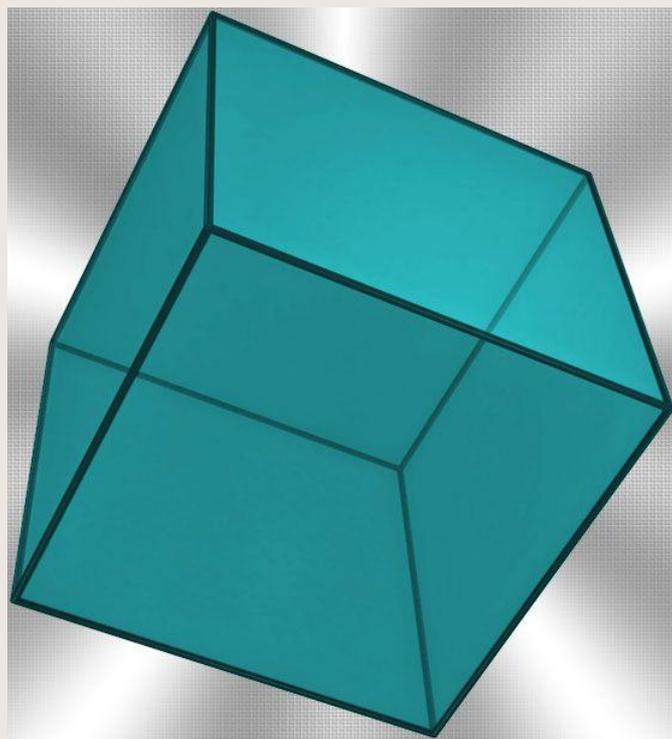
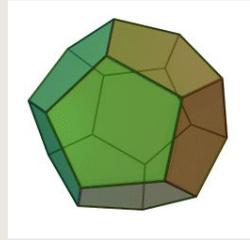


Многогранники



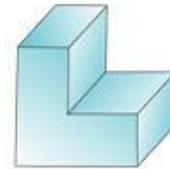
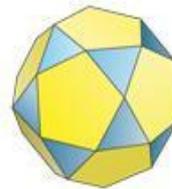
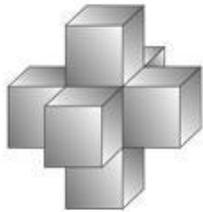
2019 год

Определения



Существует несколько определений многогранника:

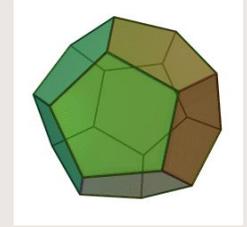
- Поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело, называется **многогранником**.
- **Многогранник** - геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками.



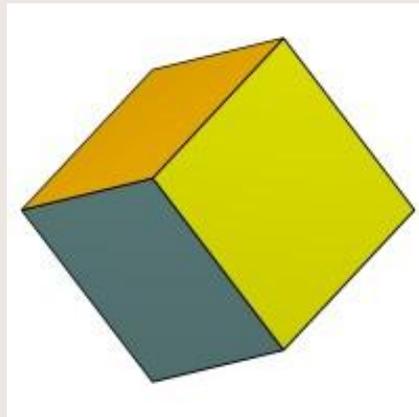


- **Геометрическим телом** (или просто телом) называют ограниченную связную фигуру в пространстве, которая содержит все свои граничные точки.
- Границу тела называют также его **поверхностью** и говорят, что **поверхность ограничивает тело**.

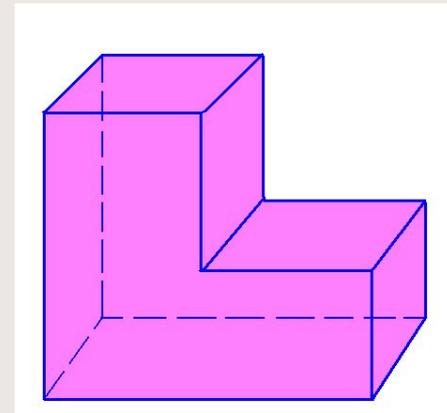
Многогранник...



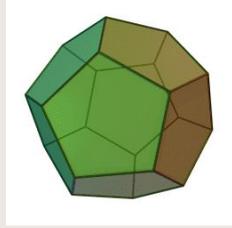
...называется выпуклым,
если он расположен по
одну сторону от
плоскости каждой его
грани.



...называется невыпуклым,
если он расположен по
разные стороны от
плоскости одной из его
граней.



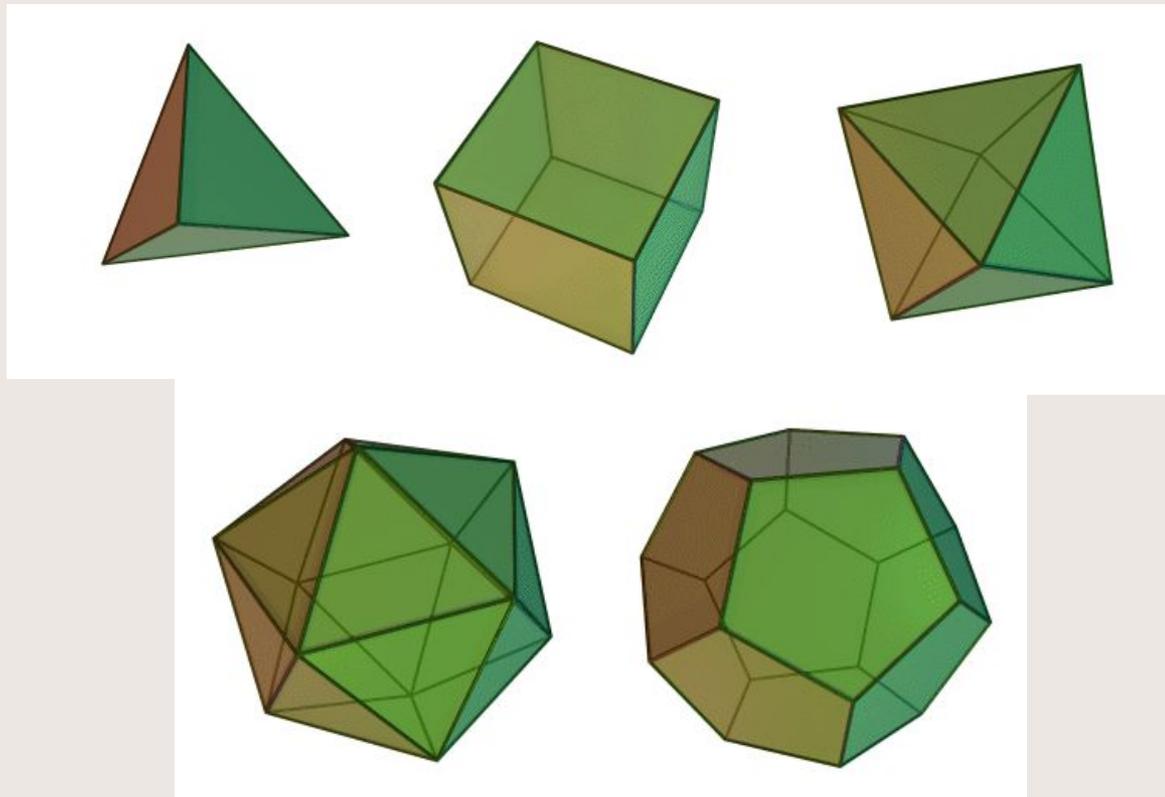
Правильный многогранник...



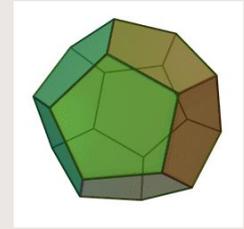
- ...или платоново тело — это выпуклый многогранник, состоящий из одинаковых правильных многоугольников и обладающий пространственной симметрией.

Правильный многогранник

- В трёхмерном евклидовом пространстве существует всего пять правильных многогранников:



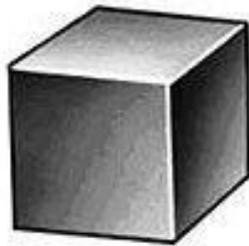
Названия многогранников пришли из Древней Греции и в них указывается число граней:



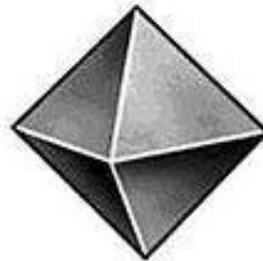
- «эдра» - грань
 - «окта» - 8
 - «дедека» - 12
- «тетра» - 4
 - «гекса» - 6
 - «икоса» - 20



Тетраэдр



Гексаэдр (куб)



Октаэдр

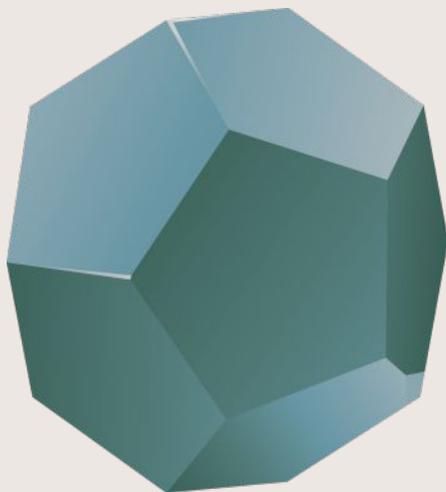
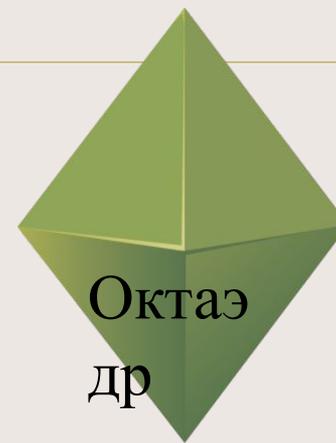
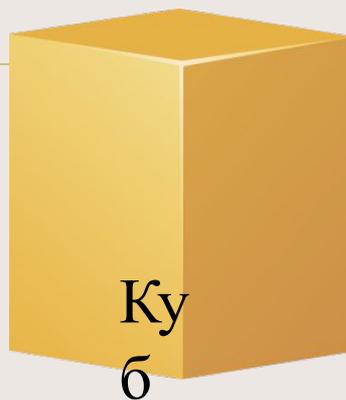
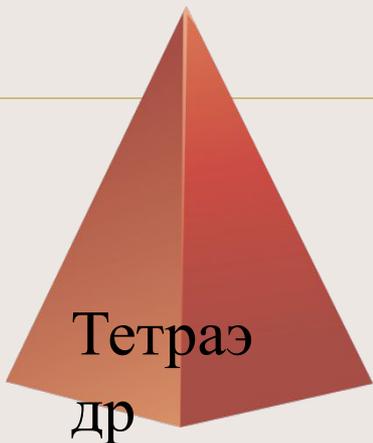


Додекаэдр

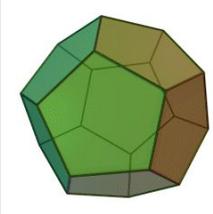


Икосаэдр

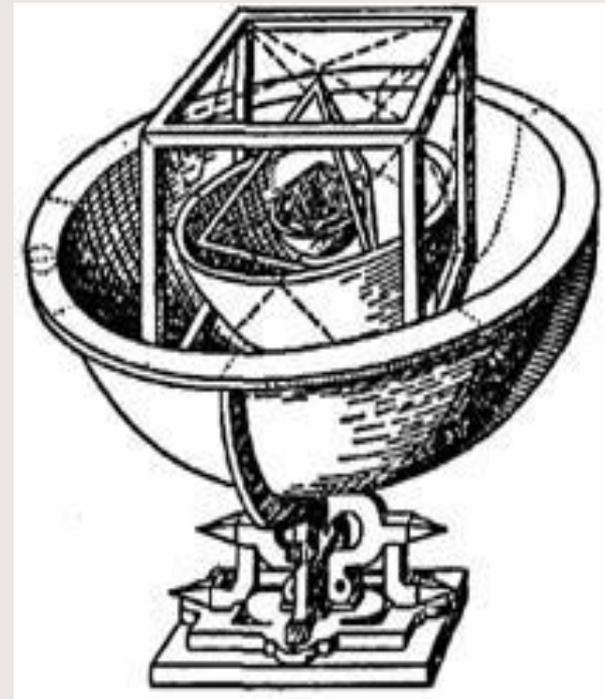
Правильные многогранники



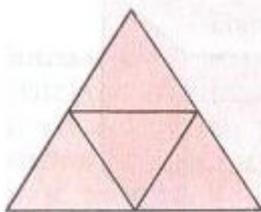
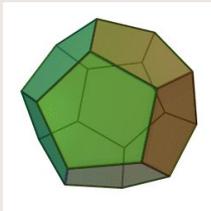
Правильные многогранники в философской картине мира Платона



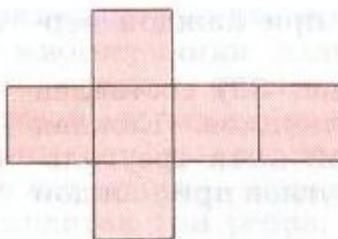
- Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» - огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников. Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени; икосаэдр – как самый обтекаемый – воду; куб – самая устойчивая из фигур – землю, а октаэдр – воздух. Пятый многогранник – додекаэдр символизировал весь мир и почитался главнейшим



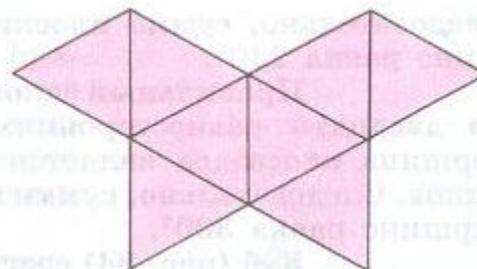
Развертки многогранников



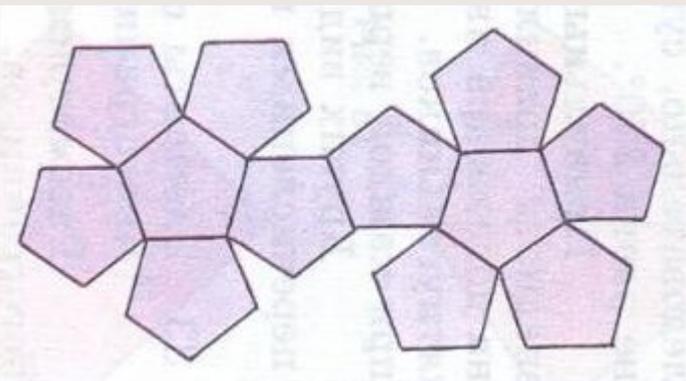
тетраэдр



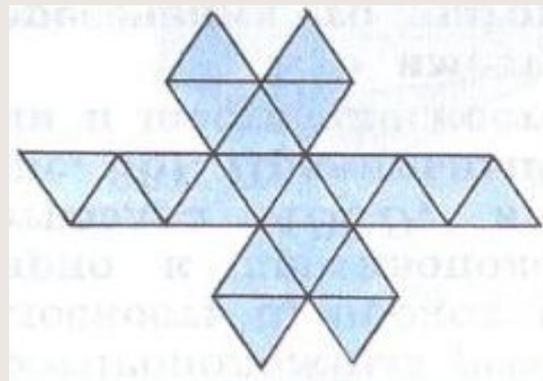
куб



октаэдр

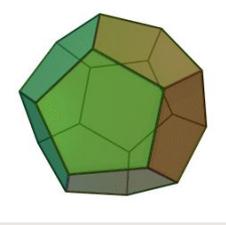


додекаэдр



икосаэдр

Многогранники в архитектуре

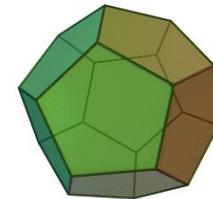


Великая пирамида в Гизе. Эта грандиозная Египетская пирамида является древнейшим из Семи чудес древности. Великая пирамида была построена как гробница Хуфу, известного грекам как Хеопс. Он был одним из фараонов, или царей древнего Египта, а его гробница была завершена в 2580 году до н.э.

Позднее в Гизе было построено еще две пирамиды, для сына и внука Хуфу, а также меньшие по размерам пирамиды для их цариц.



Многогранники в архитектуре



Галикарнасский мавзолей

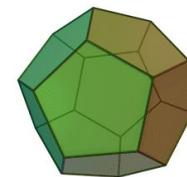
Лучшие архитекторы того времени построили мавзолей в виде почти квадратного здания, первый этаж которого был собственно усыпальницей. Снаружи эта громадная погребальная камера, площадью 5000 кв. метров и высотой около 20 метров, была обложена отесанными

и отполированными плитами белого мрамора.

Во втором этаже, окруженном колоннадой, хранились жертвоприношения, крышей же мавзолея служила пирамида.



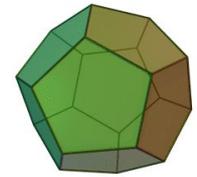
Многогранники в архитектуре



Башня Сююмбике
находится в Казани и состоит
из семи ярусов, нижние
ярусы
представляют из
себя параллелепипеды, а
верхние - многогранники.



Многогранники в архитектуре



Стеклянная пирамида Лувра во дворе Наполеона служит главным входом в Лувр и является одним из символов Парижа. Строилась с 1985 г. по 1989 г., проект создал знаменитый американский архитектор китайского происхождения Бэй Юймин. Вес пирамиды 180 тонн. Прототипом послужила пирамида Хеопса.

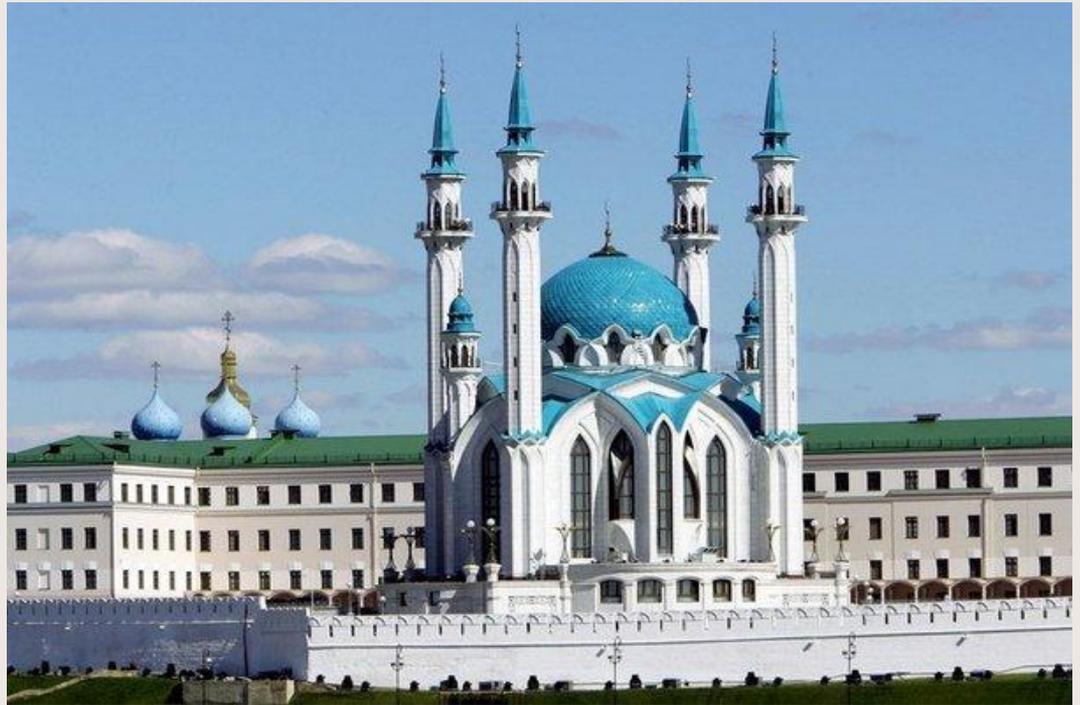


Многогранники в архитектуре

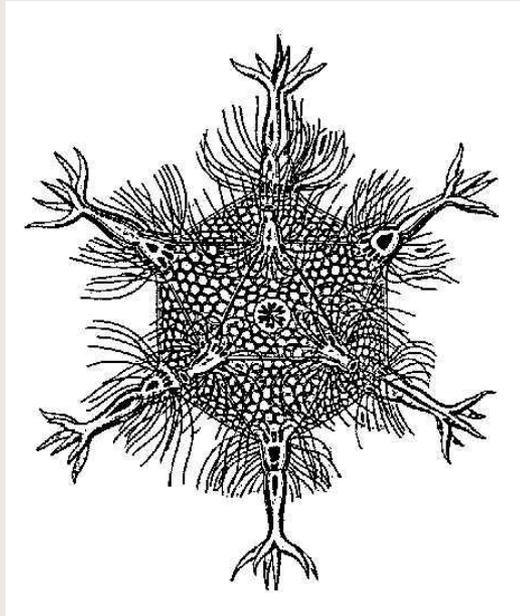
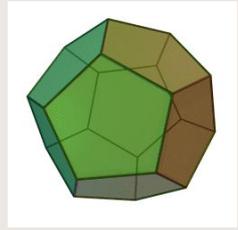


Мечеть Кул-Шариф. Одна из главных мусульманских мечетей республики Татарстан и Казани. Расположена на территории Казанского кремля.

Архитектура этой мечети представляет собой сочетание различных многогранников.



Многогранники в природе

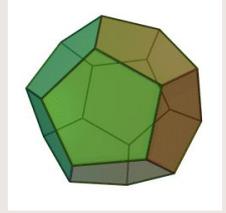


Скелет одноклеточного организма феодарии представляет собой икосаэдр.



Поваренная соль состоит из кристаллов в форме куба.

Многогранники в природе

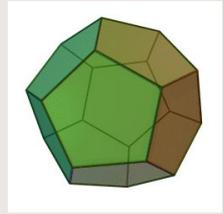


Минерал сильвин имеет кристаллическую решетку в форме куба.



Кристаллы пирита имеют форму додекаэдра.

Многогранники в природе

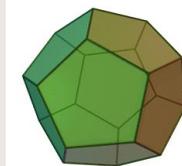


Наиболее характерной формой алмазных кристаллов является восьмигранник (октаэдр).

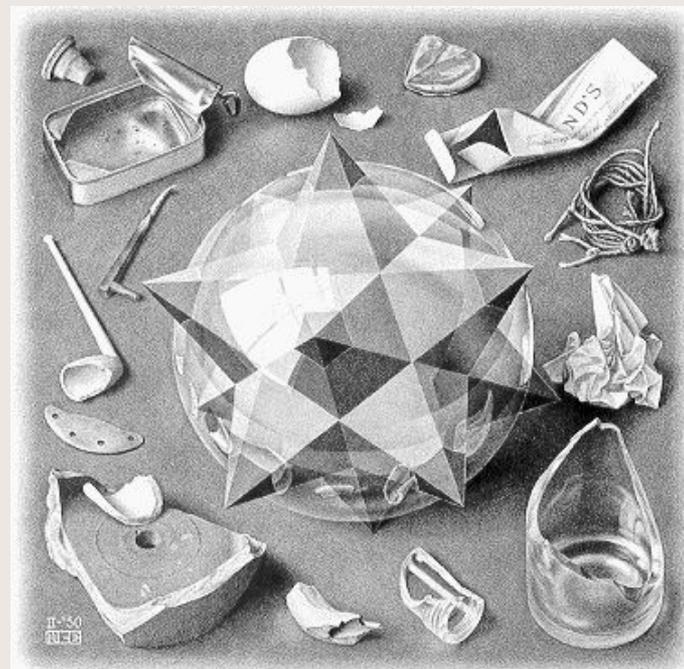


Минерал куприт образует кристаллы в форме октаэдров.

Многогранники в искусстве

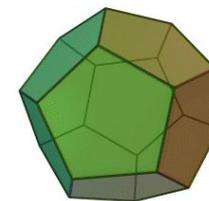


Знаменитый художник Альбрехт Дюрер написал гравюру «Меланхолия»

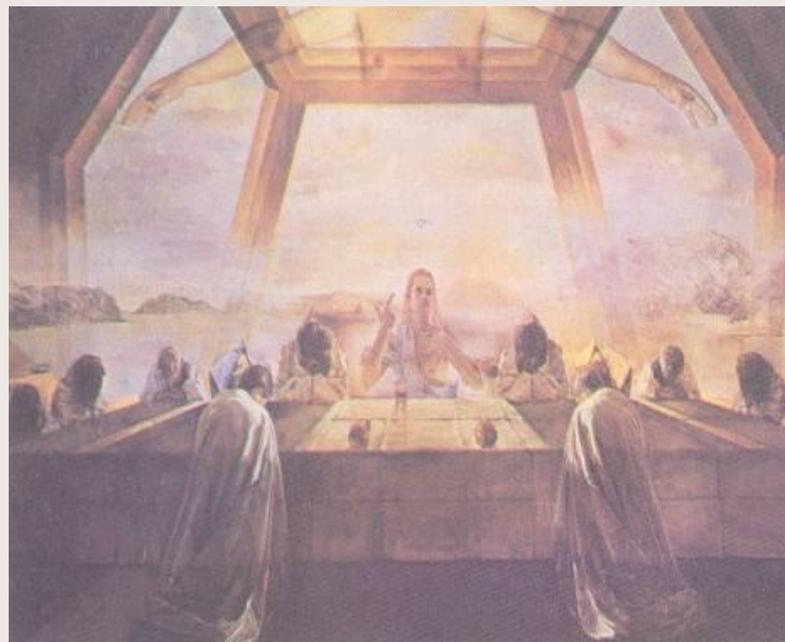


На литографии Эшера «Порядок и хаос» изображен малый звездчатый додекаэдр.

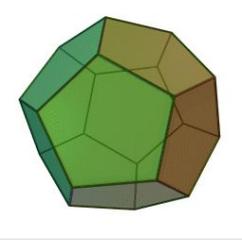
Многогранники в искусстве



Сальвадор Дали на картине «Тайная вечеря» изобразил И. Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.



В заключении...



Ни одни геометрические тела не обладают таким совершенством и красотой, как правильные многогранники.



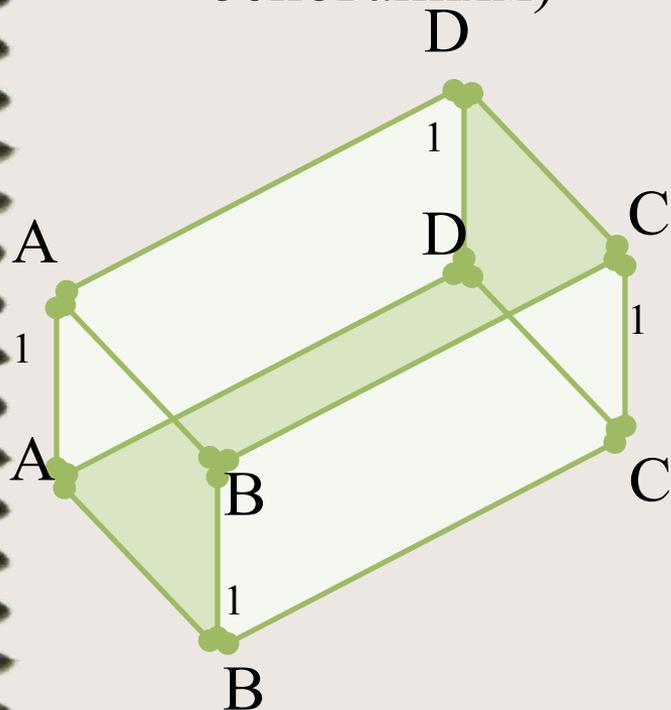
"Правильных многогранников вызывающе мало, но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук".

Л. Кэрролл

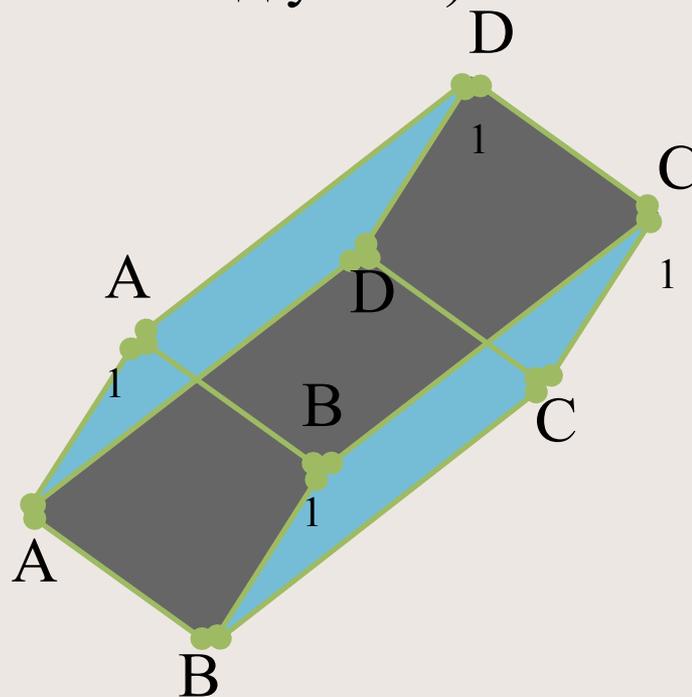
Параллелепипед



Прямой
(ребра
перпендикулярны
основаниям)

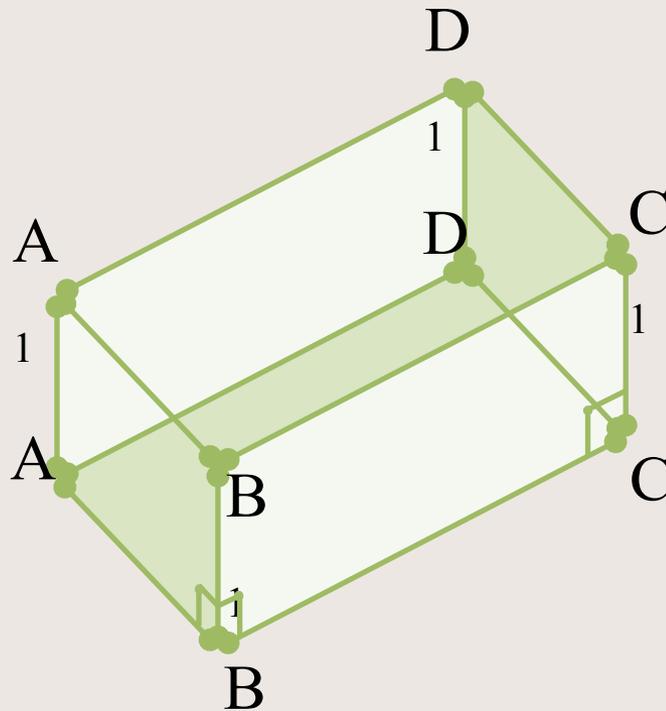


Наклонный
(ребра наклонены к
плоскости основания
под углом)

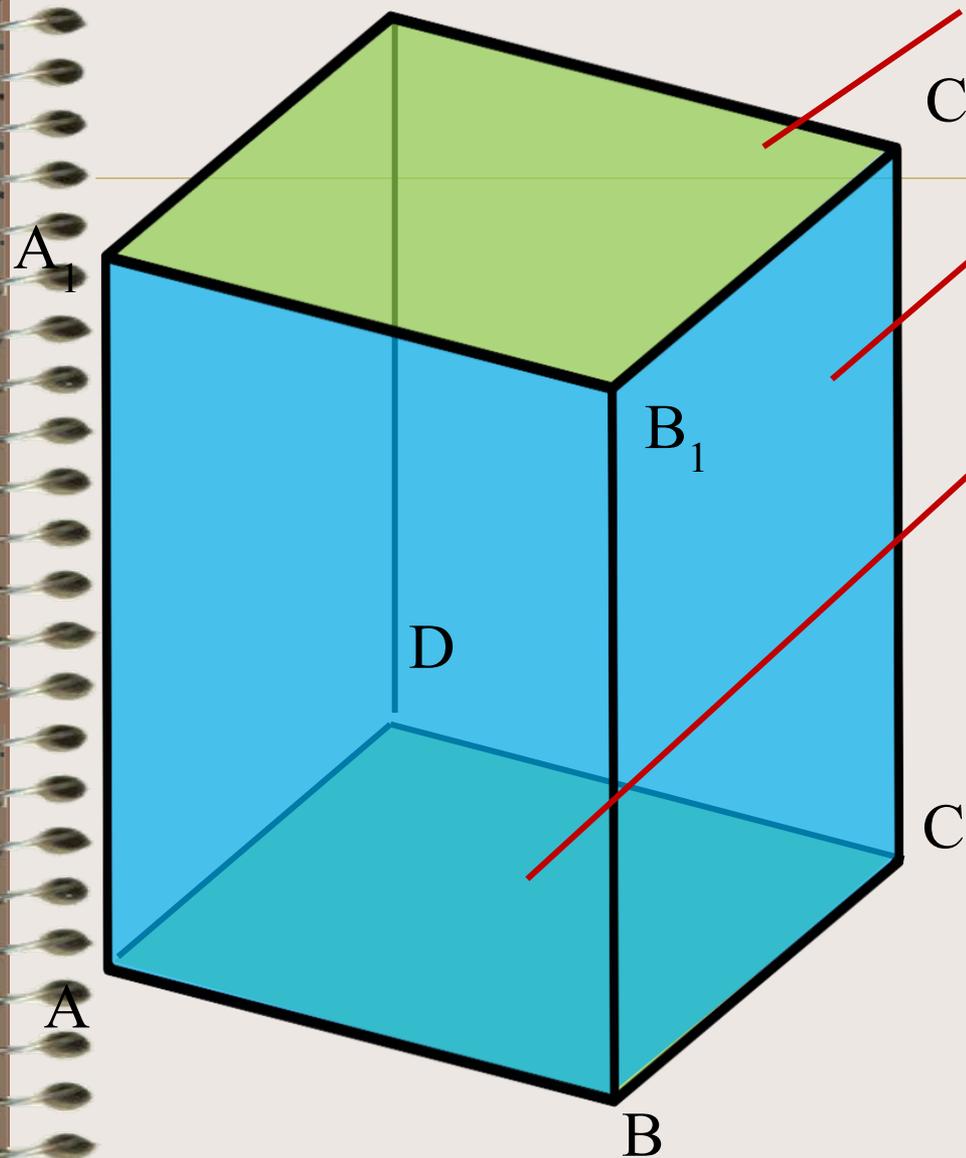




Прямоугольный
(прямой параллелепипед
в основании которого
лежит прямоугольник)



D_1 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед



грань
 $C_1 A_1 B_1 C_1 D_1$

грань
 $B B_1 C_1 C$

грань
 $ABCD$

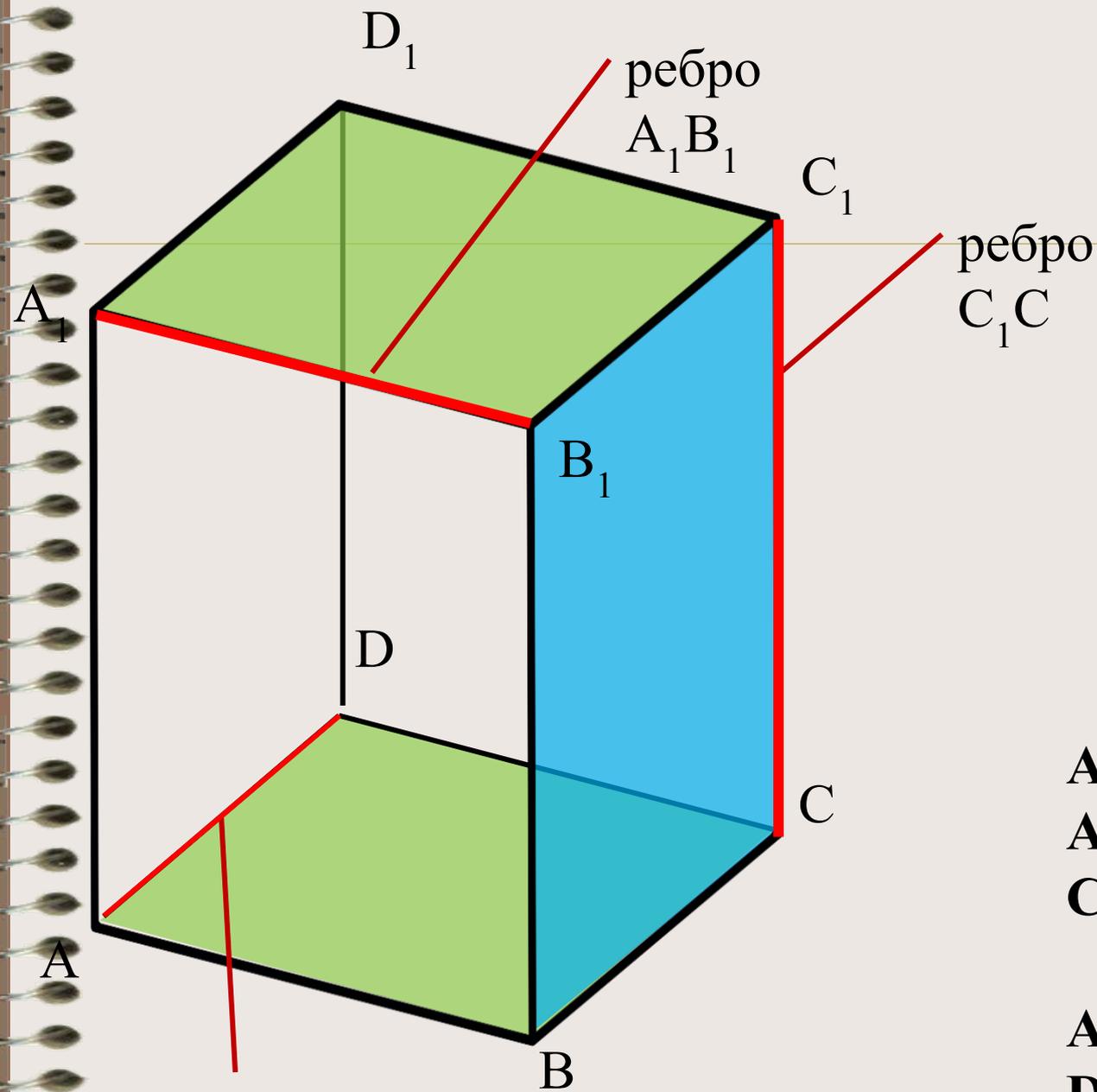
Гран

$ABCD$ — нижнее

основание — верхнее

$A_1 B_1 C_1 D_1$
основание

$B B_1 C_1 C$
 $C C_1 D_1 D$
 $A A_1 D_1 D$ } боковые грани



Рёбра

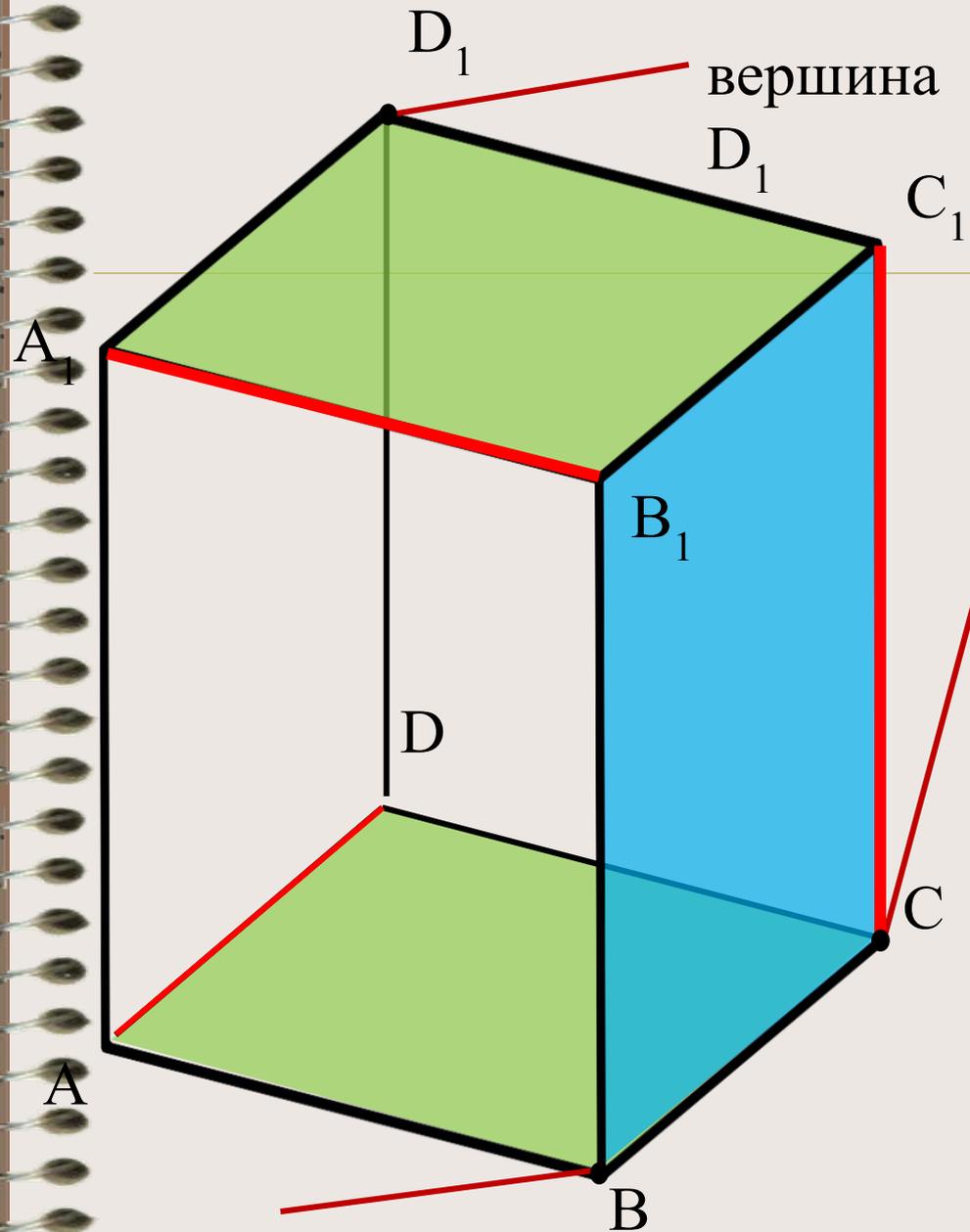
$AB, BC, CD,$
 $AD, A_1B_1, B_1C_1,$
 C_1D_1, A_1D_1

$AA_1, BB_1, CC_1,$
 DD_1 — боковые
 рёбра

ребро
 AD

ребро
 A_1B_1

ребро
 C_1C



вершина

вершина

вершина

Вершин

$A, B, C, D, A_1, B_1,$

C_1, D_1

$\left. \begin{array}{l} AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 \end{array} \right\}$ боковые грани

$\left. \begin{array}{l} AA_1B_1B \\ BB_1C_1C \\ CC_1D_1D \\ AA_1D_1D \end{array} \right\}$ боковые грани

Задача 1

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ —
прямоугольный
параллелепипед

$$AB = 12 \text{ см, } BC$$

$$= 5 \text{ см}$$

Найти:

Решение:

$$1) \text{ } BB_1 \perp (ABC) \Rightarrow$$

$$AC \perp BC \text{ проекция } AC_1 \text{ на } (ABC) \Rightarrow$$

$$\angle CAC_1 = 45^\circ$$

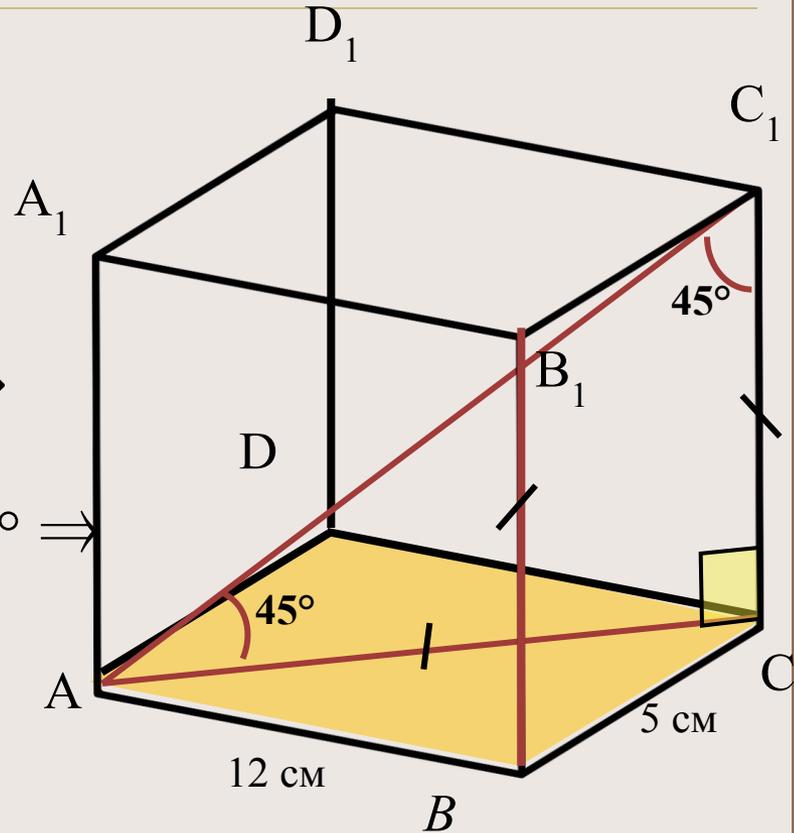
$$2) \angle C_1 CA = 90^\circ, \angle CAC_1 = 45^\circ \Rightarrow$$

$$\angle CC_1 A = 45^\circ$$

$\triangle ACC_1$ — прямоуго. и равноб.

$$\Rightarrow AC = CC_1$$

$$3) CC_1 = BB_1 = AC$$



$\left. \begin{array}{l} AA_1 B_1 B \\ BB_1 C_1 C \\ CC_1 D_1 D \end{array} \right\}$ боковые грани

Ответ: $BB_1 = 13$

см

Задача 2

Дано:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямой
параллелепипед

$ABCD$ —

$AC = 24$

$BD = 10$

$AA_1 = 10$

Найти: большую диагональ

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$

1) $A_1 C$ — большая диагональ

2) $\triangle AA_1 C$ — прямоугольный

$\left. \begin{array}{l} AA_1 B_1 B \\ BB_1 C_1 C \\ CC_1 D_1 D \\ AA_1 D_1 D \end{array} \right\}$ боковые грани

Ответ: $A_1 C = 26$

см

