

Негосударственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский институт современного академического  
образования»  
Федеральный институт повышения квалификации и переподготовки

---

Факультет дополнительного профессионального образования

## **ПРЕЗЕНТАЦИЯ К УРОКУ**

**Тема: Площадь криволинейной трапеции**

**Предмет: алгебра и начала анализа**

**Класс: 11**

Выполнил:  
Слушатель факультета ДПО  
Годунова Н.В.  
учитель математики

г. Москва, 2016 г.



*«Площадь  
криволинейной  
трапеции»*

## Проверка домашнего задания

$$1. \int_1^2 (x-1)^2 dx = \frac{(2-1)^3}{3} - \frac{(1-1)^3}{3} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$2. \int_0^2 (2x - x^2) dx = (2^2 - \frac{2^3}{3}) - (0^3 - \frac{0^3}{3}) = 4 - 2\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$3. \int_0^3 (-x^2 + 4x) dx = F(3) - F(0) = (-3^3/3 + 2 \cdot 3^2) - 0 = (-9 + 18) = 9$$

$$4. \int_0^{3\pi/4} \sin x dx = -\cos(3\pi/4) + \cos 0 = -(-\sqrt{2}/2) + 1 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

## Тест

### Первообразная и определенный интеграл

A1. Выберите первообразную для функции  $f(x) = 4x - 1$ .

- 1)  $F(x) = 16x^2 -$       2)  $F(x) = 2x^2$       3)  $F(x) = 2x^2 - 1$       4)  $F(x) = 16x^2$

A2. Какая из данных функций не является первообразной для функции  $f(x) = \sin 2x$ ?

- 1)  $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$     2)  $F(x) = 2 - \frac{1}{2} \cos 2x$     3)  $F(x) = -2 \cos 2x$     4)  $F(x) = 4 - \frac{1}{2} \cos 2x$

A3. Найдите общий вид первообразных для функции  $f(x) = -5$ .

- 1)  $-5x + C$                       2)  $-5x$                       3)  $-5 + C$                       4)  $5x + C$

A4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\pi} \cos x dx$ .      1)  $\pi$       2)  $0$       3)  $1$       4)  $2$

A5. Вычислите интеграл  $\int_{-1}^1 x^6 dx$ .      1)  $\frac{2}{7}$       2)  $0$       3)  $\frac{1}{7}$       4)  $1$



A6. Вычислите интеграл  $\int_1^2 \frac{24dx}{x^2}$ .

1) 9

2) -7

3) 8

4) 7

A7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi$ .

1)  $\pi$

2) 0

3) 1

4) 2

A8. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 1.

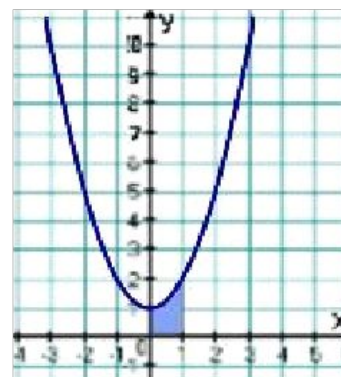
1)  $\frac{2}{3}$

2)  $\frac{4}{3}$

3) 1

4)  $\frac{5}{3}$

Рис. 1



A9. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 2.

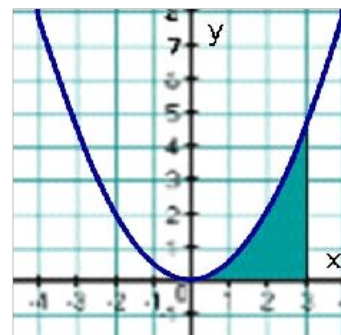
1)  $\frac{7}{3}$

2)  $\frac{10}{3}$

3)  $\frac{9}{2}$

4)  $\frac{7}{2}$

Рис. 2



A10. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 3.

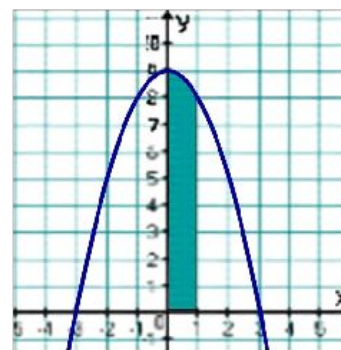
1)  $\frac{26}{3}$

2)  $\frac{25}{3}$

3) 8

4)  $\frac{29}{3}$

Рис. 3



# Ответы на тест

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
3	3	1	2	1	4	4	2	3	1

Найти первообразную функции:

$$a) f(x) = 2 \sin x + 3 \cos x$$

$$б) f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + x^2 \quad \text{на } (0; +\infty)$$

$$в) f(x) = 4x^3 - 6x$$

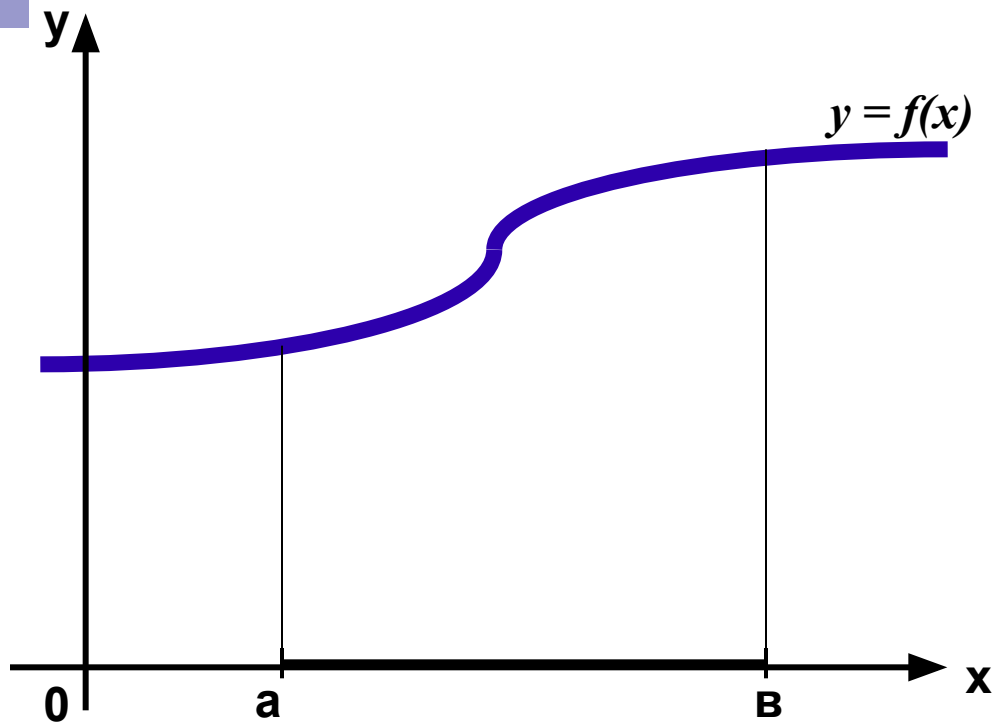
$$г) f(x) = 7$$

$$д) f(x) = 1 + \frac{1}{\cos^2 x}$$

Тема урока:

*«Площадь  
криволинейной  
трапеции»*

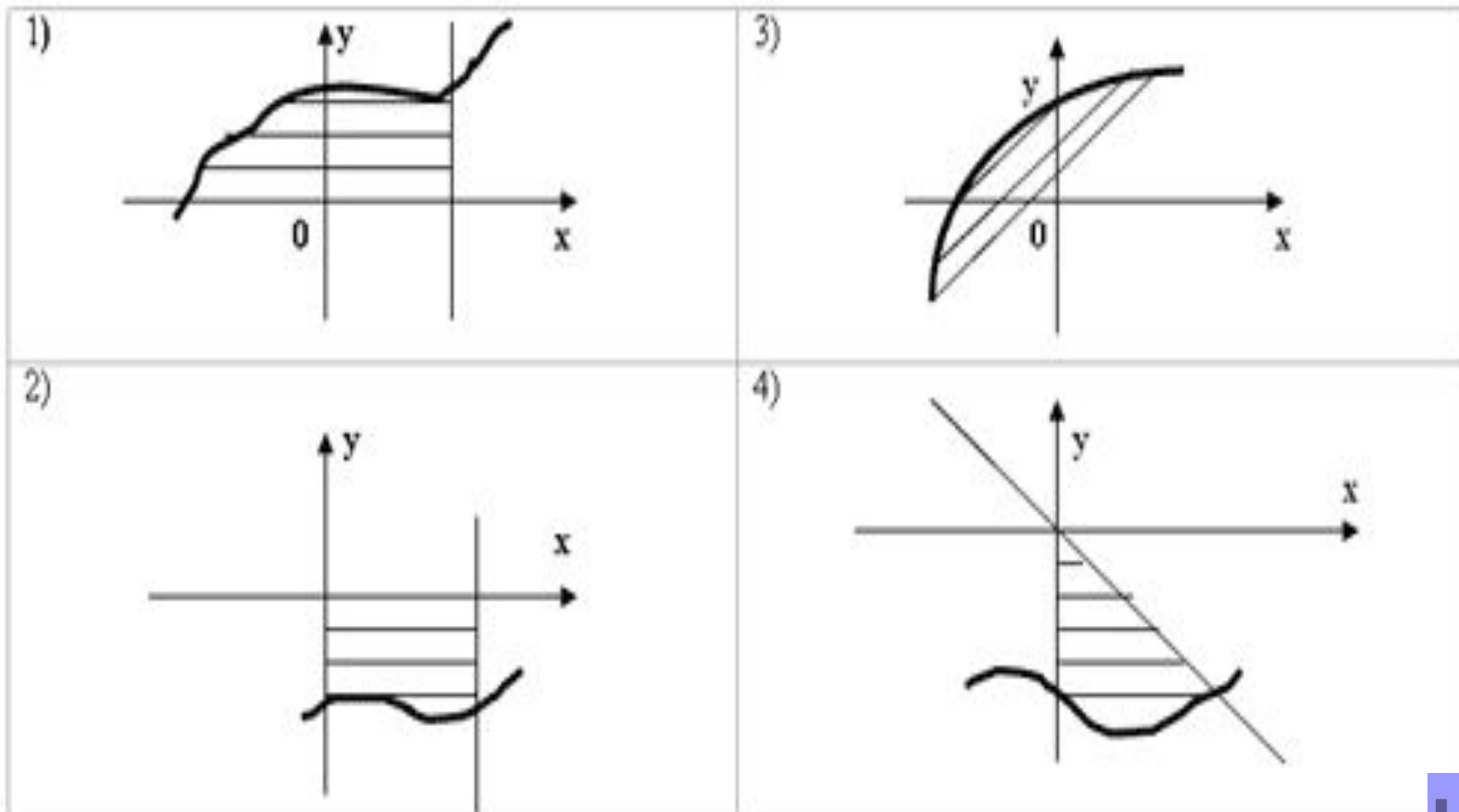




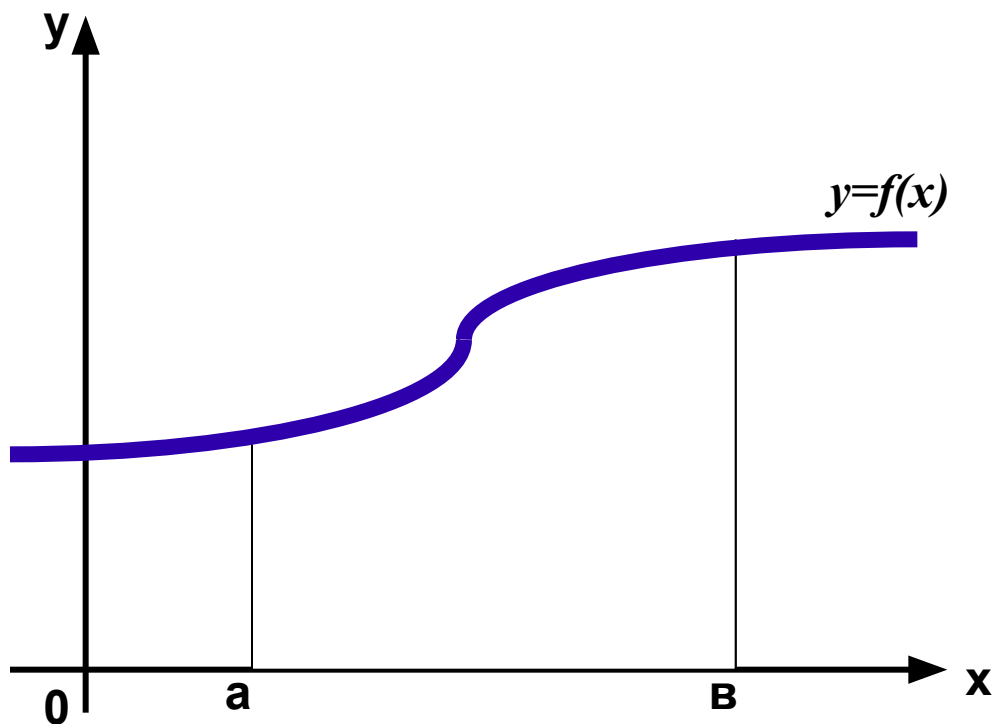
*Фигуру, ограниченную графиком функции  $f(x) > 0$ , отрезком  $[a, b]$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$  называют криволинейной трапецией.*



Какие из фигур являются криволинейными трапециями?



*Площадь криволинейной трапеции  
рассчитывается по формуле:*

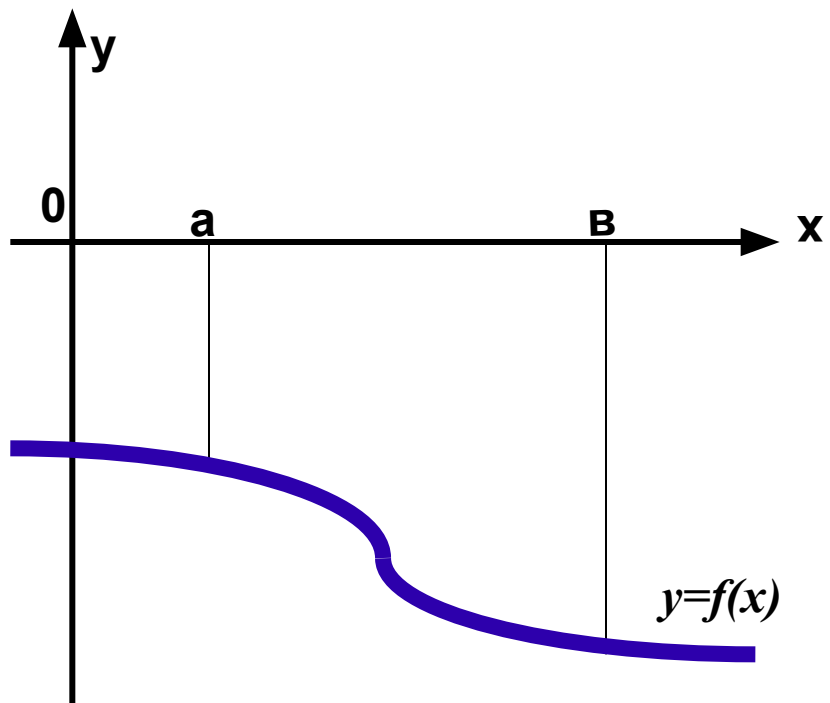


$$S = \int_a^b f(x) dx$$



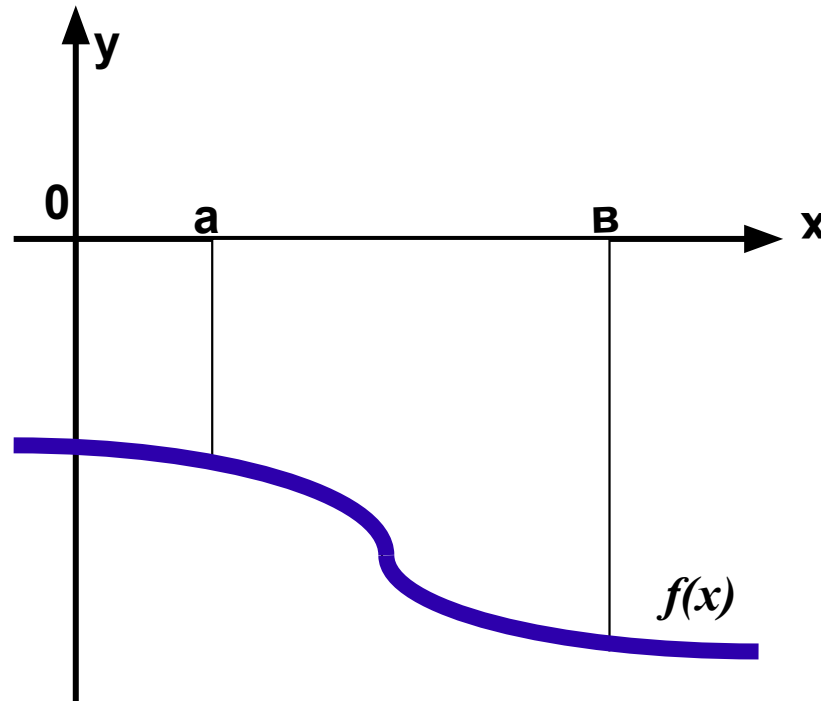
Фигура ограничена графиком функции  $y=f(x)$ , отрезком  $[a, b]$  и прямыми  $x=a$ ,  $x=b$ .

Как можно определить ее площадь?

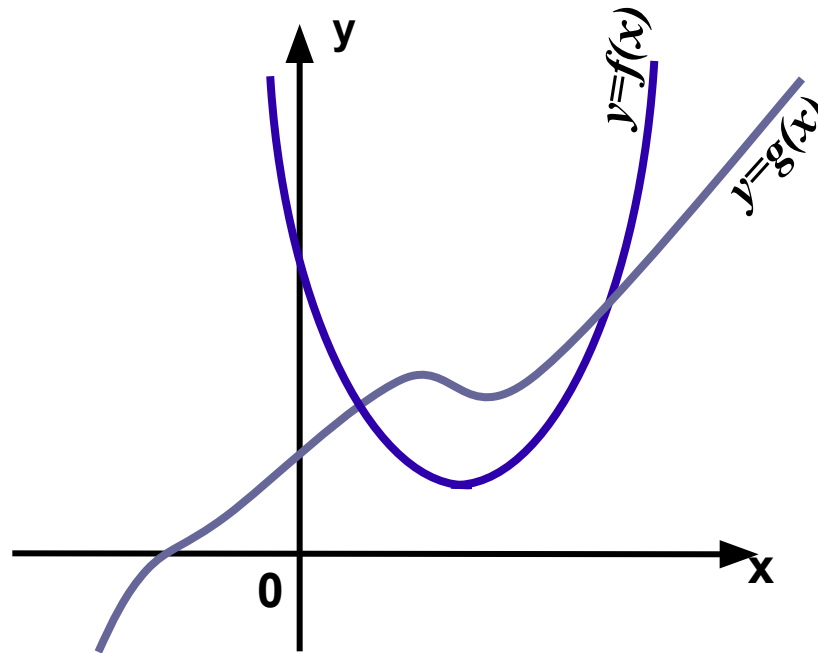


Если трапеция расположена

«ниже» оси  $Ox$ , то 
$$S = -\int_a^b f(x)dx$$



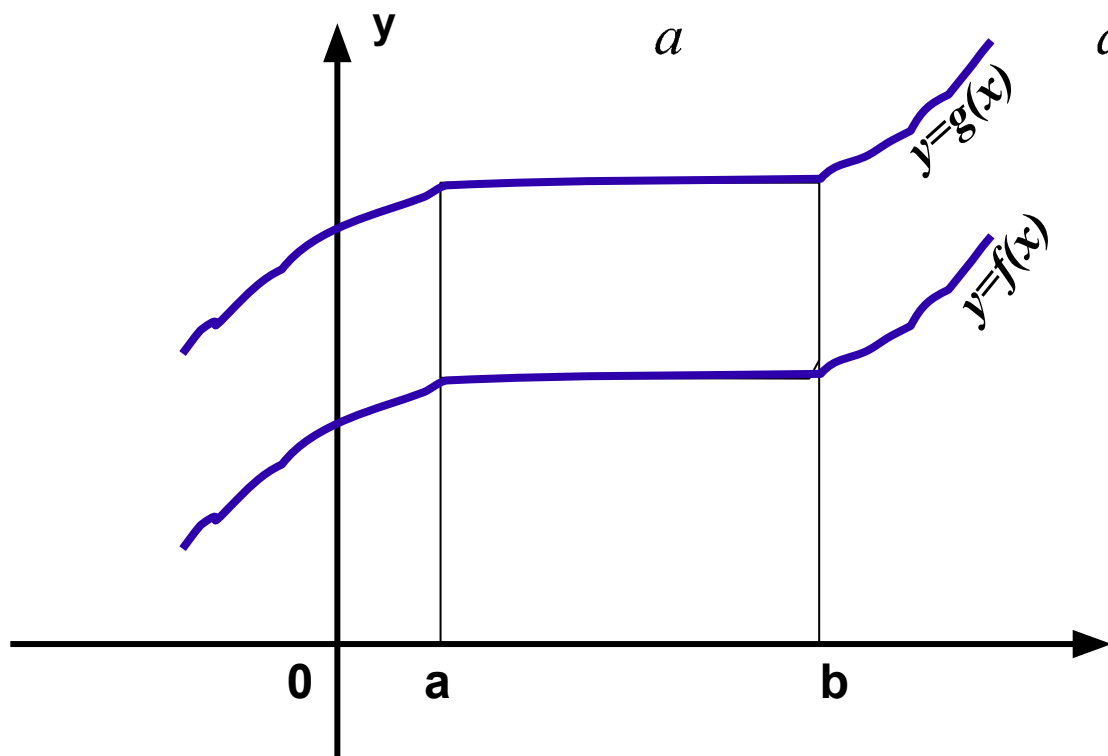
Фигура ограничена графиками функций  $y=f(x)$  и  $y=g(x)$ . Определите площадь этой фигуры.



Если фигура ограничена графиками двух функций, при

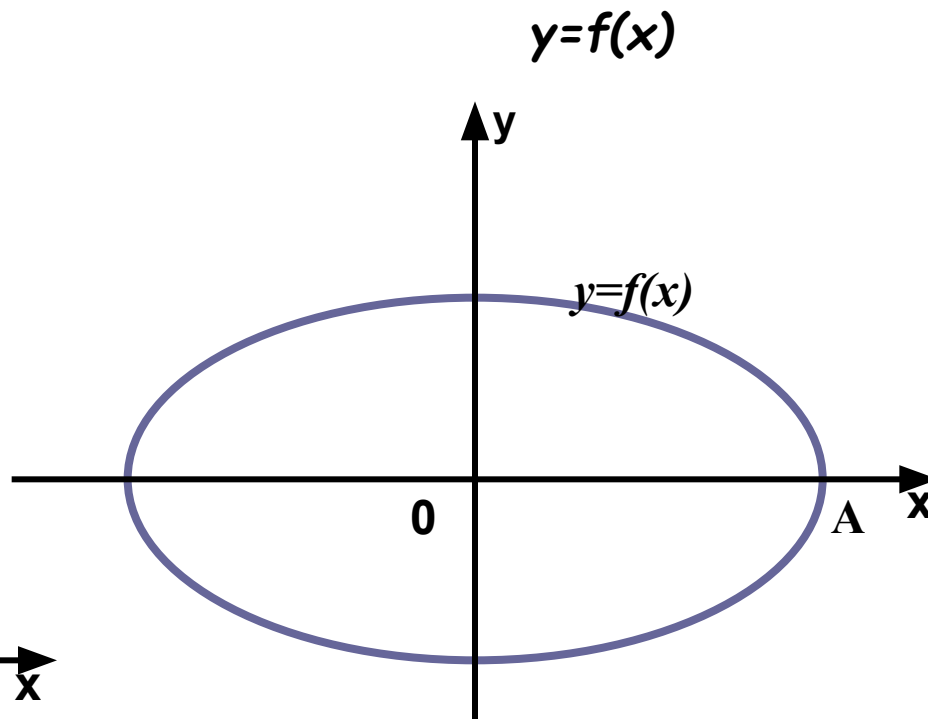
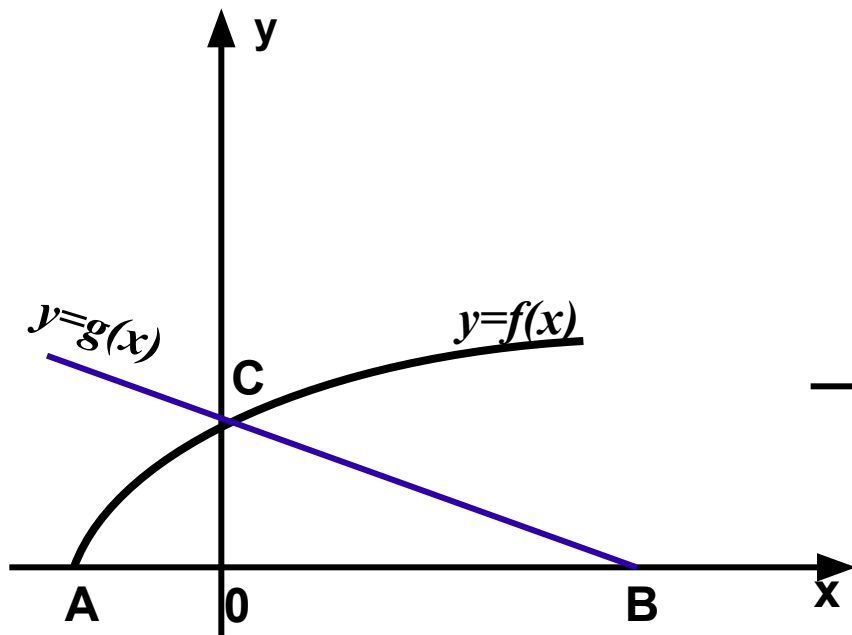
$g(x) > f(x)$ , то

$$S = \int_a^b g(x) dx - \int_a^b f(x) dx$$



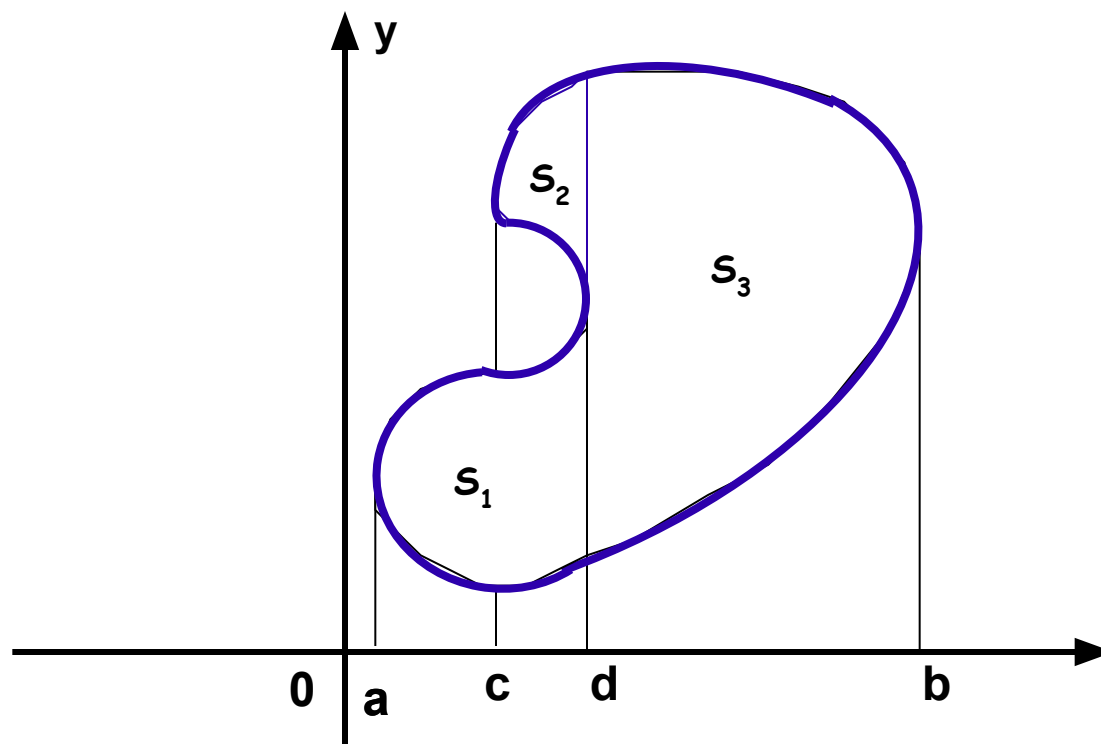
# Определите площади фигур, ограниченных линиями.

$y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ , ось  $Ox$

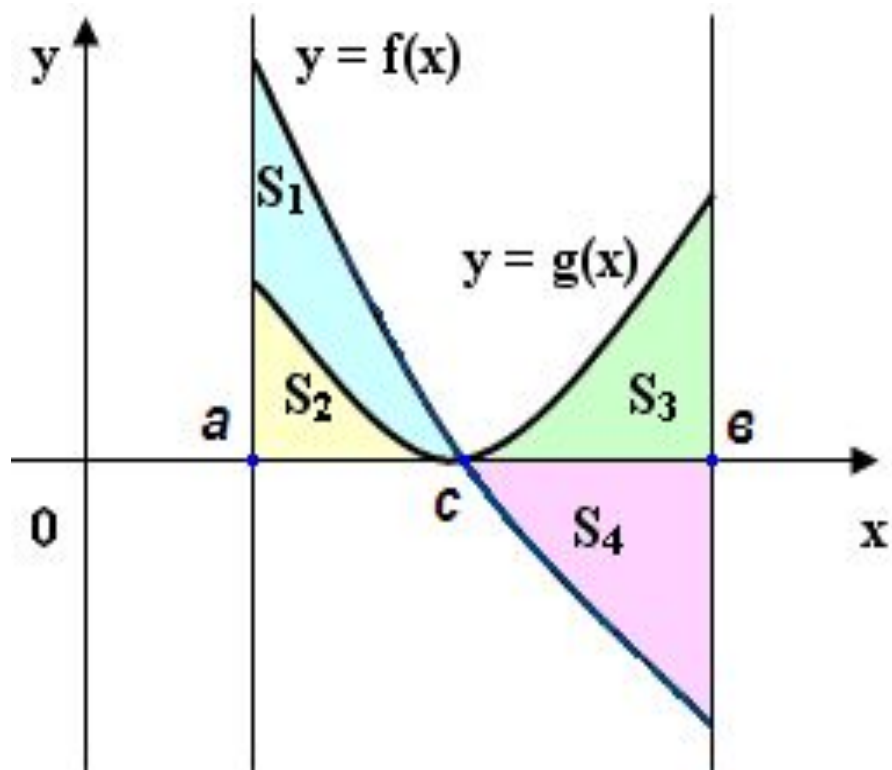




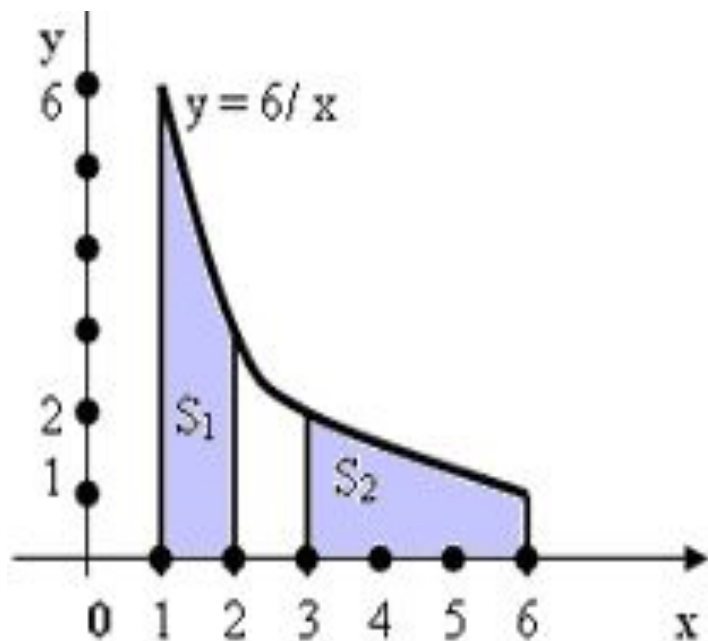
Если фигура имеет сложную форму, то прямыми, параллельными оси  $Oy$ , её следует разбить на части так, чтобы можно было применить уже известные формулы.



6. Запишите формулы для вычисления площади всех изображенных фигур:

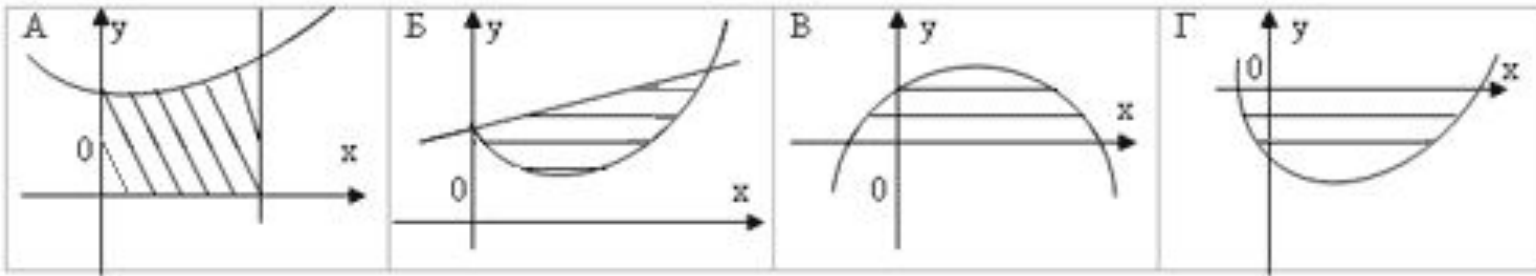


Докажите, что площади криволинейных трапеций  $S_1$  и  $S_2$ , заштрихованных на рисунке, равны (работа в рабочих тетрадях)



# Самостоятельная работа

- 1. На каком рисунке изображена фигура, не являющаяся криволинейной трапецией?



- 2. С помощью формулы Ньютона-Лейбница вычисляют:  
 А. Первообразную функции; Б. Площадь криволинейной трапеции; В. Интеграл; Г. Производную.

- 3. Найдите площадь заштрихованной фигуры:

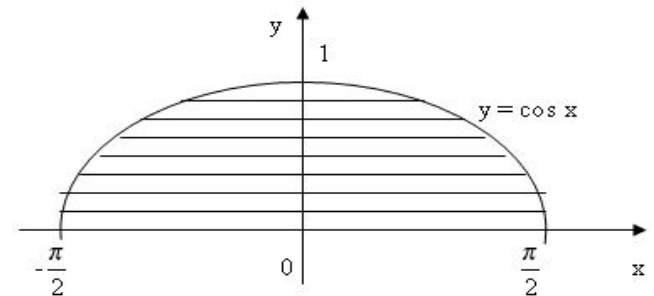
А. 0;            Б. -2;            В. 1;            Г. 2.

- 4. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью Ох и параболой  $y = 9 - x^2$

А. 18;            Б. 36;            В. 72;            Г. Нельзя вычислить.

- 5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = \sin x$ , прямыми  $x = 0$ ,  $x = 2$  и осью абсцисс.

А. 0;    Б. 2;    В. 4;    Г. Нельзя вычислить.



## Ответы к самостоятельной работе

- 1. Б; Г
- 2. Б, В;
- 3. Г;
- 4. Б;
- 5. В.

## *Итоги урока, домашнее задание*

- Площадь криволинейной трапеции вычисляется с помощью определенного интеграла. Определенный интеграл вычисляется с помощью формулы Ньютона-Лейбница (если удастся найти первообразную) или с помощью интегральных сумм (если не удастся найти первообразную).
- **Д/З:** № 49.15(а) 49.11(б) 49.23(а)
- **Дополнительное задание:**
- *Найти в Интернете примеры практического применения вычисления площади криволинейной трапеции*