

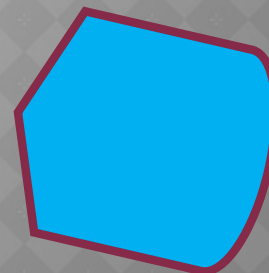
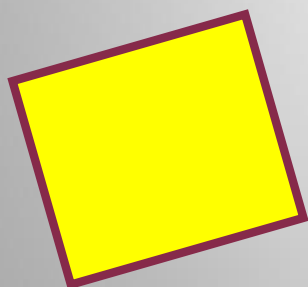
ЕГЭ

Задачи по геометрии Часть 1

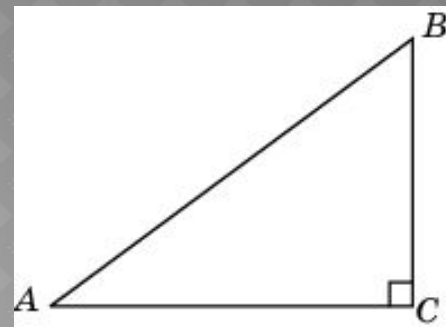


ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ (ПЛАНИМЕТРИЯ

Задачи В-6



1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 10$, $AC = 8$.
Найдите $\sin A$.



Решение

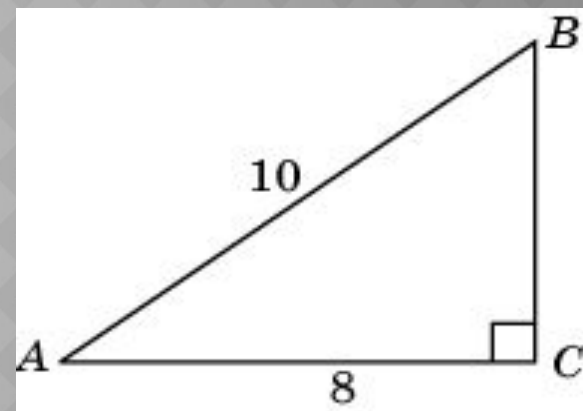
В прямоугольном $\triangle ABC$
по теореме Пифагора

$$BC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

Следовательно,

$$\sin A = 0,6$$

Ответ: **0,6**



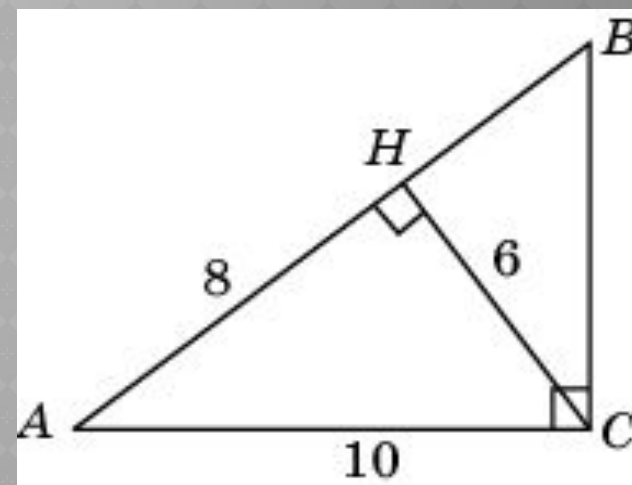
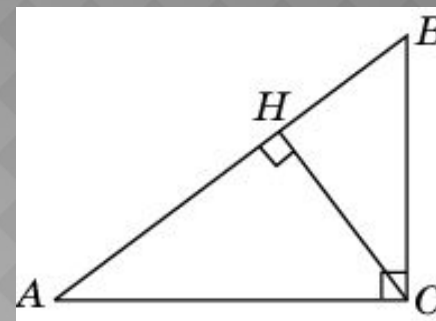
2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , высота CH равна 6, $AC = 10$.

Найдите $\operatorname{tg} A$.

Решение

В прямоугольном $\triangle ACH$ по теореме Пифагора $AH = 8$.
Следовательно,

$\operatorname{tg} A = 0,75$

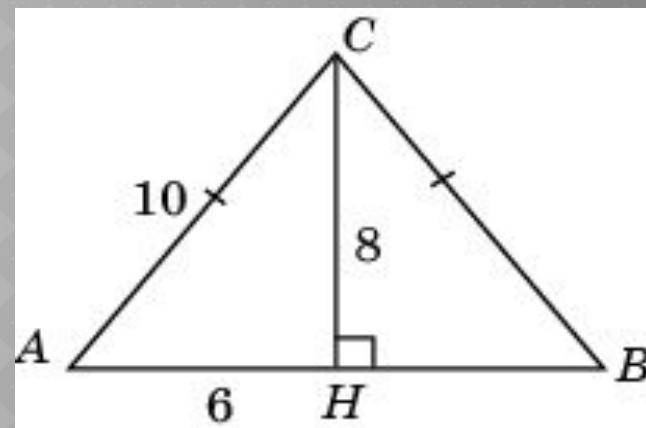
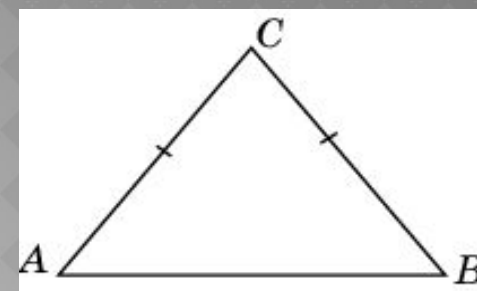


Ответ. 0,75

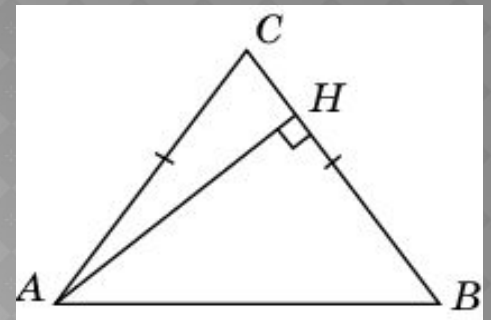
3. В $\triangle ABC$ $AC = BC = 10$,
 $AB = 12$. Найдите $\sin A$

Решение. Проведем
высоту CH . В
прямоугольном \triangle
 ACH по теореме
Пифагора находим
 $CH = 8$ и,
следовательно, $\sin A$
 $= 0,8$

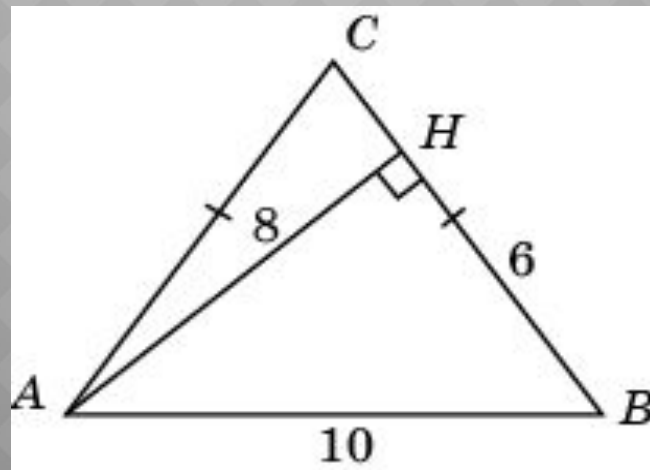
Ответ: 0,8



4. В $\triangle ABC$ $AC = BC$, $AB = 10$,
высота AH равна 8.
Найдите $\cos A$

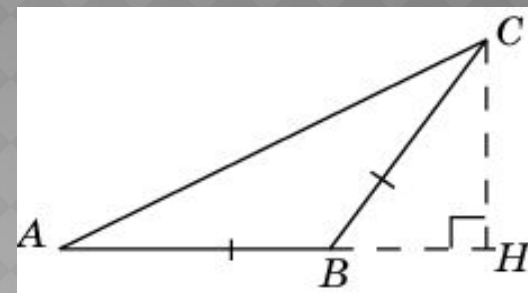


Решение. В прямоугольном $\triangle ABH$ по теореме Пифагора находим $BH = 6$ и, следовательно, $\cos B = 0,6$. Так как углы A и B $\triangle ABC$ равны, то $\cos A = 0,6$

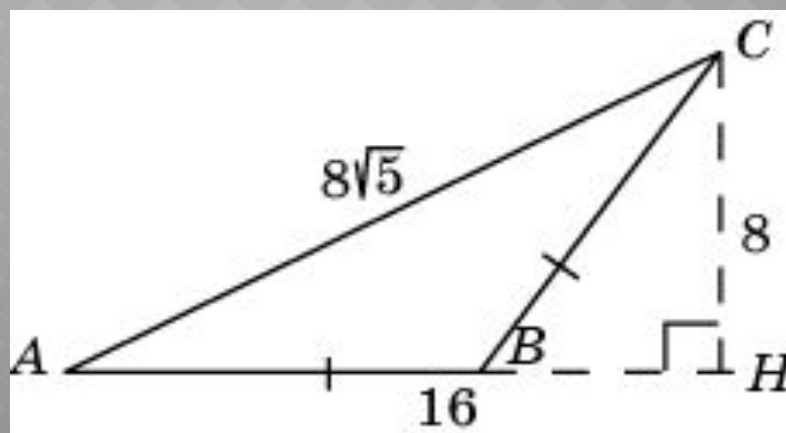


Ответ: 0,6

5. В $\triangle ABC$ $AB = BC$, высота $CH = 8$, $AC = 8\sqrt{5}$. Найдите тангенс угла ACB

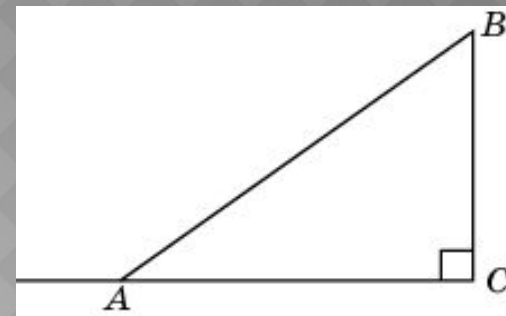


Решение По теореме Пифагора в прямоугольном $\triangle ACH$ $AH = 16$. Откуда $\operatorname{tg} A = 0,5$. Так как углы A и C $\triangle ABC$ равны, то $\operatorname{tg} ACB = 0,5$

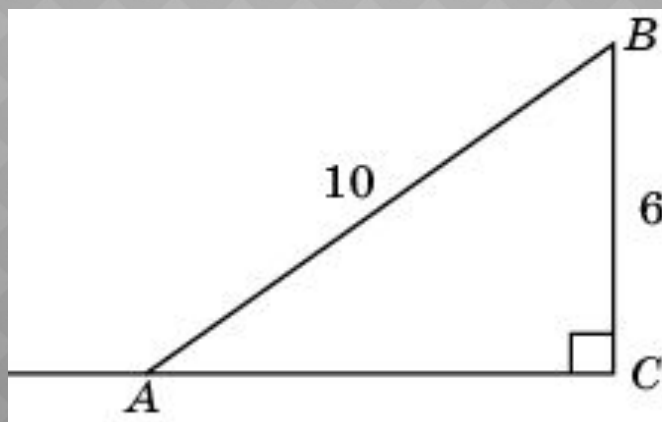


Ответ: 0,5

6. В $\triangle ABC$ угол C равен 90° , $AB = 10$, $BC = 6$.
Найдите синус внешнего угла при вершине A

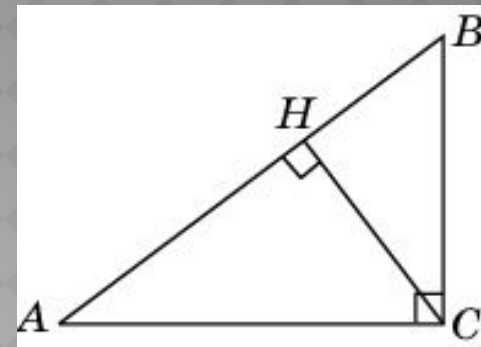


Решение Синус внешнего угла при вершине A $\triangle ABC$ равен синусу угла A и, следовательно, равен $0,6$.



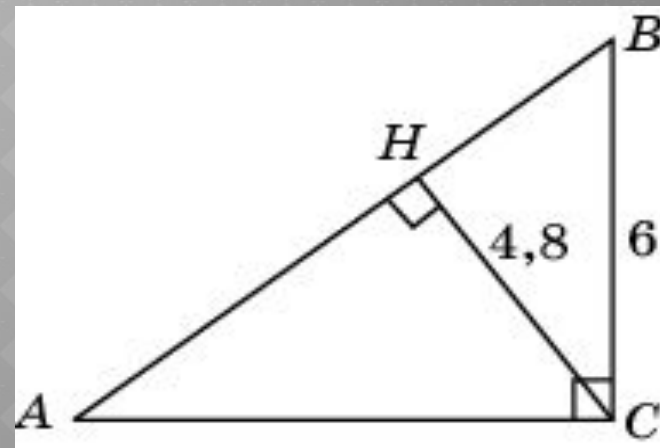
Ответ: $0,6$

7. В $\triangle ABC$ угол C равен 90° , CH – высота, $BC = 6$, $\cos A = 0,8$. Найдите CH



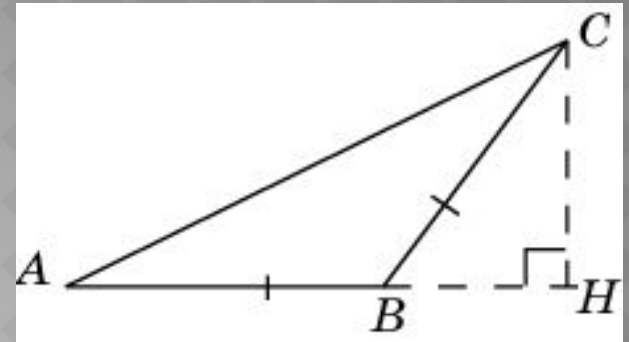
Решение Углы BCH и BAC равны, как острые углы с перпендикулярными сторонами, значит, $\cos BCH = 0,8$.

$$CH = BC \cos BCH = 4,8$$

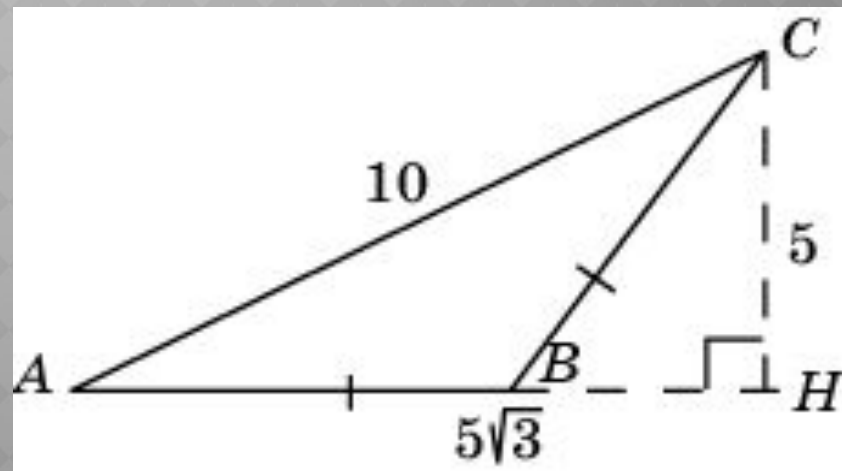


Ответ: 4,8

8. В $\triangle ABC$ $AB = BC$,
высота CH равна 5,
 $\operatorname{tg} C = 3/\sqrt{3}$. Найдите AC



Решение В равнобедренном $\triangle ABC$ угол A равен углу C . значит, $\operatorname{tg} A = \operatorname{tg} C$ и
 $AH = CH/\operatorname{tg} A = 5\sqrt{3}$. По теореме
Пифагора находим $AC = 10$

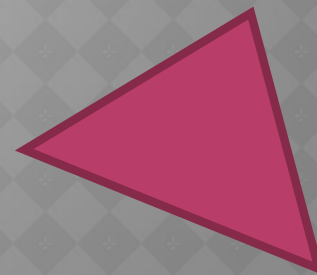


Ответ: 10

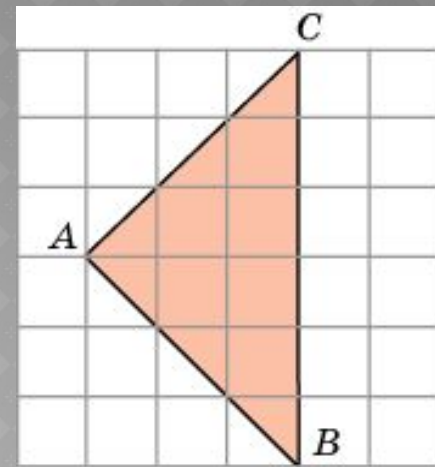
ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ (ПЛАНИМЕТРИЯ)

Задачи

В-3



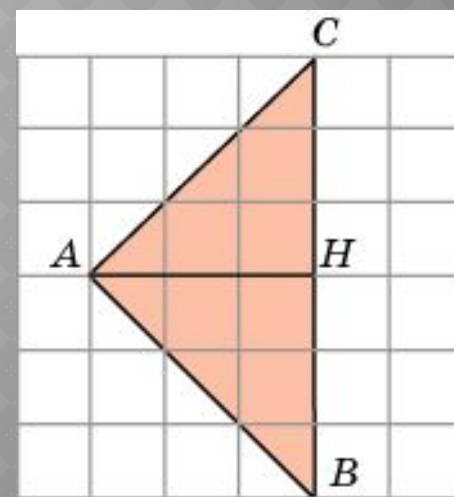
1. Найдите площадь $\triangle ABC$, считая стороны квадратных клеток равными 1



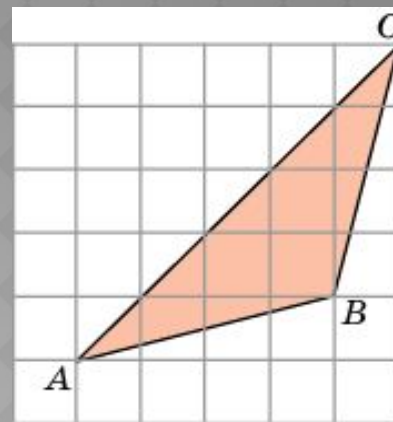
Решение Проведем высоту AH . Тогда $BC = 6$, $AH = 3$ и, следовательно,

$$S = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$

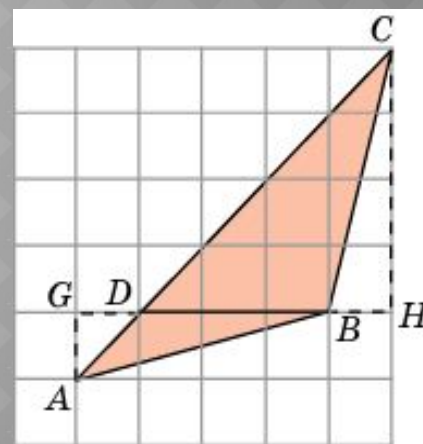
Ответ: 9



2. Найдите площадь $\triangle ABC$, считая стороны квадратных клеток равными 1

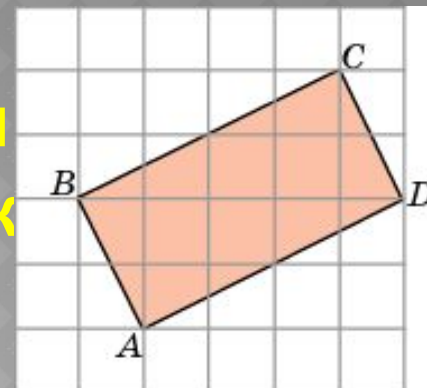


Решение Разобьем данный $\triangle ABC$ на два треугольника ABD и BDC . Их общая сторона $BD = 3$, а высоты, к ней проведенные, равны соответственно 1 и 4. Площадь $\triangle ABD$ равна 1,5, а площадь $\triangle BDC$ равна 6. Площадь $\triangle ABC$ равна сумме площадей этих треугольников и, следовательно, равна 7,5

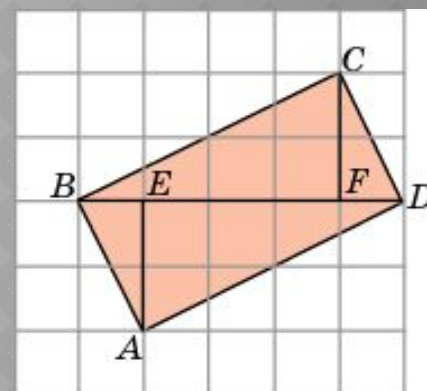


Ответ: 7,5

3. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1

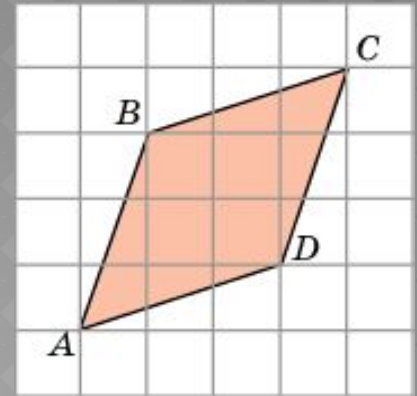


Решение Разобьем данный прямоугольник $ABCD$ на два треугольника ABD и BDC . Сторона BD у них общая и равна 5. Высоты AE и CF , опущенные на эту сторону, равны 2. Так как площадь треугольника равна половине произведения стороны на высоту, опущенную на эту сторону, то площадь каждого из этих двух треугольников будет равна 5 и, следовательно, площадь прямоугольника будет равна 10

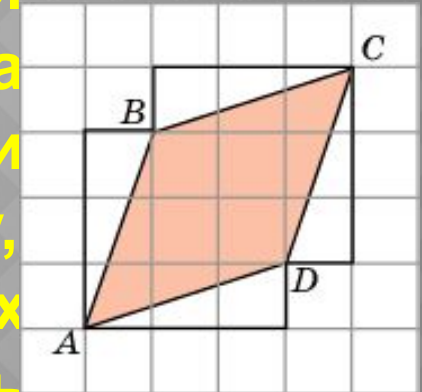


Ответ: 10

4. Найдите площадь ромба $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1

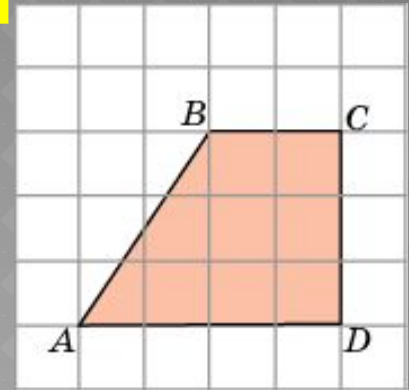


Решение Достроим на сторонах ромба четыре равных прямоугольных треугольника, катеты которых равны 1 и 3. Площадь каждого такого треугольника равна 1,5. Ромб вместе с этими треугольниками образует фигуру, состоящую из четырнадцати единичных квадратов. Следовательно, ее площадь равна 14. Вычитая из нее площадь четырех треугольников, получим, что площадь ромба равна 8

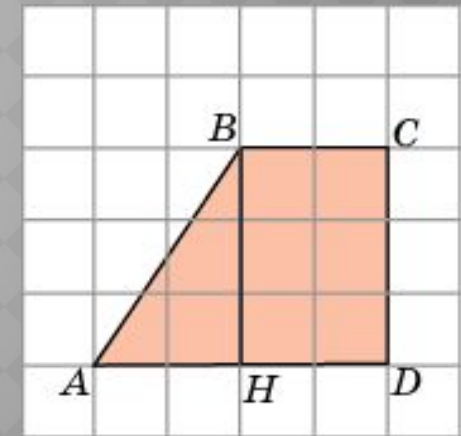


Ответ: 8

5. Найдите площадь трапеции $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1

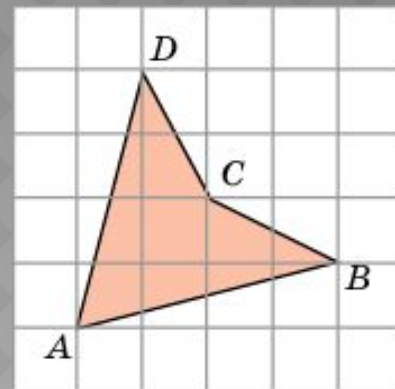


Решение Основания AD и BC данной трапеции равны соответственно 4 и 2. Высотой является боковая сторона CD . Она равна 3. Так как площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту, то площадь данной трапеции будет равна 9



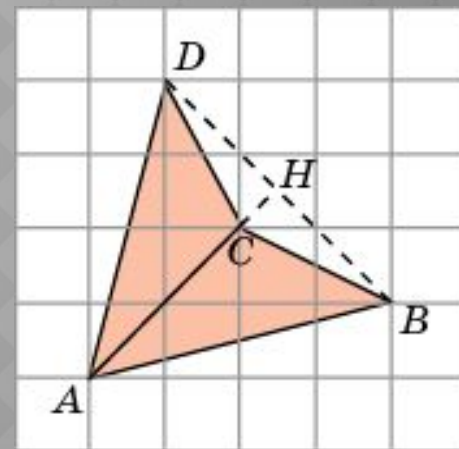
Ответ: 9

6. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1

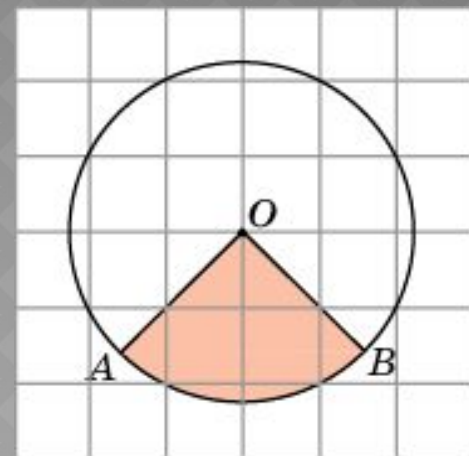


Решение Разобьем данный четырехугольник на два треугольника ACB и ACD . Сторона AC у них общая и равна $2\sqrt{2}$. Высоты BH и DH равны $\sqrt{2}/2$. Следовательно, площади этих треугольников равны 3. Значит, площадь четырехугольника равна 6

Ответ: 6



7. Найдите площадь S сектора, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите S/π .



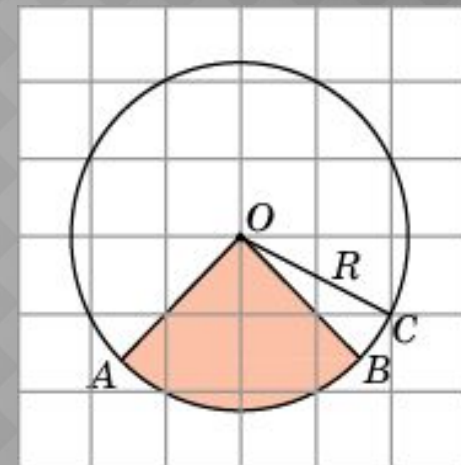
Решение

$$S_{\text{сек}} = \frac{\pi R^2 \varphi}{360}$$

Если $R = \sqrt{5}$, $\varphi = 90^\circ$,

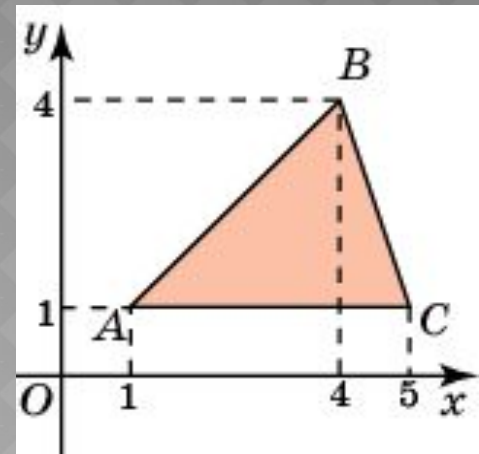
то $S = 5\pi/4$,

т. е. $S/\pi = 1,25$

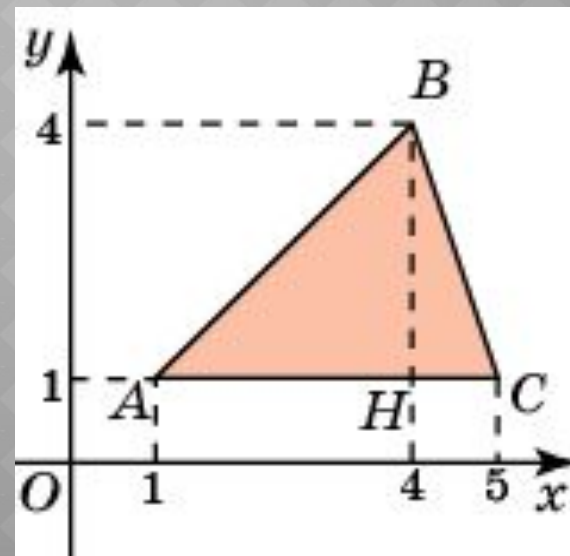


Ответ: 1,25

8. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1, 1)$, $(4, 4)$, $(5, 1)$



Решение Из вершины B $\triangle ABC$ опустим высоту $BH = 3$. Сторона $AC = 4$. Следовательно, площадь треугольника равна 6

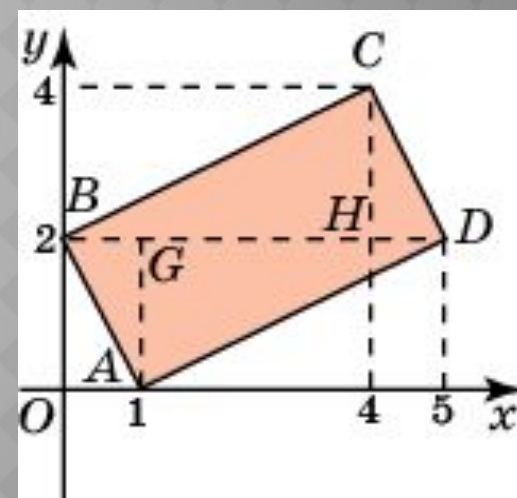
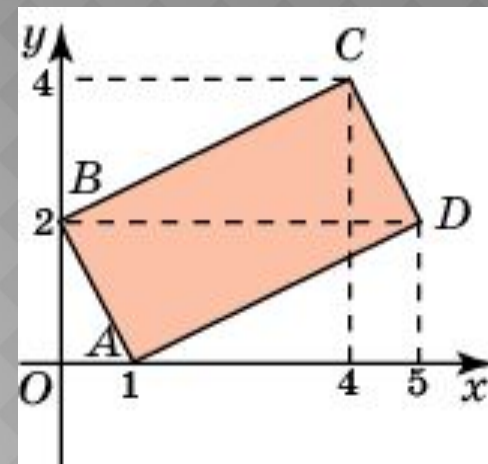


Ответ: 6

9. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(1, 0)$, $(0, 2)$, $(4, 4)$, $(5, 2)$

Решение Разобьем

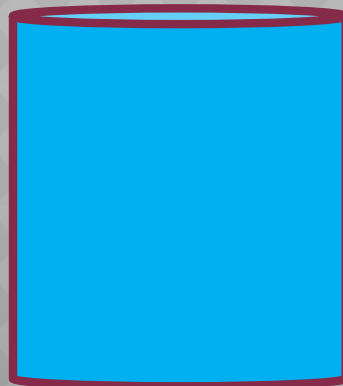
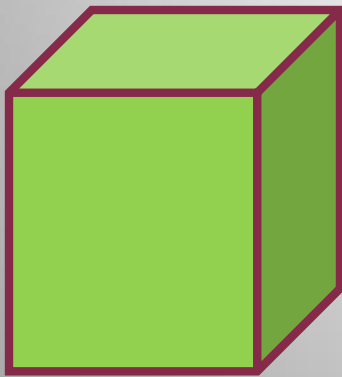
четырехугольник $ABCD$ на два треугольника ABD и BDC . Высоты AG и CH этих треугольников, опущенные на сторону BD , равны 2, сторона BD равна 5. Следовательно, площади этих треугольников равны 5 и, значит, площадь четырехугольника $ABCD$ равна 10.



Ответ: 10

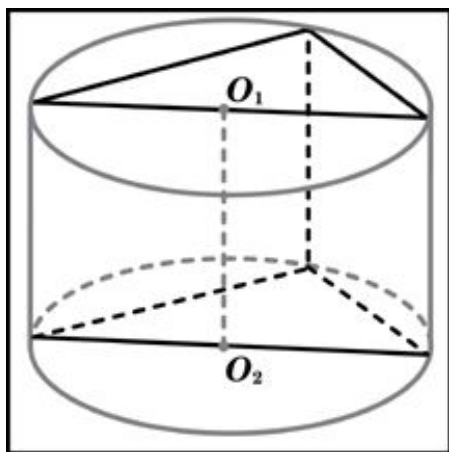
ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ (СТЕРЕОМЕТРИЯ)

Задачи В-9



ЗАДАЧА 1

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 4 и 3. Боковые ребра равны $2/\pi$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



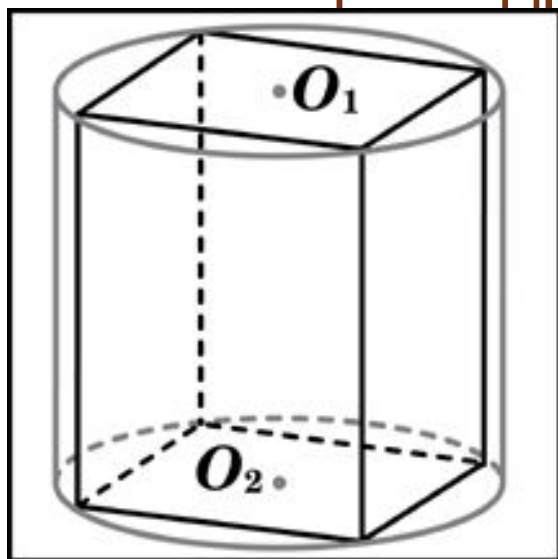
Решение:

$$d = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$V = \pi \cdot 2,5^2 \cdot \frac{2}{\pi} = 12,5$$

ЗАДАЧА 2

В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 8. Боковые ребра равны $5/\pi$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Решение: 1) $a^2 + a^2 = d^2$

$$d = \sqrt{2a^2}$$

$$d = \sqrt{2 \cdot 64}$$

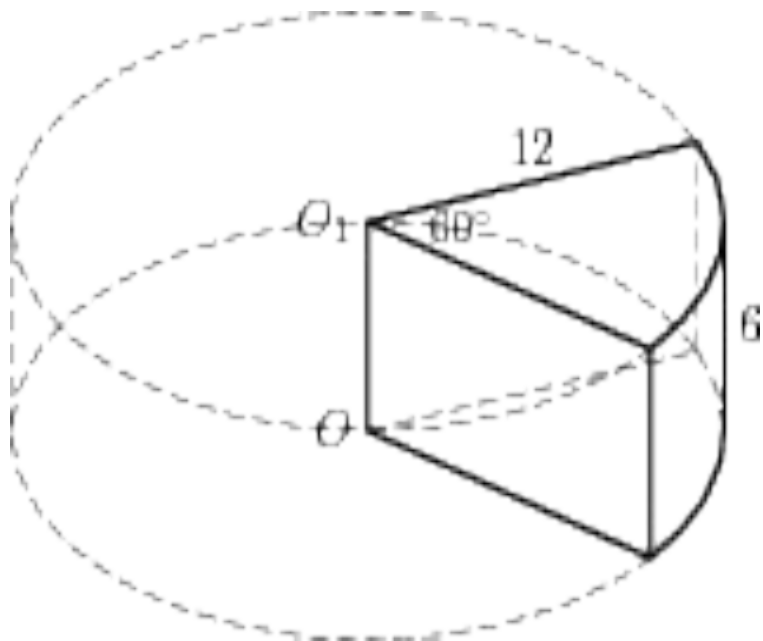
$$d = 8\sqrt{2}$$

$$2) S_{\text{осн}} = \pi r^2 = \pi (4\sqrt{2})^2 = \pi \cdot 16 \cdot 2 = 32\pi$$

$$3) V = \pi r^2 h = 32\pi \frac{5}{\pi} = 160$$

ЗАДАЧА 3

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите π .

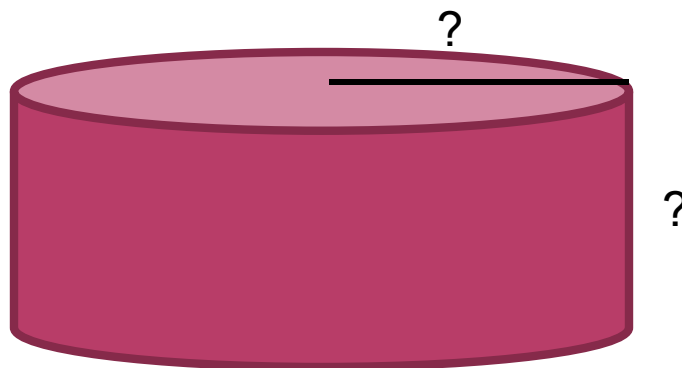
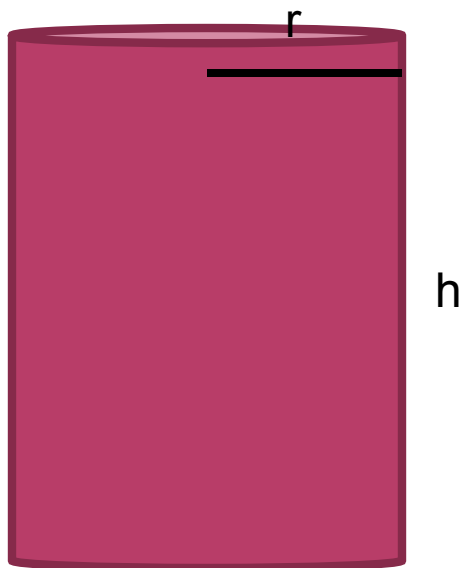


Решение:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{6} V_{\text{ц}} = \\ &= \frac{1}{6} \pi \cdot 12^2 \cdot 6 = \\ &= 144\pi \end{aligned}$$

ЗАДАЧА 4

Объем цилиндра равен 9. Найти объем цилиндра, радиус которого в 2 раза больше, а высота в 3 раза меньше высоты данного цилиндра.



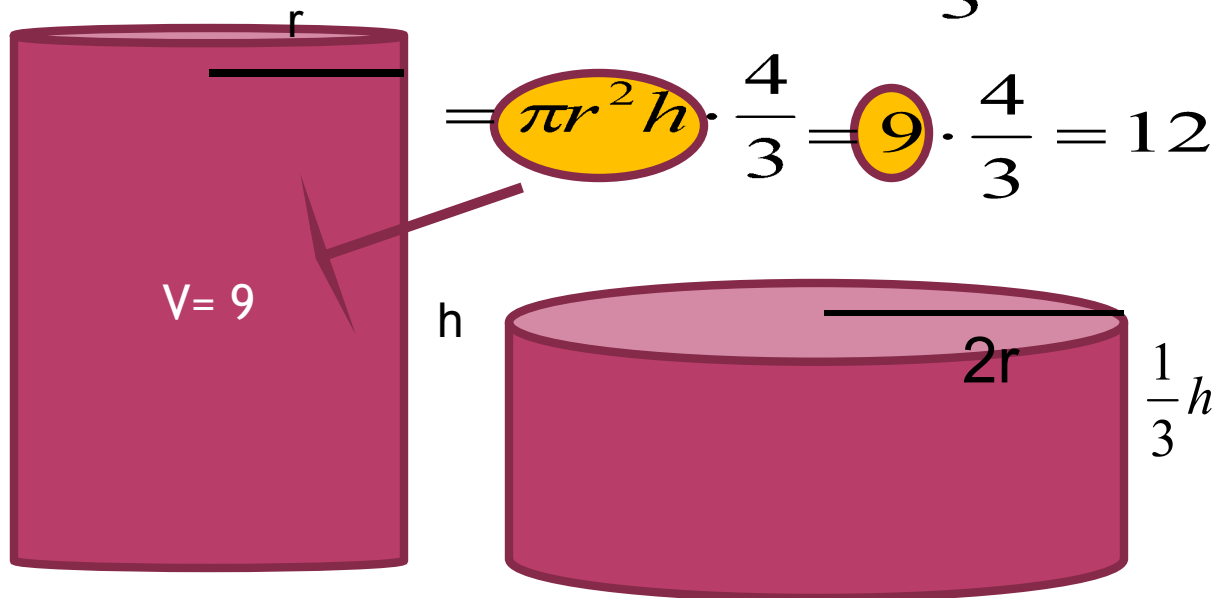
ЗАДАЧА 5

Объем цилиндра равен 9. Найти объем цилиндра, радиус которого в 2 раза больше, а высота в 3 раза меньше высоты данного цилиндра.

Решение:

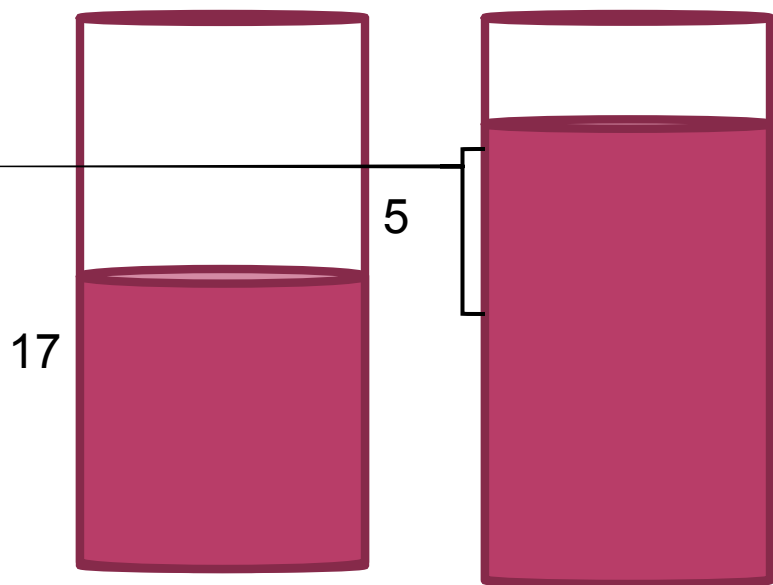
$$V_2 = \pi (2r)^2 \cdot \frac{h}{3} = \pi \cdot r^2 \cdot 4 \cdot \frac{h}{3} =$$

$$= \pi r^2 h \cdot \frac{4}{3} = 9 \cdot \frac{4}{3} = 12$$



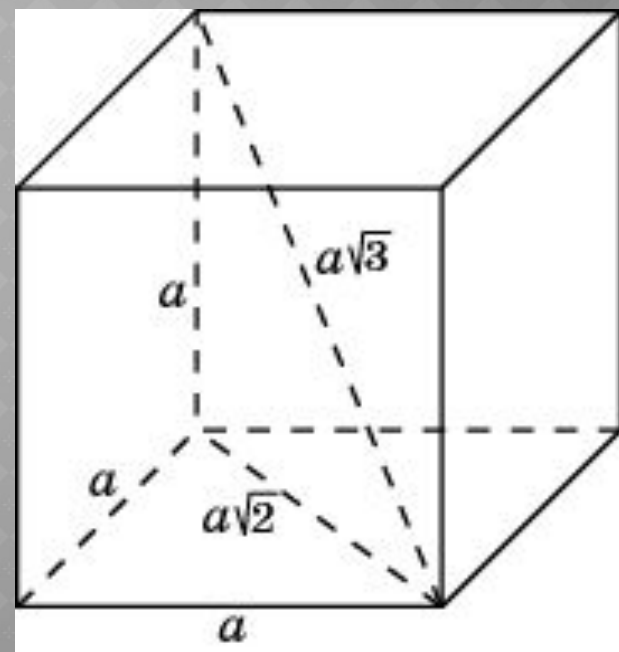
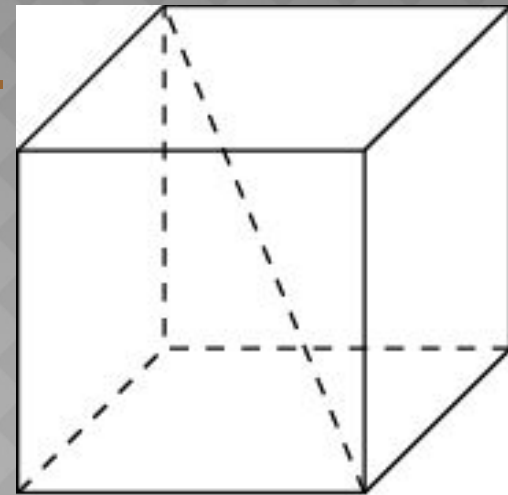
ЗАДАЧА 6

В цилиндрический сосуд налили 1700см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 17 см . В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 5 см . Чему равен объем детали?



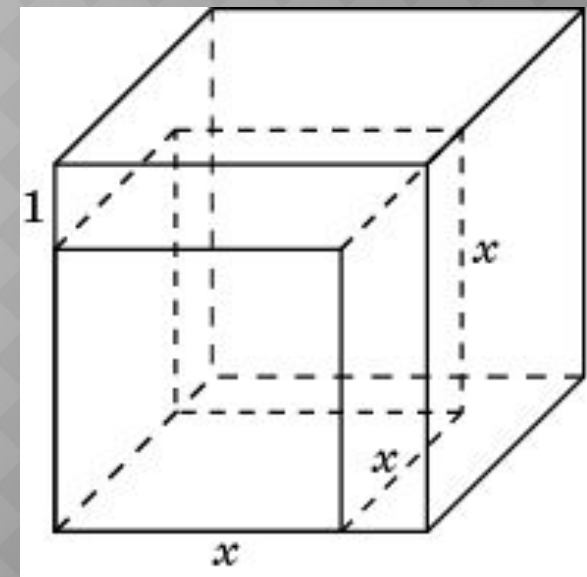
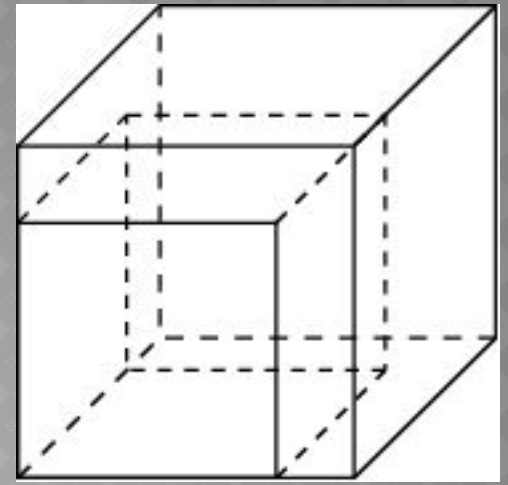
Задача 7. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$.
Найдите его объем

Если ребро куба равно a , то его диагональ равна $a\sqrt{3}$.
Отсюда следует, что если диагональ куба равна $\sqrt{12}$, то его ребро равно 2 и, значит, объем этого куба равен 8.

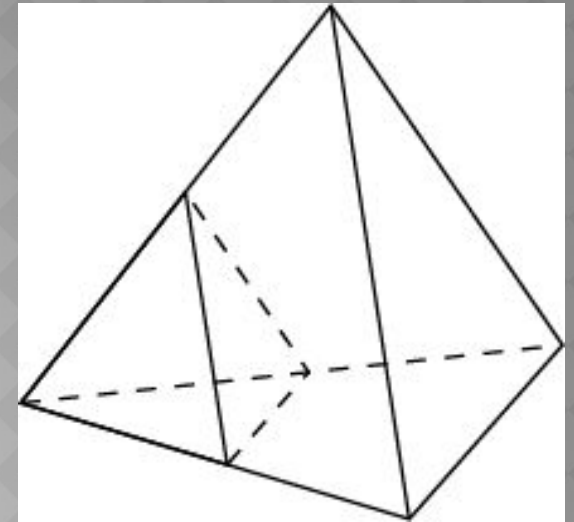


Задача 8. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 30. Найдите ребро куба

Если ребро куба равно x , то площадь его поверхности равна $6x^2$. Если ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности будет равна $6(x+1)^2$. Учитывая, что площадь поверхности куба при этом увеличивается на 30, получаем уравнение $6(x+1)^2 = 6x^2 + 30$, решая которое, находим $x = 2$

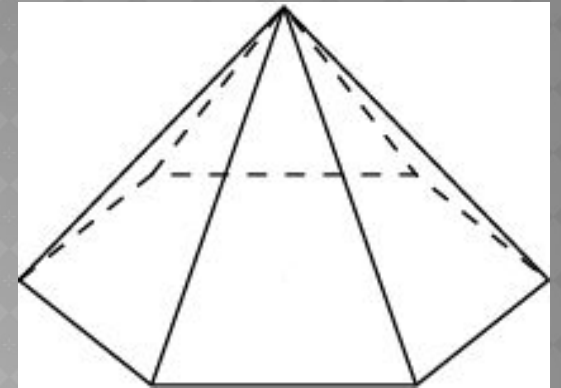


Задача 9. Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в два раза?

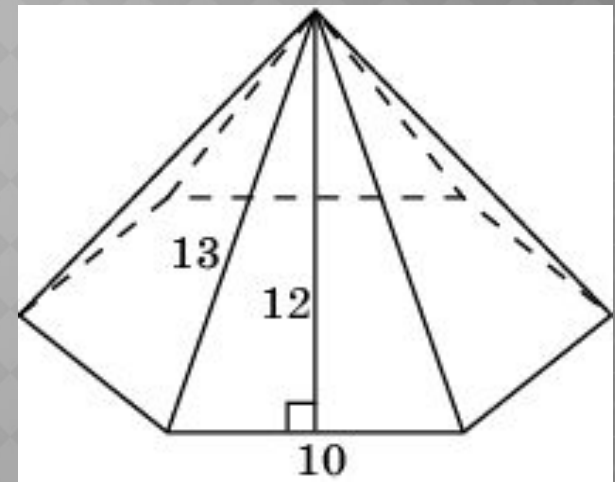


Воспользуемся тем, что если два тетраэдра подобны и коэффициент подобия равен k , то отношение объемов этих тетраэдров равно k^3 . Если ребра тетраэдра увеличить в два раза, то объем тетраэдра увеличится в 8 раз.

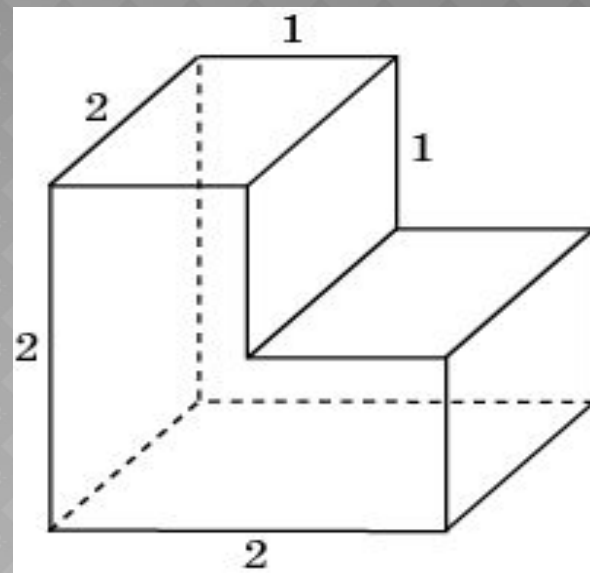
Задача 10. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды



Высота боковой грани пирамиды равна 12. Площадь боковой грани равна 60. Площадь боковой поверхности этой пирамиды равна 360

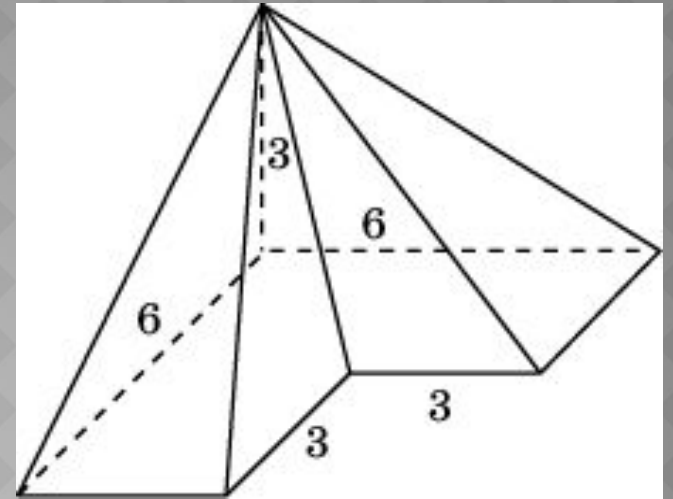


Задача 11. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые



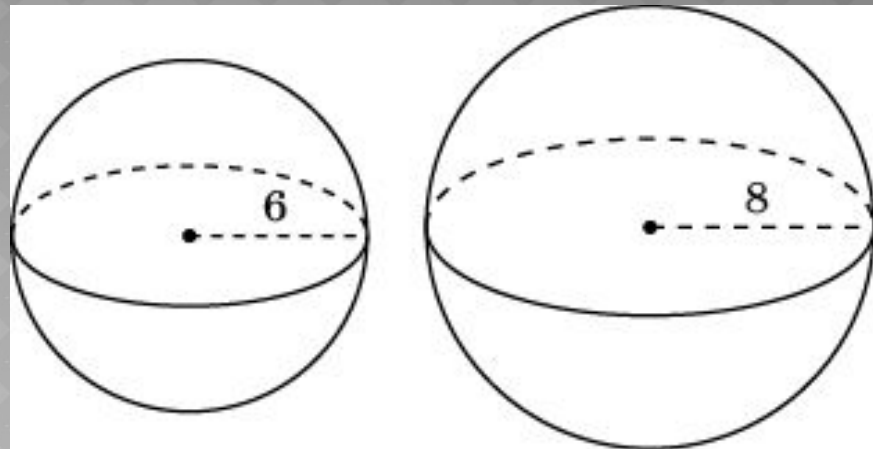
Поверхность многогранника состоит из двух квадратов, площадь которых равна 4, четырех прямоугольников, площадь которых равна 2, и двух невыпуклых шестиугольников, площадь которых равна 3. Следовательно, площадь поверхности многогранника равна 22

Задача 12. Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 3



Площадь основания пирамиды равна 27, высота равна 3. Следовательно, объем пирамиды равен 27

Задача 13. Радиусы двух шаров равны 6 и 8. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей



Площади поверхностей данных шаров равны $4\pi \cdot 36$ и $4\pi \cdot 64$.

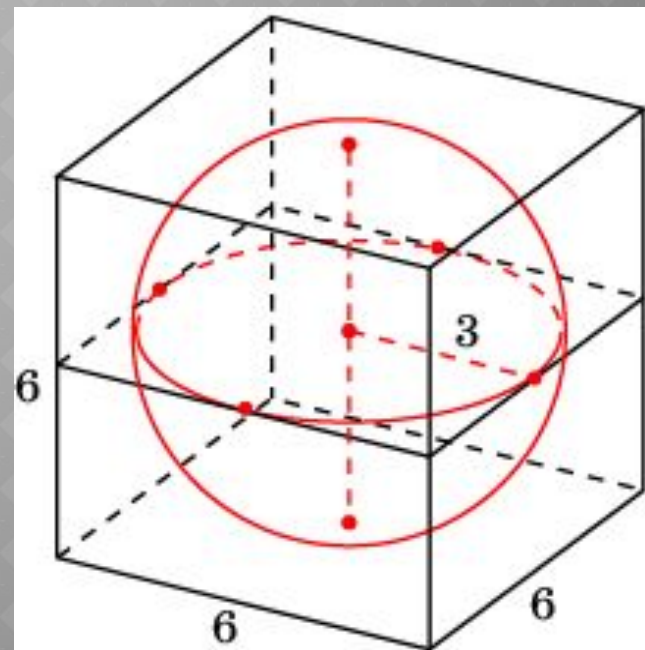
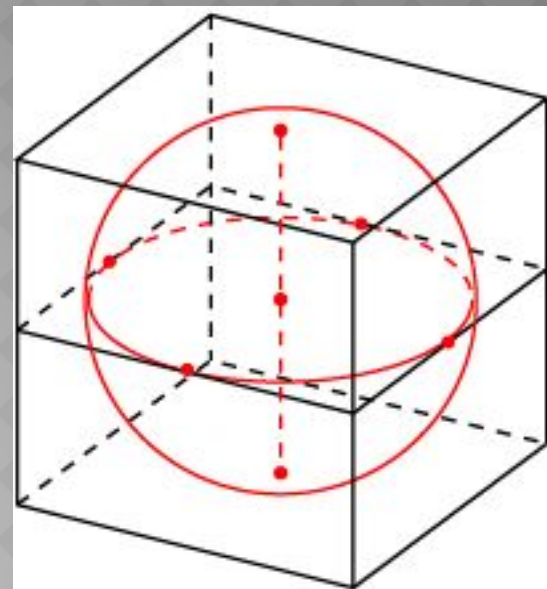
Их сумма равна $4\pi \cdot 100$. Следовательно, радиус шара, площадь поверхности которого равна этой сумме, равен 10.

Задача 14.

В куб с ребром 6 вписан шар.
Найдите объем шара,
деленный на π

Решение.

Радиус шара равен 3.
Объем шара равен 36π ,
а объем, деленный на π ,
равен 36



СПАСИБО!

