

# Математическая ЛОГИКА

## § 8. Логические выражения

# Логические выражения

**Логическое выражение** — это выражение, результат вычисления которого — логическое значение (истина или ложь).

Авария = вышли из строя 2 из 3-х двигателей.

**A** – «Двигатель № 1 неисправен».

**B** – «Двигатель № 2 неисправен».

**C** – «Двигатель № 3 неисправен».

логическое  
выражение

**Аварийный сигнал:**  $X = (A \cdot B) + (A \cdot C) + (B \cdot C)$

**X** = «Неисправны два двигателя»

= (A и B) или (A и C) или (B и C)

**!** **Формализация** – это переход к записи на формальном языке!

# Порядок вычисления

---

- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ, исключающее ИЛИ
- импликация
- эквиваленция

$$X = A \cdot B + (\bar{A} \cdot B + \bar{B})$$

# Таблицы истинности

$$X = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

	A	B	$A \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	X
0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
2	1	0	1	0	1
3	1	1	0	0	0

Логические выражения могут быть:

- **вычислимыми** (зависят от исходных данных)
- **тождественно истинными** (всегда 1, **тавтология**)
- **тождественно ложными** (всегда 0, **противоречие**)

# Таблицы истинности

$$X = (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$$

равносильны

	A	B	A + B	$\bar{A} + \bar{B}$	X
0	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1
3	1	1	1	0	0

$A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$
0
1
1
0

Если два выражения принимают одинаковые значения при всех значениях переменных, они называются **равносильными** (определяют одну и ту же логическую функцию).

# Неполные таблицы истинности

A	B	C	F
0	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	0



Сколько строк в полной таблице?

$$2^3 = 8$$

а)  ~~$F = A + \bar{B} + \bar{C}$~~

б)  ~~$F = A \cdot \bar{C} + B$~~

в)  ~~$F = A \cdot B + C$~~

г)  $F = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$

один ноль в таблице

по 1-й строке

по 2-й строке

# Неполные таблицы истинности

A	B	C	F
0		1	0
1	0		1
		1	1

один ноль,  
две единицы

а)  ~~$F = \bar{A} + B + \bar{C}$~~

по 1-й строке  $1 + B + 0 \neq 0$

б)  ~~$F = \bar{A} \cdot B \cdot C$~~

по 2-й строке  $0 \cdot 0 \cdot C \neq 1$

в)  $F = A + \bar{B} + \bar{C}$

г)  ~~$F = A \cdot \bar{B} \cdot C$~~

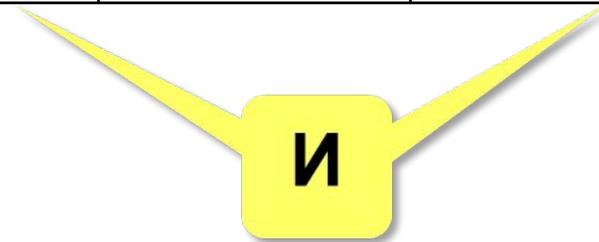
только 1 единица,  
все строки разные!

## Табличный метод

Для каких из указанных значений числа  $X$  истинно высказывание:

$$R = (X < 5) \text{ И НЕ } (X < 1) ?$$

$X$	$X < 5$	$X < 1$	$\text{НЕ}(X < 1)$	$R$
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



И

## Задачи

Для каких из указанных значений числа  $X$

**ЛОЖНО** высказывание:

**(НЕ ( $X \geq 3$ ) И НЕ ( $X = 8$ )) ИЛИ ( $X \leq 5$ ) ?**

**? + 1**

**$X = 4$ : (НЕ (1) И НЕ (0)) ИЛИ (1) = 1**

**$X = 1$ : (НЕ (0) И НЕ (0)) ИЛИ (1) = 1**

**$X = 8$ : (НЕ (1) И НЕ (1)) ИЛИ (0)**

**( 0 И 0 ) ИЛИ (0) = 0**

# Задачи

Для каких из приведённых имён **ЛОЖНО**  
высказывание:

**(Первая буква согласная)**

**НЕ(Первая буква гласная) ИЛИ**  
**(Последняя буква гласная) ?**

	ПервСогл	ПослГлас	R
Никита			
Антон			
Даниил			
Инна			
Кирилл			



# Задачи

Для каких из приведённых имён **ЛОЖНО**  
высказывание:

**НЕ**(Первая буква гласная) **ИЛИ**  
(Последняя буква гласная) ?



(Первая буква согласная) **ИЛИ**  
(Последняя буква гласная)

Никита

**Антон**

Даниил

Инна

Кирилл

**Егор**

Мефодий

**Игнат**

**ЛОЖНО**  
 $A + B = 0$



$\bar{A} \cdot \bar{B} = 1$

**ИЛИ**  $\rightarrow$  И,  
обратные условия

# Логические схемы

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$



Какая последняя операция?

