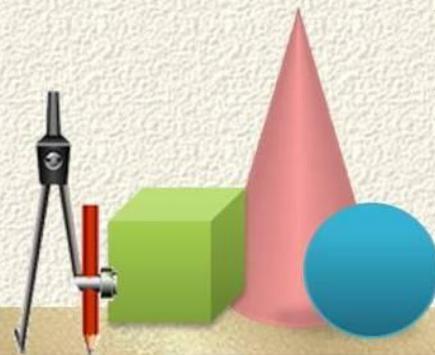


Преподавание элементов теории вероятности и статистики в 5-9 классах. Система подготовки учащихся к итоговой аттестации по данной теме



Подготовила: Сапа Т.В.
учитель математики





алгебра

геометрия

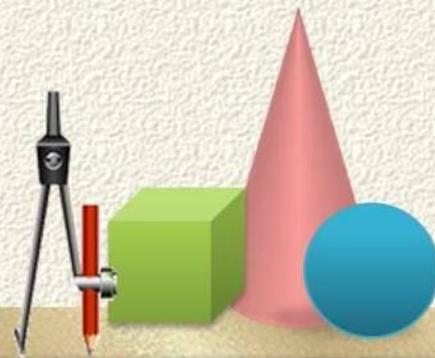
М
а
т
е
м
а
т
и
к
а

теория
вероятностей

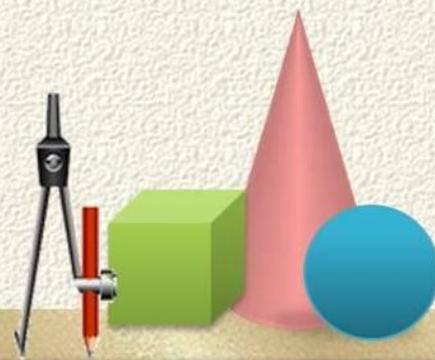
комбинаторика

ей

Современная концепция школьного математического образования ориентирована, прежде всего, на учет индивидуальности ребенка, его интересов и склонностей. Этим определяются критерии отбора содержания, разработка и внедрение новых, интерактивных методик преподавания, изменения в требованиях к математической подготовке ученика. И с этой точки зрения, когда речь идет не только об обучении математике, но и формировании личности с помощью математики, необходимость развития у всех школьников вероятностной интуиции и статистического мышления становится насущной задачей.

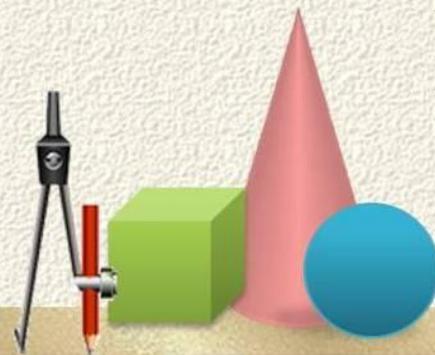


Реализация любой темы в школьном курсе сталкивается с рядом проблем. Одной из них является проблема содержания материала, что именно и в каких количествах изучать в школе. Так как школьный курс строго ограничен временными рамками, то приходится выбирать необходимый минимум, но чтоб он был достаточным, для достижения поставленных целей обучения по данной линии и математике вообще.



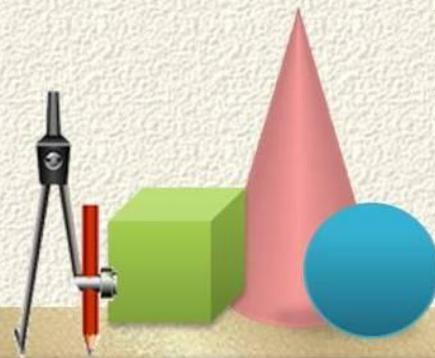
Содержание материала, обязательно изучаемого по данной теме в курсе средней общеобразовательной школы, должно включать:

- понятие и примеры случайных событий;
- понятия частоты события и вероятности;
- равновозможные события и подсчет их вероятности;
- представление о геометрической вероятности;
- представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- средние результаты измерений;
- понятие о статистическом выводе на основе выборки.
- понятие о комбинаторике и вероятности.



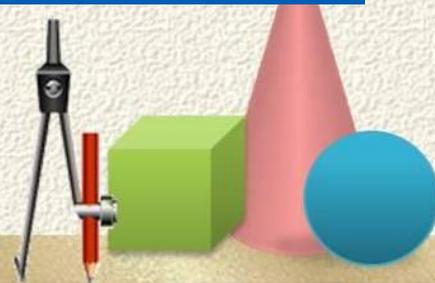
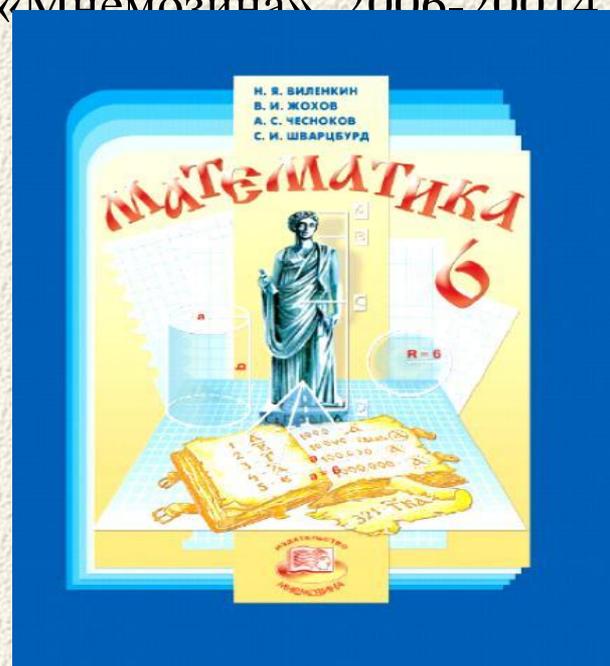
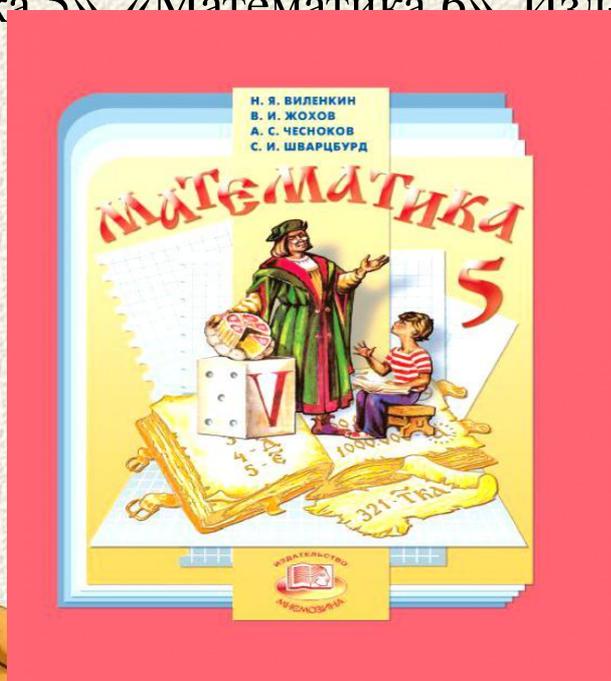
Согласно требованиям стандарта по математике после изучения данной темы **учащиеся должны уметь:**

- находить вероятности случайных событий в простейших случаях;
- находить частоту событий, используя собственные наблюдения и готовые статистические данные;
- вычислять средние значения результатов измерений;
- сравнивать шансы наступления случайных событий, оценки вероятности случайного события в практических ситуациях, сопоставление модели с реальной ситуацией;
- понимать статистические рассуждения;
- анализировать реальные числовые данные, представленные в виде диаграмм, графиков, таблиц.
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля, вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять, в простейших случаях, вероятности событий на основе подсчета числа исходов.



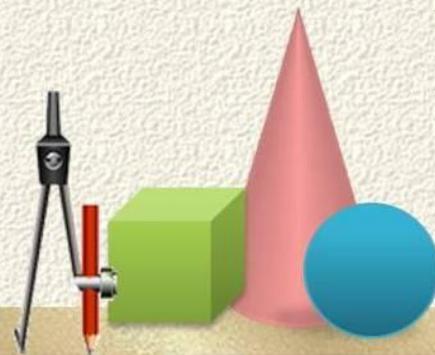
При реализации стохастической линии учителю необходимо обратить внимание на **особенности учебников и УМК по математике**, которые им используются в образовательном процессе.

- Учебник Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. «Математика 5» «Математика 6» Изд-во «Мнемозина» 2006-20014



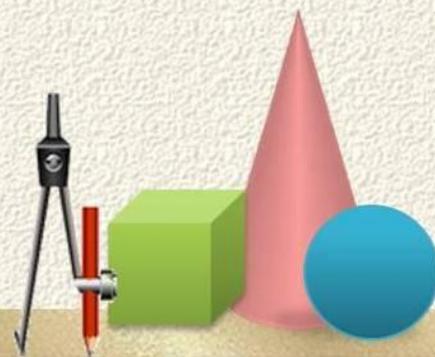
Для каждого класса ставятся свои цели и задачи, для реализации которых необходим правильно подобранный набор задач.

- **Методика реализации стохастической линии в 5 классе.**
- Основными задачами на этом этапе являются:
- Выработка умений и навыков работать с таблицей, извлекать из таблиц информацию и анализировать ее.
- Выработка умений заполнять в таблице пустые графы (строки, столбцы).
- Формирование умений читать диаграммы, извлекать необходимую информацию.
- Формирование умений и навыков в составлении, выборе и упорядочении комбинаторных наборов.
- Формирование умений подсчета комбинаторных объектов, методом непосредственного перебора.
- Показать, что такое дерево возможных вариантов, его использование как один из методов решения КЗ.
- Формирование представления о том, какое событие является достоверным, какое невозможным, и какое событие мы можем назвать случайным.
- Формирование у учащихся понимания степени случайности в различных событиях и явлениях и использование для ее оценки адекватных вероятностных терминов («достоверно», «маловероятно» и т.д.).

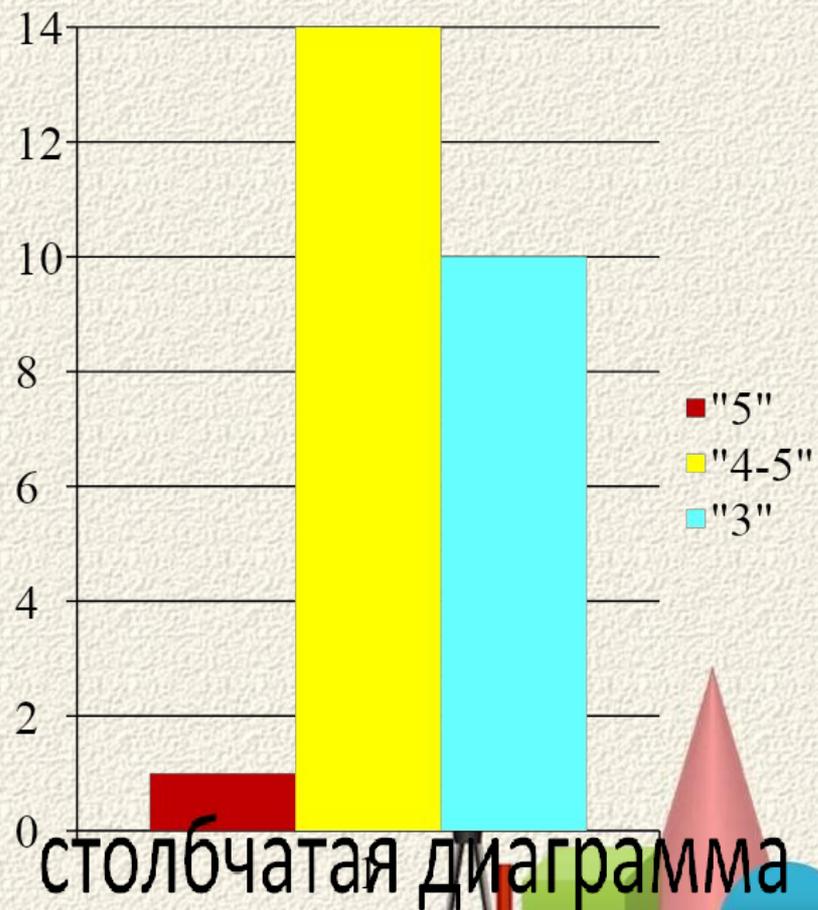


Очень важным элементом стохастики является анализ данных и начальным этапом анализа данных является работа с таблицами и диаграммами, которую необходимо начинать в 5 классе.

Начинать рассмотрение таблиц нужно с рассмотрения уже известных учащимся таблиц, в частности: страница классного журнала, расписание уроков и т.п. С такими таблицами учащиеся чаще всего уже уметь работать и извлекать из нее всю необходимую им информацию.



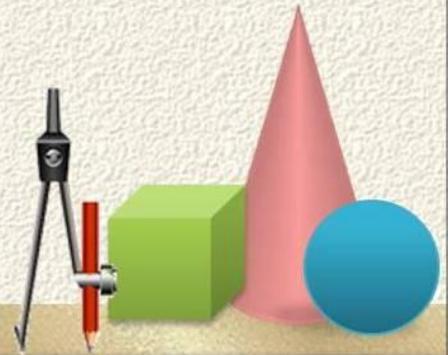
Третью четверть закончили на
«5» - 1, на «4-5» - 14, «4-3»-10 учеников



столбчатая диаграмма

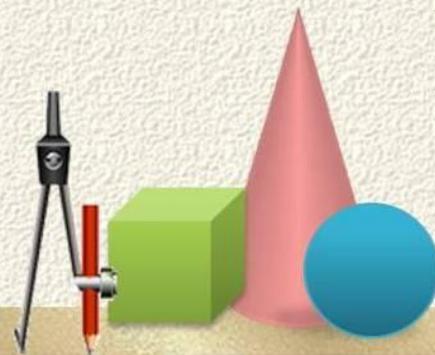
Задача 2

- Даны три буквы А, И, С. Составить всевозможные комбинации из этих букв.
- **Решение:**
- АВС, АСВ, ВАС, ВСА, САВ, СВА
- 6 комбинаций



Постройте диаграмму площадей океанов

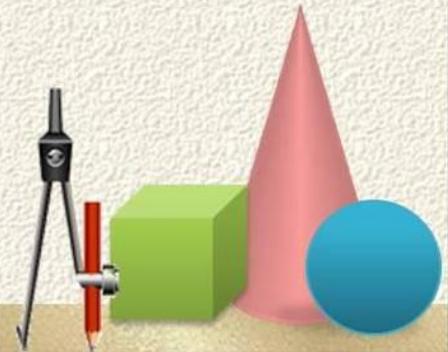
Название океана	Пл-дь млн.км.
Северный Ледовитый	13
Индийский	75
Атлантический	93
Тихий	179
всево	



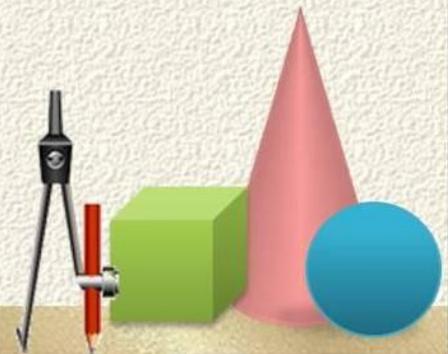
Методика реализации стохастической линии в 6 классе.

Основные задачи:

- Отработка умений и навыков в составлении и подсчете числа комбинаторных наборов.
- Показать учащимся как можно решать комбинаторные задачи с помощью рассуждений. Познакомить учащихся с правилом умножения при подсчете числа возможных вариантов, сформировать умения по его применению.
- Познакомить с правилом суммы
- Формирование умений строить дерево возможных вариантов.
- Формирование умений сравнения вероятностей разных событий (более вероятно, менее вероятно)
- Познакомить с понятиями статистической частоты и вероятности, с методом оценки вероятности через статистические испытания.

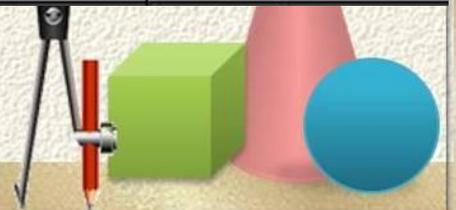


В 6 классе в теме комбинаторика продолжаем рассматривать комбинаторные задачи, на первый план выходят задачи по подсчету числа возможных вариантов.

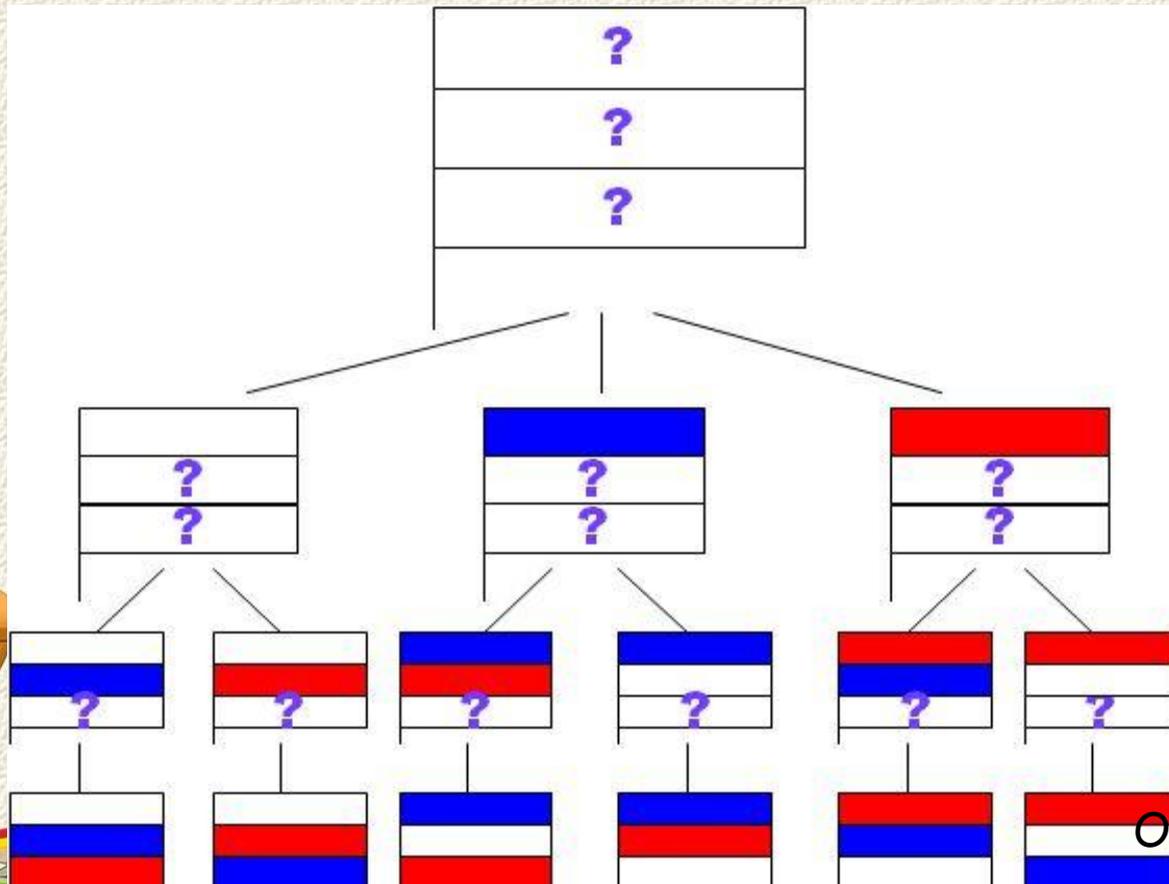


Меню на завтрак

На завтрак Вова может выбрать: плюшку, бутерброд, пряник, или кекс, а запить он может: кофе, соком, кефиром. Сколько возможных вариантов завтрака?



Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трёх горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику, при условии, что у каждой страны свой отличный от других стран флаг?

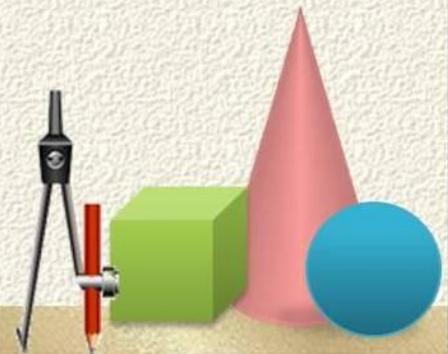


Ответ: 6.

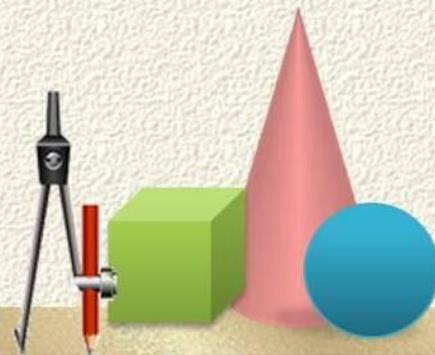
Методика реализации стохастической линии в 7 классе.

Основные задачи:

- Введение понятия перестановки и вывод формулы числа перестановок.
- Познакомить учащихся с основными статистическими характеристиками: среднее арифметическое, мода, размах.
- Умение находить основные статистические характеристики для конкретного ряда данных, а также из таблиц и диаграмм.
- Выработка умений находить основные статистические характеристики в несложных случаях, учащиеся должны понимать их практический смысл в конкретных ситуациях.



В 7 классе знакомим учащихся с
понятием перестановки.



Перестановки —

соединения, которые можно
составить из n предметов, меняя
всеми возможными способами их
порядок; число их

$$P_n = n!$$

Число n называется порядком
перестановки.



Квартет Задача

Проказница Мартышка
Осёл,
Козёл,
Да косолапый Мишка
Затеяли играть квартет

...

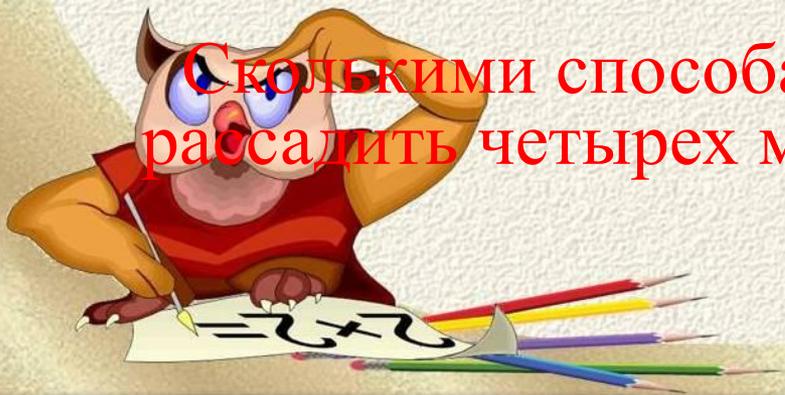
Стой, братцы стой! –
Кричит Мартышка, - погодите!
Как музыке идти?

•Ведь вы не так сидите...

*И так, и этак пересаживались – опять музыка на
лад не идет.*

Вот пуще прежнего пошли у них разборы
И споры,
Кому и как сидеть...

**Сколькоими способами можно
рассадить четырех музыкантов?**

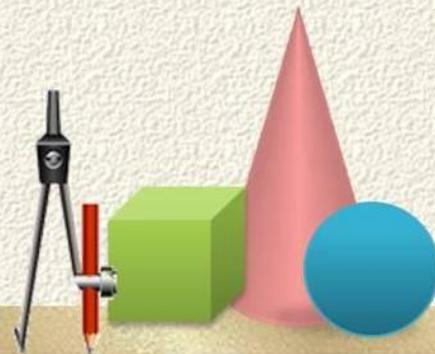


Решение:



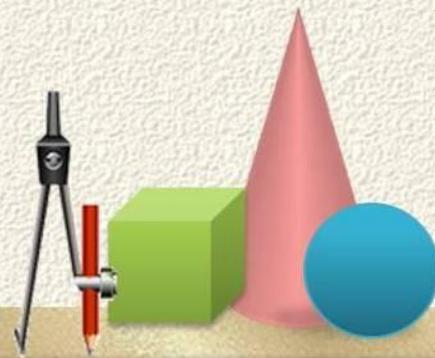
Здесь $n=4$, поэтому способов «усесться чинно в ряд» имеется

$$\underline{P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24}$$



В 7 классе мы вводим первые статистические характеристики. Можно использовать ряд чисел, составленный из оценок полученных за четверть. Для школьников очень актуален вопрос о том, какая оценка выйдет у них за четверть. Каждому учащемуся заранее можно выписать его оценки за четверть. Учитель выписывает на доске некоторый ряд оценок, и на его примере вводит понятия среднего арифметического и моды ряда чисел. Дети для закрепления этих понятий, находят эти статистические характеристики каждый для своего ряда.

Также нужно обратить внимание, что моду может иметь не только числовой ряд. Приведем пример: допустим, в вашем классе провели опрос – каждому учащемуся задали вопрос: «какой ваш любимый предмет?» или «кто ваш любимый учитель?». Полученные ответы будут составлять ряд, модой которого будет наиболее часто встречающийся ответ на данный вопрос. Мода – это показатель, который широко используется в статистике. Одним из наиболее частых использований моды является изучение спроса.



Рассмотрим задачу, которая позволяет увидеть практическую значимость данных статистических характеристик.

В отделе мужской обуви универмага в течение дня производился учет размеров купленной обуви. Были получены следующие результаты: 44, 40, 43, 39, 42, 42, 45, 41, 43, 43, 41, 42, 46, 40, 41, 42, 39, 42, 45, 42, 43, 44, 44, 41, 42. Представьте эти результаты в виде таблицы:

Размер	Количество купленной обуви	Итого
39		
40		
41		
...		

Какой размер обуви наиболее распространен?

Исходя из вопроса, делаем вывод, что в данной задаче нам требуется найти моду ряда размеров, то есть узнать, какой размер пользуется большим спросом.

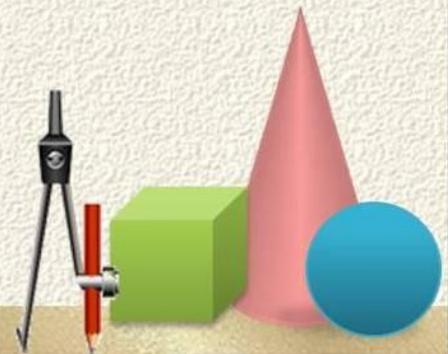
Таблица позволяет быстро это сделать.



Методика реализации стохастической линии в 8 классе.

Основные задачи:

- По статистическим данным, представленным в таблице необходимо уметь находить основные статистические характеристики.
- Познакомить с еще одной статистической характеристикой – медианой ряда, формирование умений по ее нахождению
- Рассмотрение равновероятных событий, и введение классического определения вероятности.
- Представление о геометрической вероятности
- В 7 классе мы уже рассматривали примеры, в которых основные статистические характеристики находили по таблицам.



В 8 классе вводится новая статистическая характеристика – медиана. Введем это понятие на примере: в таблице №1 показан расход электроэнергии в январе жильцами девяти квартир.

Таблица №1.

Составим из полученных данных упорядоченный ряд:

64, 72, 75, 78, 82, 85, 91, 93.

В нем девять чисел. В середине ряда расположено число 78: слева от него записаны четыре числа и справа тоже четыре. Говорят, что число 78 является *медианой*.

Пусть к данным о расходе электроэнергии добавились данные для десятой квартиры: 10 квартира – 83 кВт/ч.

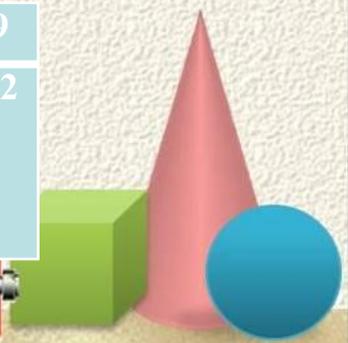
Получим новый упорядоченный ряд данных:

64, 72, 75, 78, 82, 83, 85, 91, 93. Этот ряд состоит из четного числа цифр и имеет два числа расположенных в середине – 78 и 82, тогда медианой этого ряда будет среднее арифметическое этих двух чисел – $(78+82):2 = 80$

Таким образом, медианой ряда, состоящего из нечетного количества чисел, называется число данного ряда, которое окажется посередине, если его упорядочить. Медианой ряда, состоящего из четного количества чисел, называется среднее арифметическое двух стоящих посередине чисел этого ряда



Номер квартиры	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Расход электроэнергии в кВт/ч.	85	64	78	93	72	91	72	75	82



Задача 1

- В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

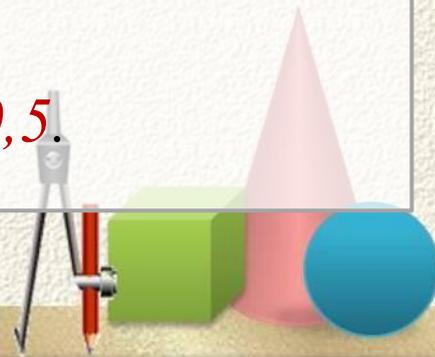


Решение.

Всего 4 варианта: $o; o$ $o; p$ $p; p$ $p; o$.

Благоприятных 2: $o; p$ и $p; o$.

Вероятность равна $2/4 = 1/2 = 0,5$.



В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 24 из США, 13 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады

Благоприятное событие А: первой выступает спортсменка из Канады

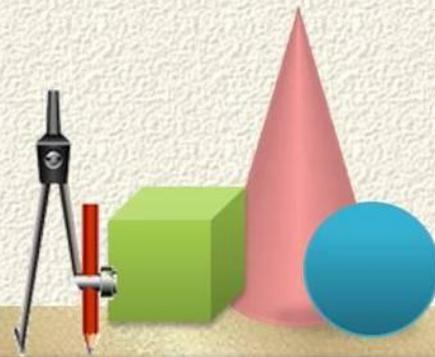
К-во всех событий группы: $n=?$

Соответствует количеству всех гимнасток.
 $n=50$



К-во благоприятных событий: $m=?$
Соответствует количеству гимнасток из Канады.
 $m=50-(24+13)=13$

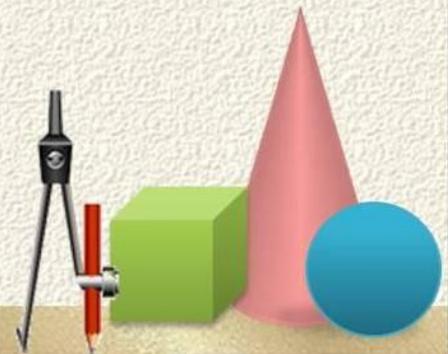
$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{13}{50} = 0,26$$



Методика реализации стохастической линии в 9 классе.

Основные задачи:

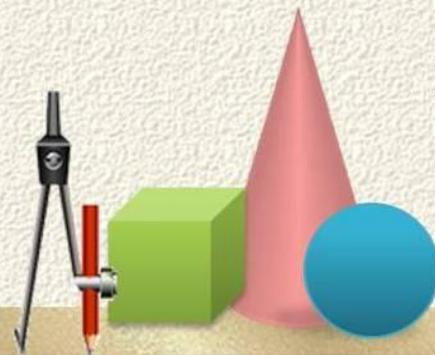
- На основе всех ранее полученных знаний показать их применение для статистического исследования
- Познакомить с такими понятиями как генеральная совокупность. Интервальный ряд.
- Познакомить с новым видом графического представления результатов статистического исследования – полигонами и гистограммами.
- В 9 классе рассматриваются статистические исследования, на примерах, близких жизненному опыту учащихся. Это – «Исследование качества знаний школьников», «Удобно ли расположена школа?» и «Куда пойти работать?».



В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

• Решение:

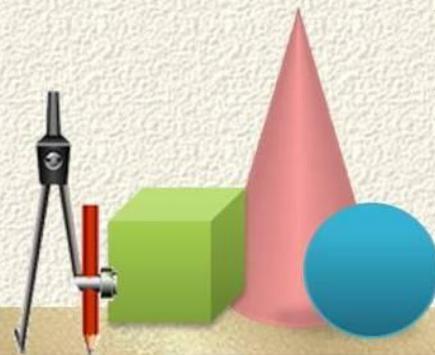
$$C_7^2 = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21(\text{сп.})$$



В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

• Решение:

$$C_8^2 = \frac{8!}{5! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56(\text{сп.})$$



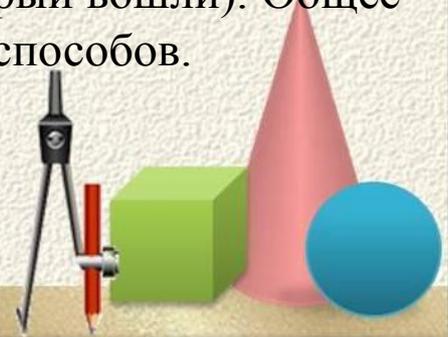
Стадион имеет четыре входа: A , B , C и D . Укажите все возможные способы, какими посетитель может войти через один вход, а выйти через

другой. Сколько таких способов?

Решение. Из условия ясно, что порядок выбора имеет значение: AB означает, что посетитель вошёл через A и вышел через B , а BA означает, что вошёл через B , а вышел через A . Чтобы перечислить все варианты выбора двух входов, будем придерживаться следующего правила. Выпишем обозначения всех входов в ряд: A , B , C , D . Берём первый вход и дописываем к нему поочерёдно каждый из остальных входов, получаем 3 пары: AB , AC , AD . Берём второй вход и дописываем к нему поочерёдно каждый из остальных входов, кроме него самого начиная с начала ряда, т. е. с первого входа: BA , BC , BD . Выбирая третий, а затем четвёртый вход, получаем CA , CB , CD ; DA , DB , DC . **Общее количество способов выбора: $4 \cdot 3 = 12$ (к каждому из 4 входов мы дописывали 3 других).**

Замечание. Подсчитать количество способов выбора, не составляя пары, можно по правилу произведения: первый выбор (через какой вход войти) можно сделать 4 способами (A , или B , или C , или D); после этого второй выбор (через какой вход войти) можно сделать 3 способами (любой вход, кроме того, через который вошли). Общее количество выбора равно $4 \cdot 3 = 12$.

Ответ: 12 способов.



В шахматном турнире участвуют 9 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего партий было сыграно?

Решение.

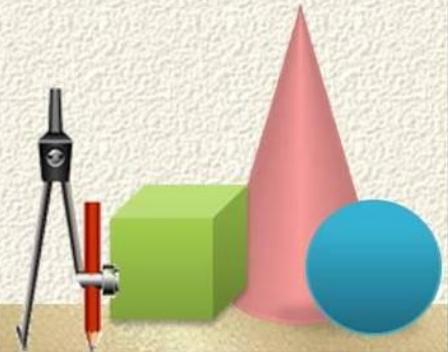
Поскольку каждая пара участников играла между собой только один раз, порядок выбора не имеет значения (когда Иванов играл с Петровым, это то же самое, что Петров играл с Ивановым).

Выбрать первого участника партии можно 9 способами, а второго- 8 оставшимися способами; **по правилу произведения всего можно образовать $9 \cdot 8 = 72$ пары,**

но в это число каждая пара входит дважды: сначала Иванов-Петров, затем Петров-Иванов.

Поскольку порядок выбора не имеет значения, то общее количество партий равно .

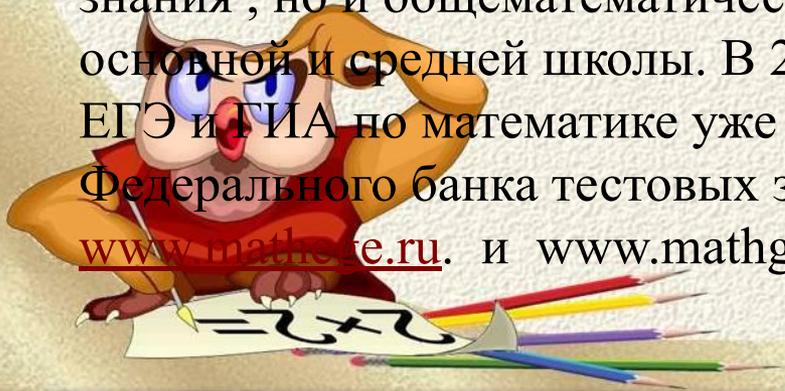
Ответ: 36 партий.



Система подготовки учащихся к итоговой аттестации по данной теме.

В соответствии с государственными стандартами общего образования с 2010 года в контрольные измерительные материалы по математике уже включены задания стохастической линии.

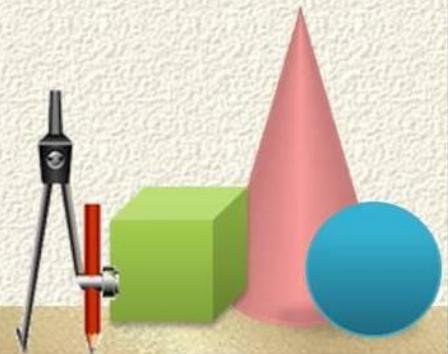
Содержание и структура контрольно-измерительных материалов (КИМ) единого государственного экзамена (ЕГЭ и ГИА) продолжает совершенствоваться. Аттестация за курс средней школы проходит не по алгебре, а по математике. В контрольно-измерительные материалы ЕГЭ по математике включены задания по алгебре, геометрии (планиметрия, стереометрия) и теории вероятностей. В контрольно-измерительные материалы ГИА по математике включены задания по алгебре, геометрии (планиметрия), реальной математики. Сближаются концепции экзаменов по математике в 9 и 11 классах, так как стало больше практико-ориентированных заданий, в которых проверяются не только формальные знания, но и общематематическую компетентность выпускников основной и средней школы. В 2014-2015 учебном году варианты КИМ ЕГЭ и ГИА по математике уже были составлены с использованием Федерального банка тестовых заданий, опубликованного на сайтах: www.mathre.ru. и www.mathgia.ru.



Существует большое количество учебно-методических пособий, задачников, связанных с теорией вероятностей,

можно рекомендовать следующие издания:

- Вероятность и статистика. 5-9 кл.: Пособие для общеобразоват. учеб. заведений. / Е.А. Бунимович, В.А. Булычев. – М.: Дрофа, 2002-2010.
- Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей: учеб. пособие для учащихся 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2011.
- Элементы статистики и вероятность: учеб. пособие для 7-9 кл. общеобразоват. Учреждений / М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова. – М.: Просвещение, 2011.
- Теория вероятностей и статистика для школьников: задачи и решения: учебно-практическое пособие. – М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2009-2011.
- Государственная итоговая аттестация выпускников 9 классов в новой форме. Математика. 2015. Учебное пособие. / А.В. Семенов и др.; под ред. И.В. Ященко; МЦНМО. – М.: Интеллект-Центр, 2015. – с. 38-41.



- Для реализации государственного стандарта образования по математике необходимо изменить календарно-тематическое планирование (КТП). Учитель должен составить КТП таким образом, чтобы осталось достаточное количество часов на заключительное повторение этого раздела школьного курса математики. Опыт показывает, что достаточно выделить 1-2 урока на заключительное повторение теории вероятностей.



Спасибо за внимание!

