условия**, характеризующие тепловое взаимодействие поверхности тела с окружающей средой.

Теплопроводность при нестационарном режиме

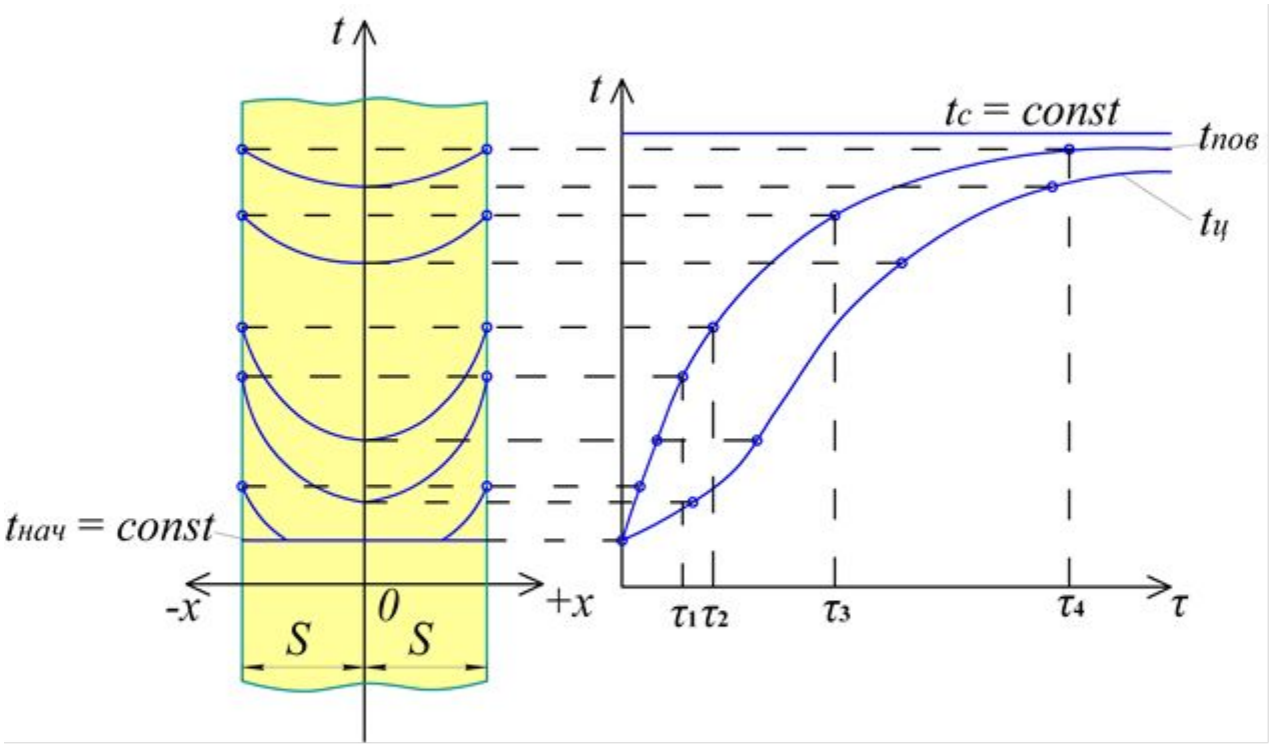
Граничные условия **третьего рода** являются наиболее общим и часто встречающимся на практике случаем. Задаются **температура окружающей среды** и **закон теплообмена между окружающей средой и поверхностью тела.**



Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях третьего рода

Наибольшее распространение при решении инженерных задач, связанных с теплообменом в рабочем пространстве печей, получили **граничные условия III рода.**

Рассмотрим случай нагрева пластины толщиной **2S** и начальным распределением температуры, равномерным по толщине, $t_{нач} = const$.



Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях третьего рода

Используя математической описание условий задачи при **граничных условиях третьего рода**, уравнение теплопроводности **Фурье для пластины**, применяя возможности теории подобия, можно получить общее решение задачи относительно температурного поля:

$$\boxed{\Theta(X, Fo) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(\delta_n X) \exp\left(-\delta_n^2 Fo\right)}$$

где D_n – постоянные коэффициенты суммы ряда;

δ_n – корни уравнения;

X – безразмерная (относительная) координата $X = \frac{x}{S}$;

Fo – **число подобия Фурье** (относительное время процесса) $Fo = \frac{a\tau}{S^2}$;

Θ – **относительная разность температур** (характеризует температурное поле)

$$\Theta = \frac{t_c - t}{t_c - t_{нач}}.$$

Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях третьего рода

Таким образом, общее решение задачи имеет вид бесконечного быстросходящегося ряда.

Скорость сходимости представленного уравнения общего решения задачи существенным образом зависит от величины **числа Био (Bi),** так как именно это число определяет значение корней характеристического уравнения.

Число подобия Био – безразмерный комплекс, который характеризует рассматриваемую задачу

$$\boxed{\mathrm{Bi} = \frac{\alpha_\Sigma S}{\lambda},}$$

где $\boldsymbol{\alpha_\Sigma}$ – суммарный коэффициент теплоотдачи среды к телу, Вт/(м^2 К);

S – определяющий геометрический размер (прогреваемая толщина), м;

λ – коэффициент теплопроводности материала тела, Вт/(м К).

Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях третьего рода

Критерий **Био** характеризует **термическую массивность тел** и определяет отношение **внутреннего** теплового сопротивления тела к **внешнему** сопротивлению теплоотдачи , то есть

$$\boxed{\mathrm{Bi} = \frac{\dfrac{S}{\lambda}}{\dfrac{1}{\alpha_\Sigma}}}$$

При значении числа **Био $\mathrm{Bi} \to 0$** (для практических расчетов $\mathrm{Bi} \le 0{,}25$) тело считается термически тонким. Это означает, что перепад температуры по сечению тела, во время нагрева или охлаждения, практически отсутствует, то есть $t_{пов} = t_{ц} = t_{мас} = t$ **.**

Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях третьего рода

Определение температуры термически тонкого тела

$$\boxed{t_{иск} = t_0 - (t_0 - t_{нач})\exp[-\frac{F\alpha_\Sigma \tau}{mC}],}$$

где t_0 – температура окружающей среды при граничных условиях третьего рода;

$t_{нач}$ – начальная температура тела;

F – площадь поверхности, м2;

α_Σ – суммарный коэффициент теплоотдачи, Вт/(м2·К);

τ – время, с;

m – масса тела, кг;

C – теплоемкость, Дж/(кг·К)

Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях третьего рода

Целью решения прямой задачи является определение температурного поля Θ при заданных условиях однозначности (Fo, Bi). В результате решения обратной задачи теплопроводности по известному температурному полю Θ находят условия однозначности – время процесса теплопроводности или коэффициент теплоотдачи. Также задачи нестационарной теплопроводности часто решаются с использованием графического метода разработанного Будриным Д.В. (рисунок 8). Графический метод позволяет с минимальной погрешностью для всех тел простейшей формы определить необходимые искомые величины характеризующие нестационарную теплопроводность в широком диапазоне чисел Fo и Bi.

$$\Theta = \frac{t_0 - t_{иск}}{t_0 - t_{нач}}; \mathrm{Bi} = \frac{\alpha l}{\lambda}; \mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{l^2}$$

$$\Theta = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo}, x/l)$$