

Математическая ЛОГИКА

§ 8. Логические выражения

Логические выражения

Логическое выражение — это выражение, результат вычисления которого — логическое значение (истина или ложь).

Авария = вышли из строя 2 из 3-х двигателей.

A – «Двигатель № 1 неисправен».

B – «Двигатель № 2 неисправен».

C – «Двигатель № 3 неисправен».

логическое
выражение

Аварийный сигнал: $X = (A \cdot B) + (A \cdot C) + (B \cdot C)$

X = «Неисправны два двигателя»

= (A и B) или (A и C) или (B и C)

! **Формализация** – это переход к записи на формальном языке!

Порядок вычисления

- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ, исключающее ИЛИ
- импликация
- эквиваленция

$$X = A \cdot B + (\bar{A} \cdot B + \bar{B})$$

Таблицы истинности

$$X = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

	A	B	$A \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	X
0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
2	1	0	1	0	1
3	1	1	0	0	0

Логические выражения могут быть:

- **вычислимыми** (зависят от исходных данных)
- **тождественно истинными** (всегда 1, **тавтология**)
- **тождественно ложными** (всегда 0, **противоречие**)

Таблицы истинности

$$X = (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$$

равносильны

	A	B	A + B	$\bar{A} + \bar{B}$	X
0	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1
3	1	1	1	0	0

$A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$
0
1
1
0

Если два выражения принимают одинаковые значения при всех значениях переменных, они называются **равносильными** (определяют одну и ту же логическую функцию).

Неполные таблицы истинности

A	B	C	F
0	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	0



Сколько строк в полной таблице?

$$2^3 = 8$$

а) ~~$F = A + \bar{B} + \bar{C}$~~

б) ~~$F = A \cdot \bar{C} + B$~~

в) ~~$F = A \cdot B + C$~~

г) $F = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$

один ноль в таблице

по 1-й строке

по 2-й строке

Неполные таблицы истинности

A	B	C	F
0		1	0
1	0		1
		1	1

один ноль,
две единицы

а) ~~$F = \bar{A} + B + \bar{C}$~~

по 1-й строке $1 + B + 0 \neq 0$

б) ~~$F = \bar{A} \cdot B \cdot C$~~

по 2-й строке $0 \cdot 0 \cdot C \neq 1$

в) $F = A + \bar{B} + \bar{C}$

г) ~~$F = A \cdot \bar{B} \cdot C$~~

только 1 единица,
все строки разные!

Табличный метод

Для каких из указанных значений числа X истинно высказывание:

$$R = (X < 5) \text{ И НЕ } (X < 1) ?$$

X	$X < 5$	$X < 1$	$\text{НЕ}(X < 1)$	R
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



И

Задачи

Для каких из указанных значений числа X

ЛОЖНО высказывание:

(НЕ ($X \geq 3$) И НЕ ($X = 8$)) ИЛИ ($X \leq 5$) ?

? + 1

$X = 4$: (НЕ (1) И НЕ (0)) ИЛИ (1) = 1

$X = 1$: (НЕ (0) И НЕ (0)) ИЛИ (1) = 1

$X = 8$: (НЕ (1) И НЕ (1)) ИЛИ (0)

(0 И 0) ИЛИ (0) = 0

Задачи

Для каких из приведённых имён **ЛОЖНО**
высказывание:

(Первая буква согласная)

НЕ(Первая буква гласная) ИЛИ
(Последняя буква гласная) ?

	ПервСогл	ПослГлас	R
Никита			
Антон			
Даниил			
Инна			
Кирилл			



Задачи

Для каких из приведённых имён **ЛОЖНО**
высказывание:

НЕ(Первая буква гласная) **ИЛИ**
(Последняя буква гласная) ?



(Первая буква согласная) **ИЛИ**
(Последняя буква гласная)

Никита

Антон

Даниил

Инна

Кирилл

Егор

Мефодий

Игнат

ЛОЖНО

$$A + B = 0$$



$$\bar{A} \cdot \bar{B} = 1$$

ИЛИ → И,
обратные условия

Логические схемы

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$



Какая последняя операция?

