

## Лекция 2. ОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ. ИХ ЭЛЕМЕНТЫ И СВЯЗИ

1. Основные элементы стержневых систем и их расчетные схемы
2. Кинематический анализ стержневых систем
3. Анализ геометрической неизменяемости стержневых систем

# 1. Основные элементы стержневых систем и их расчетные схемы

*Стержневыми системами называются системы, состоящие из отдельных, обычно прямолинейных, стержней, соединенных между собой в узлах с помощью сварки, заклепок, болтов или других креплений.*

## Основные элементы:

- Стержни
- Узлы
- Опоры

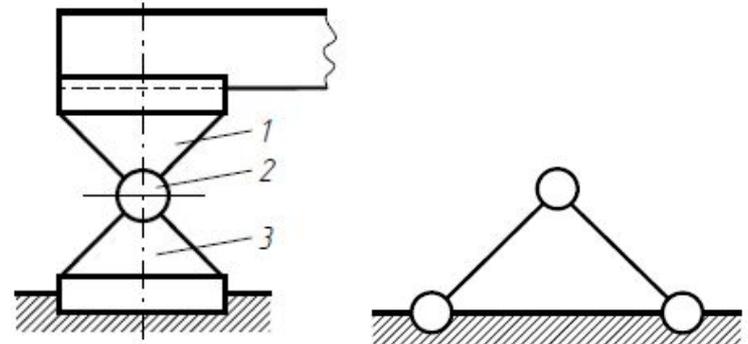
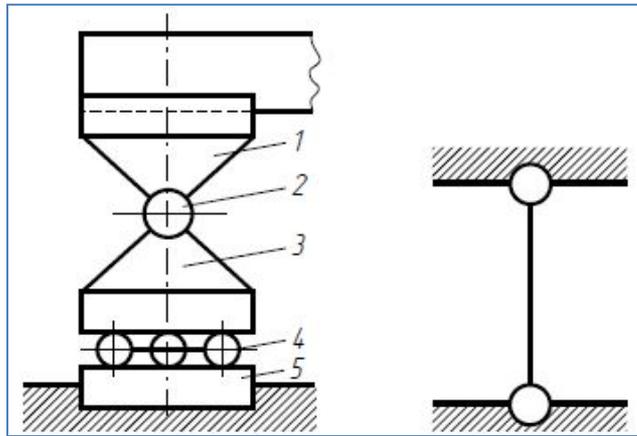
Стержни – .....

**Узел** – место соединения стержней и дисков между собой.  
Узлы бывают **шарнирными и жесткими**

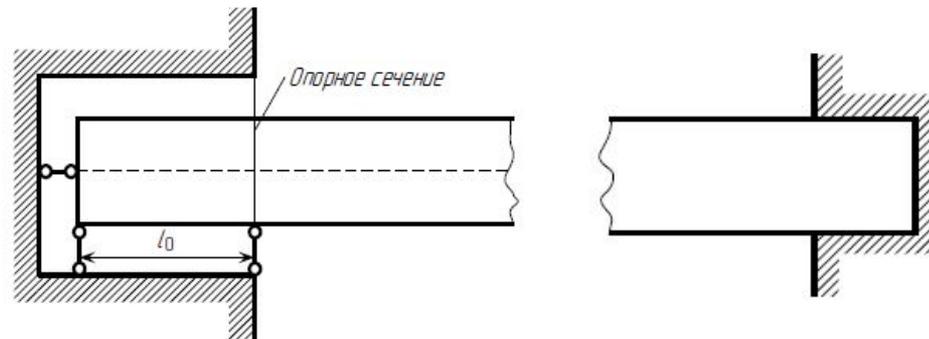
Опоры – .....

## 1.1. ОПОРЫ

В курсе строительной механики рассматривается расчет геометрически неизменяемых систем (сооружений), т. е. таких, перемещения отдельных точек которых возможны только в результате деформации систем. Неподвижность таких систем (их геометрическая неизменяемость) относительно земли\* обеспечивается опорными связями (опорами). В опорах возникают реакции, которые вместе с заданными нагрузками представляют уравновешенную систему внешних сил, действующих на сооружение.



- 1-
- 2-
- 3-
- 4-
- 5-



## 2. Кинематический анализ

### 2.1. сооружений понятие о геометрической неизменяемости сооружения. Степени свободы

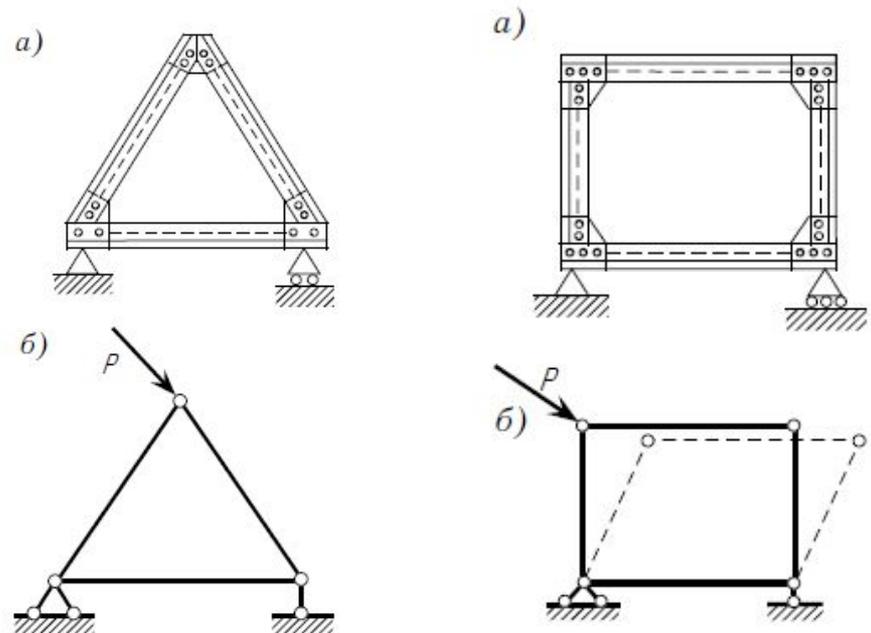
В курсе строительной механики рассматривается расчет геометрически неизменяемых систем (сооружений), т. е. таких, перемещения отдельных точек которых возможны только в результате деформации систем.

Цель кинематического анализа сооружений – установить, является ли сооружение геометрически изменяемым или нет

**Простейшая** геометрически неизменяемая система

- Стержень
- Шарнирный треугольник

**Диск** – конструкция или ее часть, геометрической неизменяемости которой доказана (очевидна)



**Геометрически изменяемые системы** – это системы, в которых возможна взаимная подвижка или подвижка относительно основания конструктивных элементов без их деформации.

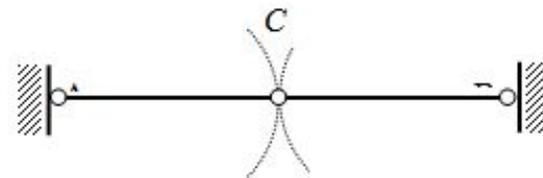
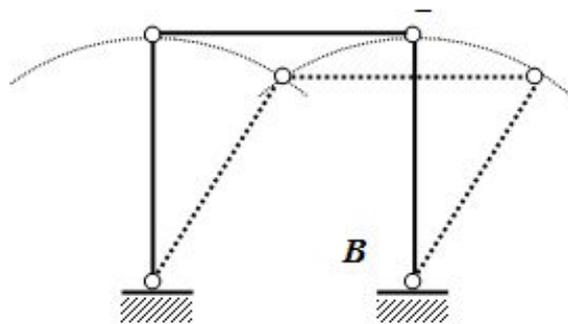
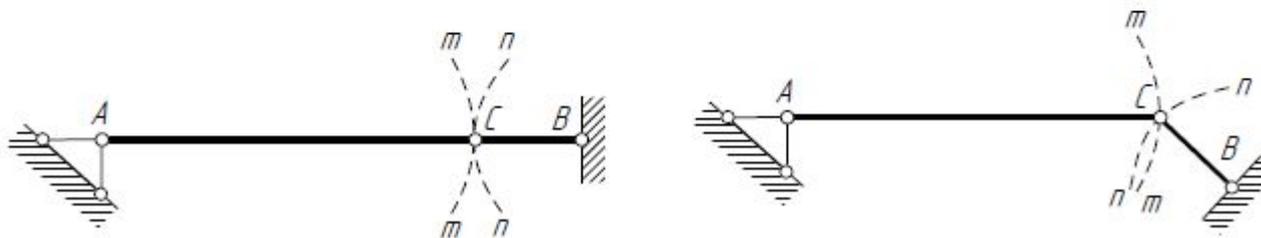


Рис. 2.3.

Систему с двумя стержнями, лежащими на одной прямой (рис. 1.9), в дальнейшем будем называть мгновенно изменяемой, так как она в следующее мгновение после малого смещения точки  $C$  по перпендикуляру к прямой  $AB$  превращается в неизменяемую систему.



## Геометрическая неизменяемость

- Стадия монтажа (возведения)

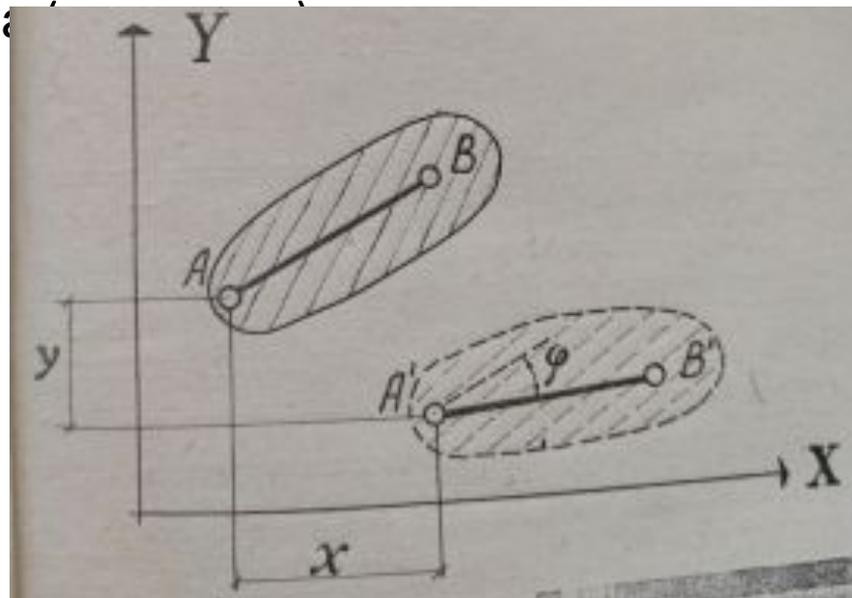
## Степени свободы. Связи, их кинематические характеристики

**Степенью свободы** (или числом степеней свободы) называется **наименьшее число независимых геометрических параметров**, с помощью которых можно определить положение всех элементов системы на плоскости или в пространстве

**Диск** – конструкция или ее часть, геометрической неизменяемости которой доказана

Материальная ( $\cdot$ ) на плоскости имеет **2** степени свободы

**Диск на плоскости имеет 3**  
**степени свободы –**  
**2 линейных смещения  $x, y$**   
**1 угловое (угол поворота)**



**Связь** – устройство, лишаящее конструкцию одной степени свободы (возможности перемещаться вдоль связи)

Связь, соединяющая конструкцию с землей называется **опорной**

Образование систем из отдельных элементов производится с помощью связей, соединяющих эти элементы. Каждая связь имеет кинематическую и статическую характеристику. Кинематическая характеристика определяет, каким движениям одного диска относительно другого препятствует связь и сколько степеней свободы она уничтожает. Статическая характеристика определяет, какие реакции в ней могут возникнуть. Существует три вида связей.

**Связь первого вида** – стержень с цилиндрическими шарнирами по концам. Такая связь эквивалентна шарнирной подвижной опоре. Кинематическая характеристика связи первого вида: она препятствует поступательному перемещению одного диска относительно другого по направлению оси связи и уничтожает одну степень свободы.

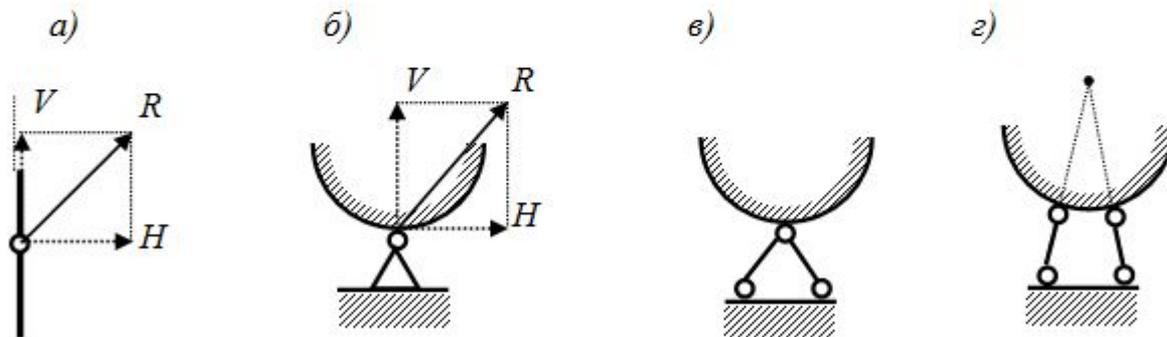


Рис. 2.7.



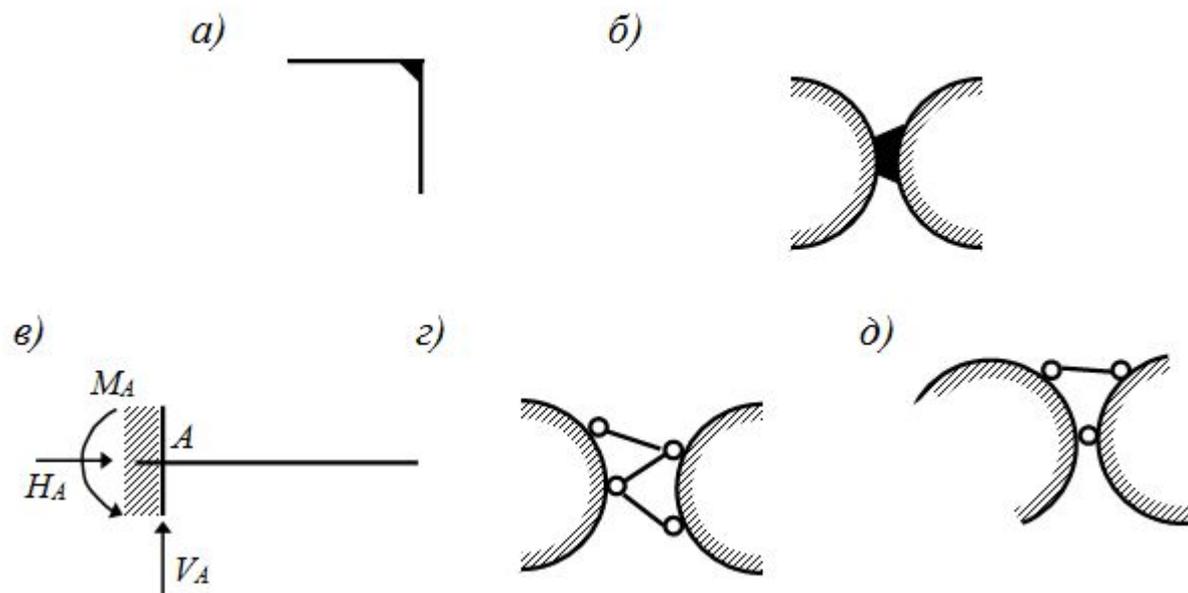
**Связь второго вида** – цилиндрический шарнир (в дальнейшем будем называть «шарнир») (рис. 2.9, *а*). Такая связь эквивалентна шарнирной неподвижной опоре (рис. 2.9, *б*) или двум связям первого вида, пересекающимся в одной точке (рис. 2.9, *в*, *г*), которая может играть роль действительного (рис. 2.9, *в*) или фиктивного (рис. 2.9, *г*) шарнира.

Кинематическая характеристика связи второго вида: шарнир препятствует поступательному перемещению одного диска относительно другого и допускает взаимный поворот; шарнир уничтожает две степени свободы взаимного перемещения дисков.



Статическая характеристика: в шарнире возникает проходящая через центр шарнира реакция произвольного направления, которая может быть разложена на две составляющие. Момент в шарнире равен нулю, а, следовательно, изгибающий момент в сечении, где расположен шарнир, также равен нулю. Уста-

Связь третьего вида – жесткое соединение или припайка (рис. 2.12, а, б).

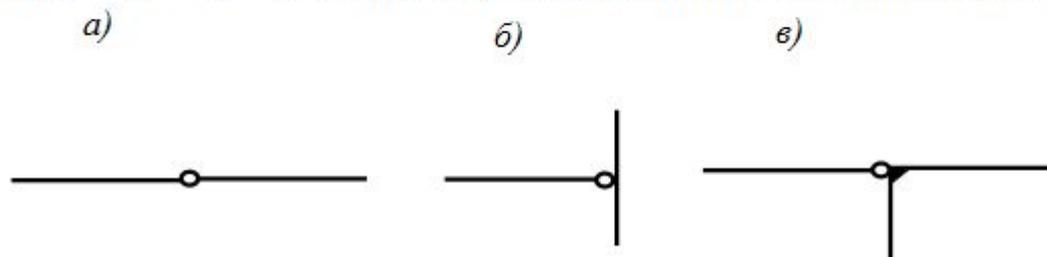


Такая связь эквивалентна заземляющей опоре (рис. 2.12, в) или трем связям первого вида, не пересекающимся в одной точке (рис. 2.12, г), или одной связи второго вида и одной связью первого вида, если ось последней не проходит через шарнир (рис. 2.12, д). Кинематическая характеристика связи третьего вида: жесткое соединение препятствует поступательному и вращательному перемещению одного диска относительно другого, уничтожает три степени свободы в их взаимном относительном перемещении, соединяя два диска в одно целое.

Статическая характеристика: в жестком соединении действует реакция определенного направления и на определенном расстоянии от жесткого соедине-

Шарнир, соединяющий два стержня (диска), называется простым шарниром. На рис. 2.10 приведены примеры простых шарниров.

Шарнир, соединяющий более двух стержней (дисков), называется кратным или сложным. Кратность шарнира  $K$  равна числу соединяемых стержней  $n$  без одного, т.е.  $K = n - 1$ . Таким образом, шарнир, соединяющий три стержня,



эквивалентен двум простым шарнирам; шарнир, соединяющий четыре стержня, эквивалентен трем простым шарнирам, и т.д. (рис. 2.11).



**1** Шарнирный узел, рассматриваемый как точка пересечения осей соединяемых стержней, имеет две степени свободы, поскольку его положение на плоскости определяется двумя координатами.

# Шарнирно-стержневых системы (фермы)

Степени свободы  
определяется

$$W = 2U - C - C_{оп}$$

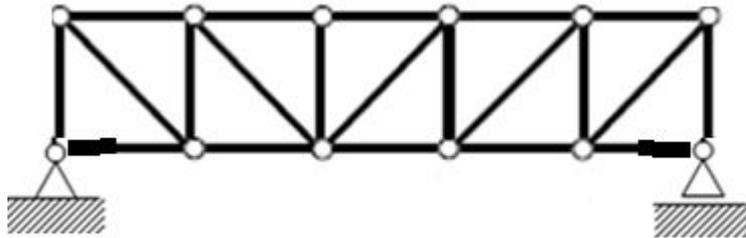
$W$  – общее число степеней свободы  
конструкции

$U$  - число шарнирных узлов

$C$  - число стержней

$W < 0$  конструкция может быть геометрически  
неизменяема

$W > 0$  конструкция геометрически  
неизменяема



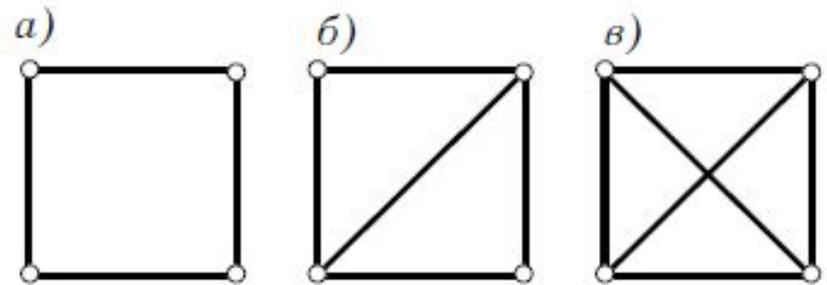
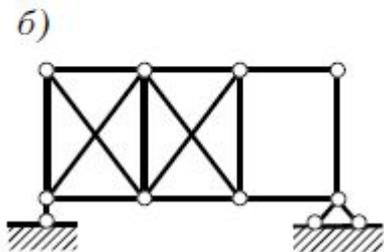
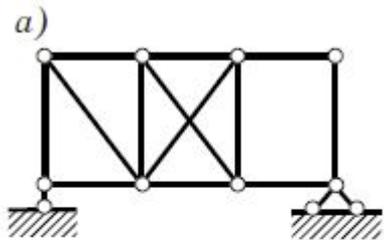
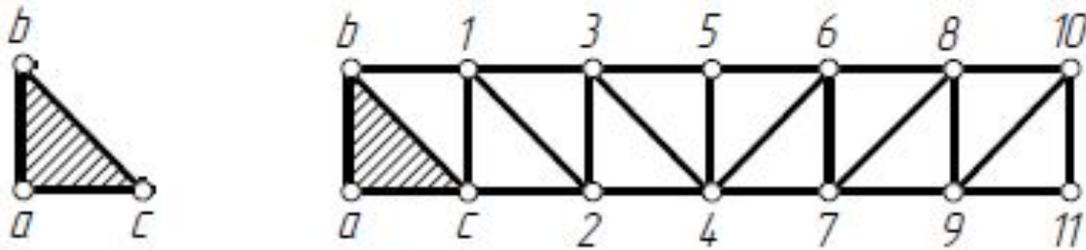
$$U = 12$$

$$C = 21$$

$$W = 2 * 12 - 21 - 3 = 0$$

$W = 2U - C - C_{оп} = 0$  необходимое условие  
геометрической неизменяемости конструкции

# Зависимость между числом **узлов** и числом **стержней** простейшей фермы НЕ прикрепленной к земле



$$S = 4 < 2K - 3 = 2 \cdot 4 - 3 = 5.$$

**$S=2K-3$  Необходимое, но не достаточное условие неизменяемости фермы**



## Шарнирно-дисковые системы

Зависимость между числом элементов и числом связей для простейшей системы, состоящей из  $D$  дисков, связанных между собой  $\mathit{Ш}$  шарнирных узлов и  $C$  связями

Один диск имеет 3 степени свободы

Один простой шарнир лишает конструкцию 2-х степеней свободы

Одна связь устраняет одну степень свободы

$$W = 3D - 2\mathit{Ш} - C$$

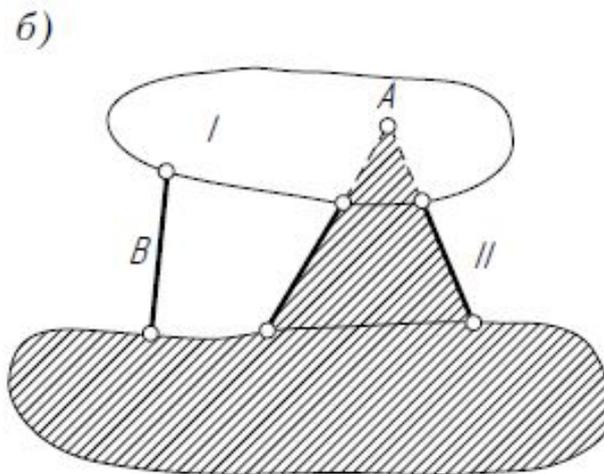
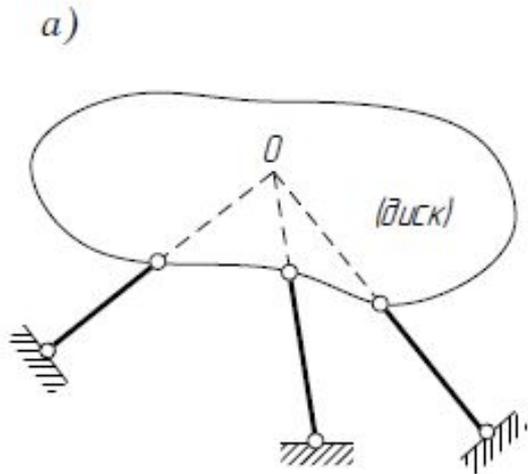
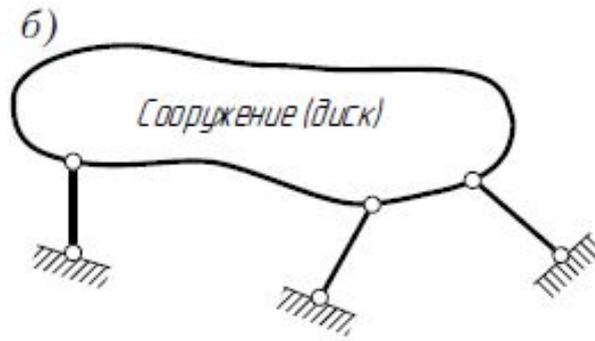
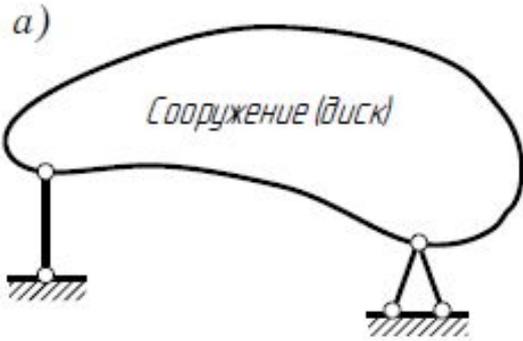
$W$  – общее число степеней свободы конструкции

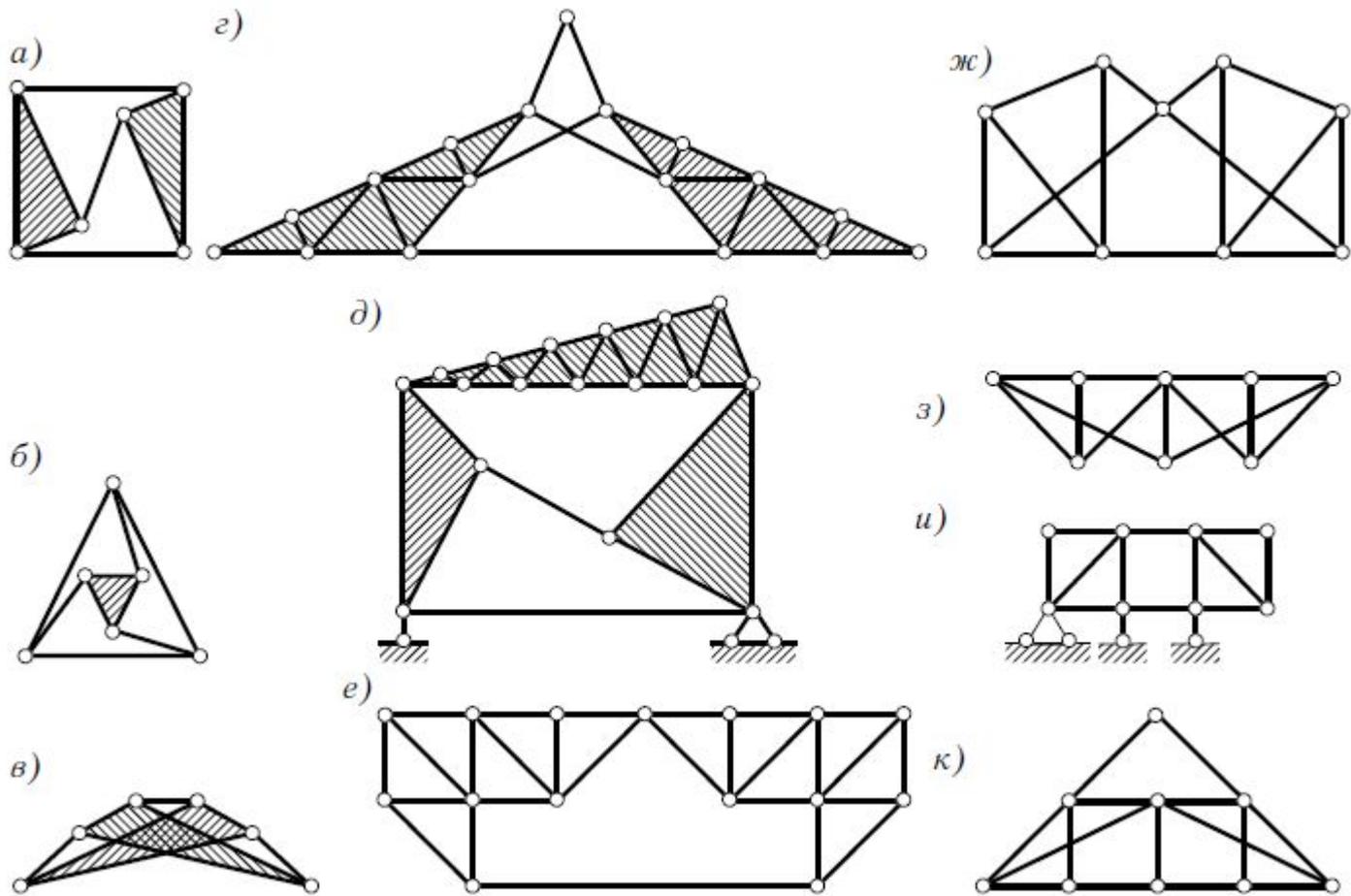
$W \leq 0$  конструкция **может** быть геометрически неизменяема

$W > 0$  конструкция геометрически неизменяема

$W = 3D - 2\mathit{Ш} - C = 0$  необходимое условие геометрической неизменяемости конструкции

# Присоединение геометрически неизменяемой системы к земле

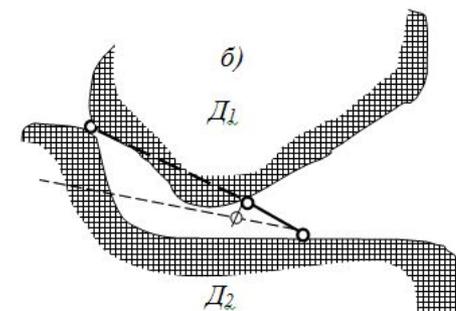
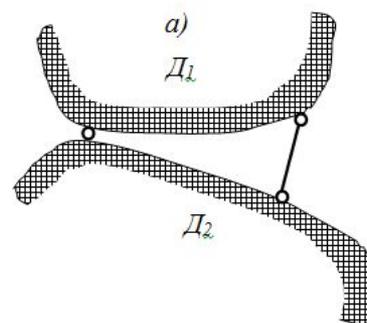
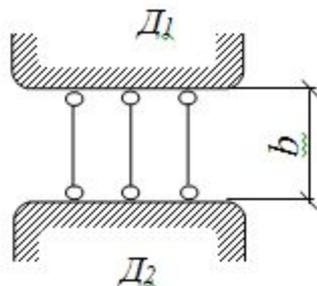
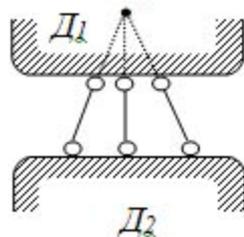
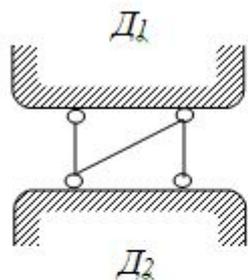




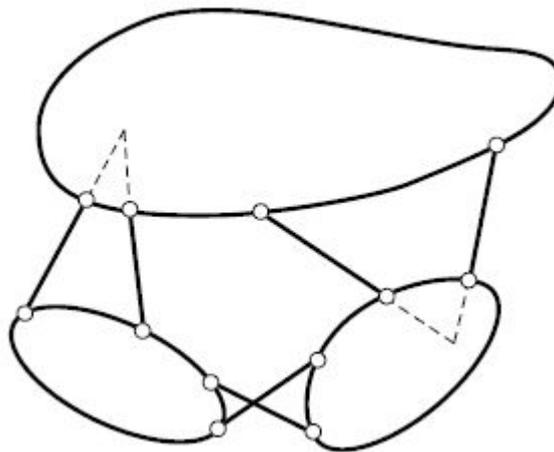
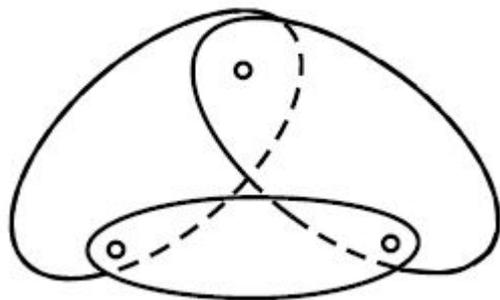
## 2. Правила соединения узлов и дисков между собой

**Первое правило.** Шарнирный узел должен присоединяться к диску (т.е. к неизменяемой части конструкции или к основанию) двумя связями первого вида, оси которых не должны лежать на одной прямой (см. рис. 2.1). Если оси связей

**Второе правило.** Диск должен присоединяться к другому диску или к основанию либо тремя связями первого вида (стержнями), оси которых не пересекаются в одной точке и не параллельны, либо одной связью второго вида и связью первого вида, ось которой не проходит через шарнир.



Третье правило. Три диска должны соединяться между собой тремя шарнирами (действительными или фиктивными), не лежащими на одной прямой



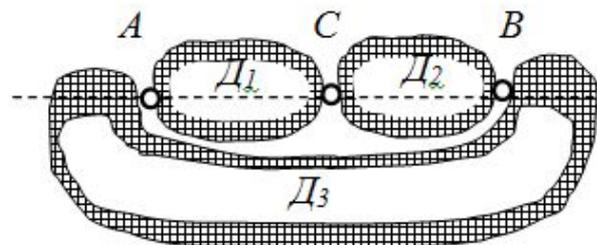
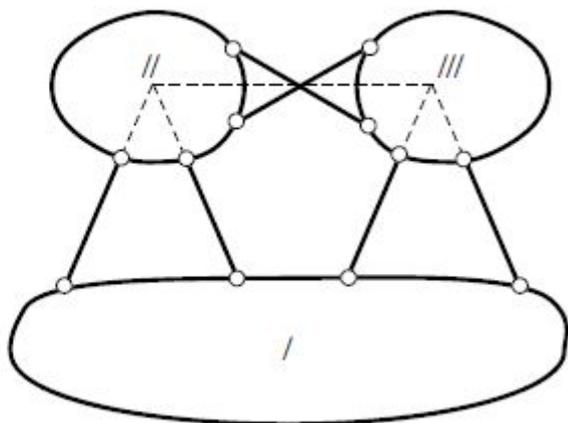
Мгновенно **изменяемая** система трех ДИСКОВ

(удовлетворяет условию

гео

метности

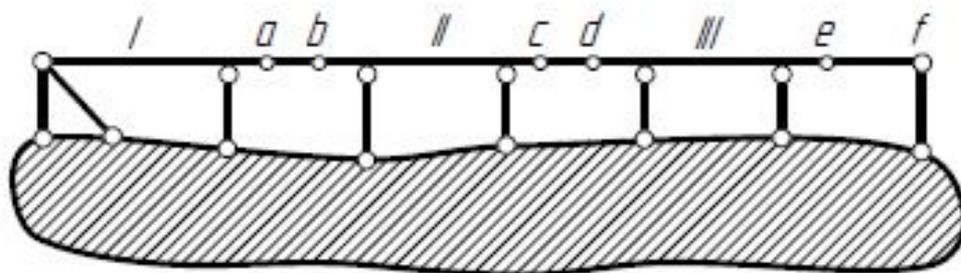
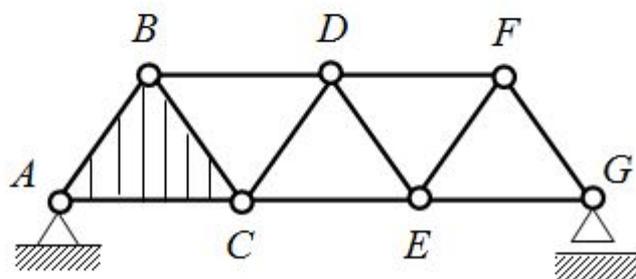
$W=$

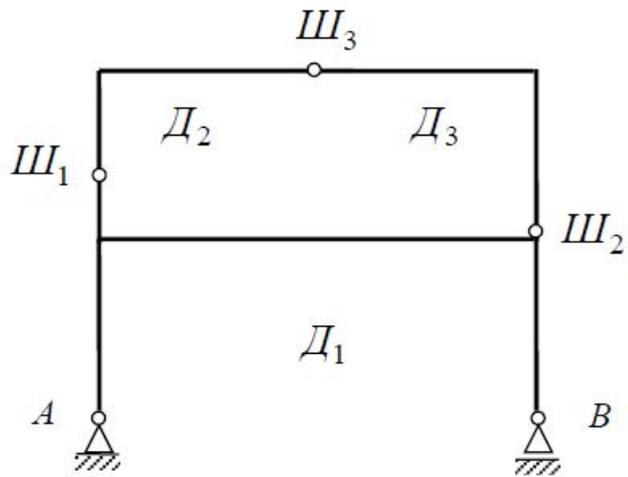




### 3. Простейшие плоские стержневые системы

Плоские стержневые системы, расчетные схемы которых выполнены с помощью трех вышеперечисленных правил, называются простейшими. В соответствии со своим образованием они заведомо геометрически неизменяемые и их степень свободы равна нулю.



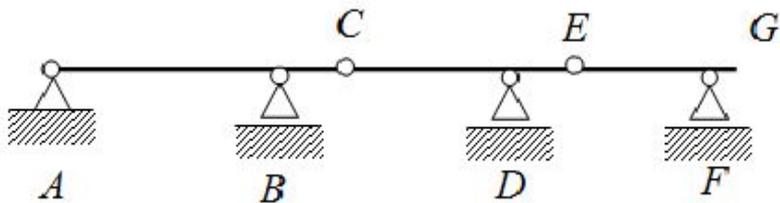
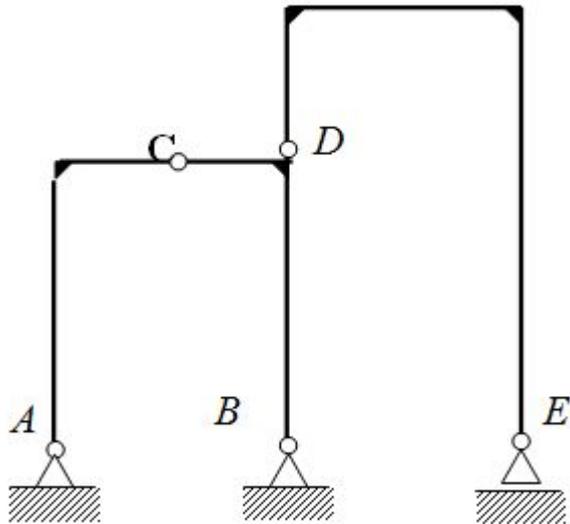


$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 3 = 0$$

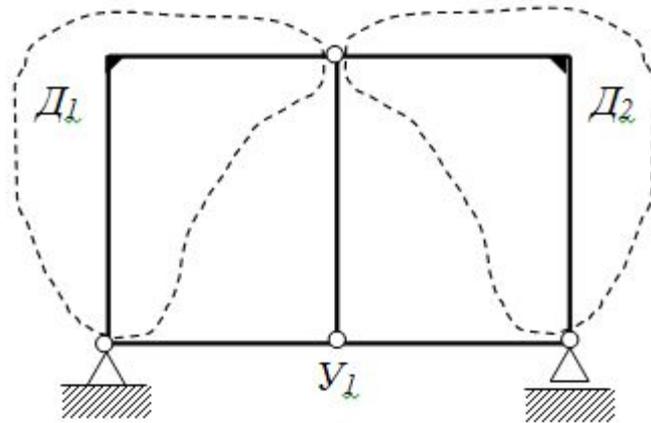
конструкция геометрически  
неизменяема

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0$$

конструкция геометрически  
неизменяема

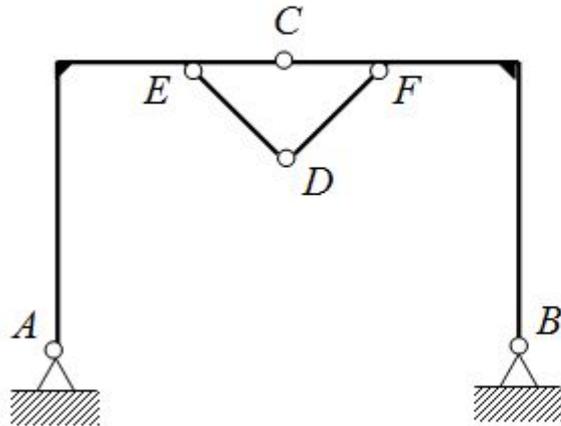


$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0$$

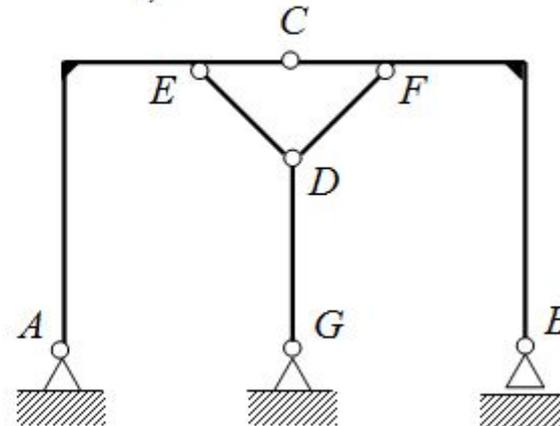


Системы **не** простейшего образования

a)



б)



Комбинированная система

Система, полученная путем перестановки (замены) связей

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0 \text{ для дисков AC-СВ}$$