



Лекция 2

Изучения отношений в курсе геометрии основной школы

План:

1. Отношение *перпендикулярности* прямых в курсе геометрии основной школы
2. Изучение отношения *параллельности* в основной школе
3. Отношение *равенства* фигур в геометрии основной школы
4. Методика изучения признаков равенства треугольников

Основная литература:

1. Федеральный Государственный образовательный стандарт общего образования (Предметная область «Математика», основная школа – WWW.school.edu.ru) и Примерные программы по математике для средней школы (основная школа)
2. Методика и технологии обучения математике. Курс лекций /Под научн. ред. Н.Л.Стефановой и Н.С.Подходовой– М., Дрофа, 2005. **23.2 (равенство треугольников), лекция 24 (параллельность и перпендикулярность на плоскости и в пространстве)**
3. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика. Составитель В.И. Мишин – М., Просвещение, 1987. **§§41,42 (параллельность и перпендикулярность), §46 (о признаках равенства треугольников)**

Основная литература:

4. **Атанасян Л.С. и др. Геометрия 7–9 классы. – М., Просвещение, 1995 и др. годы издания**
5. **Александров и др. Геометрия 7–9 классы. – М., Просвещение, 2001**
6. **Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия 7–9 классы. – М., Просвещение, 2002**
7. **И.Ф.Шарыгин. Геометрия 7–9 – М., Дрофа, 1999**

Для самостоятельного исследования:

- Чем отличается последовательность изучения трех отношений (перпендикулярности и параллельности прямых, равенства треугольников) в учебниках геометрии?
- Какие факты при рассмотрении каждого из отношений чаще всего приводятся в учебниках?

1. Отношение перпендикулярности прямых в курсе геометрии основной школы

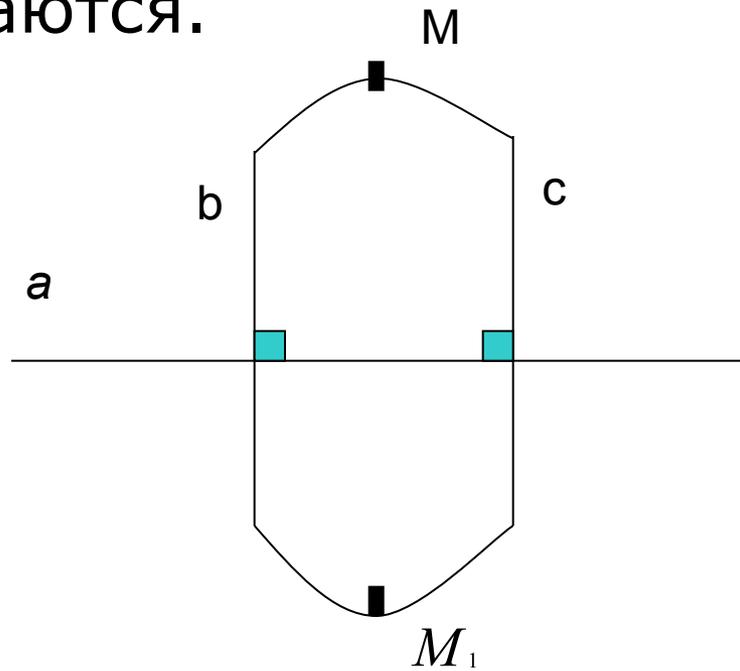
- Вводится после рассмотрения различных углов (смежные, вертикальные) и их величин (прямой угол) и понятия пересекающихся прямых
- **Перпендикулярность:** *двух прямых; отрезка (луча) и прямой; двух отрезков; двух лучей*
- **Перпендикуляр к прямой**

Перпендикулярные прямые и перпендикуляр

- **Определение.** Две пересекающиеся прямые называются **перпендикулярными** (или взаимно перпендикулярными), если они образуют четыре прямых угла.
- **Перпендикуляр** из данной точки к данной прямой – это **отрезок** перпендикулярной прямой ... между точкой и прямой

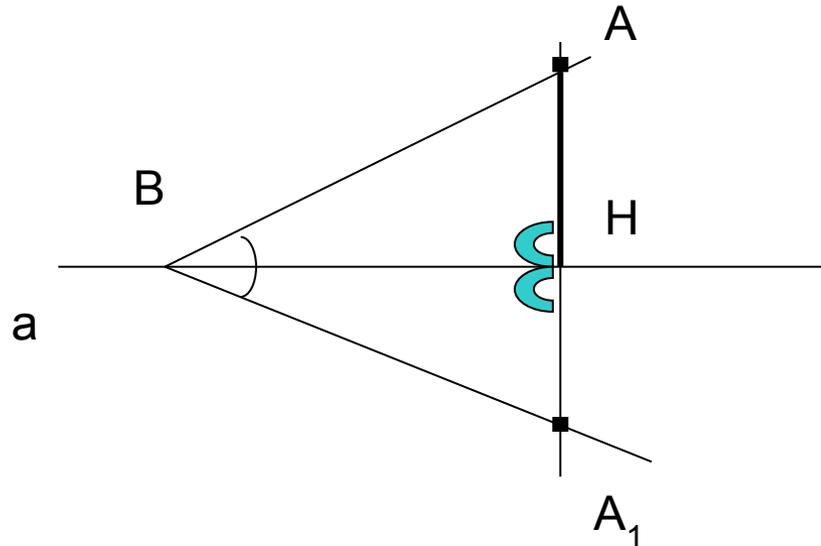
Свойство перпендикулярных прямых

- **Теорема.** Две прямые, перпендикулярные к третьей, не пересекаются.

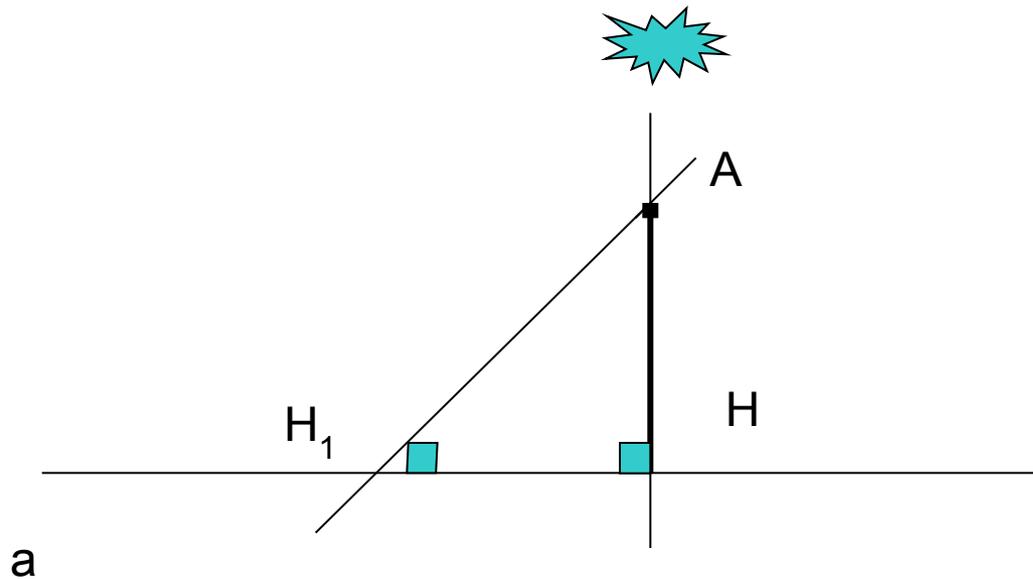


Теорема (о существовании и единственности перпендикуляра из данной точки к данной прямой)

Из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и притом только один.



Единственность перпендикуляра, проведенного из данной точки к данной прямой



2. Изучение отношения параллельности в основной школе

До рассмотрения понятия:

- 1) повторить взаимное расположение двух прямых на плоскости;
- 2) факт о параллельности (не пересечении) двух прямых, перпендикулярных к третьей прямой;

Введение основных понятий

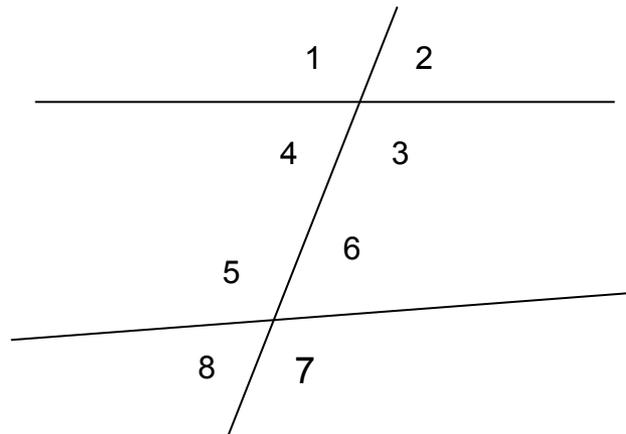
- Параллельный (греч. *parallelos* – рядом идущий)
- **Определение.** Две прямые на плоскости называются **параллельными**, если они не пересекаются
- Параллельные отрезки, лучи, отрезок (луч и прямая)
- Наглядные представления о параллельных прямых

Мотивация

- Как узнать, будут ли прямые параллельны (бесконечны – по определению трудно)?
- Как строить параллельные прямые?
- Нужны признаки
- Признаки – по углам, которые образуются при пересечении двух прямых третьей (секущей)

Секущая и углы (пары)

- **Накрест лежащие** (внутренние): 3 и 5; 4 и 6
- **Односторонние** (внутренние): 4 и 5; 3 и 6
- **Соответственные** : 1 и 5; 4 и 8; 2 и 6; 3 и 7.



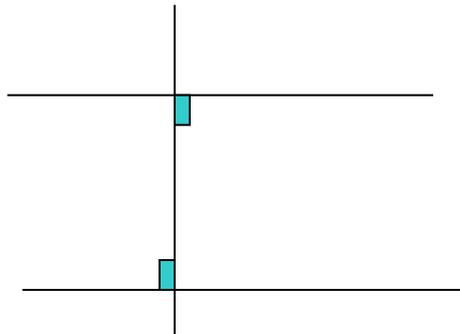
Изучение основного содержания

1 признак. Если при пересечении двух прямых третьей внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

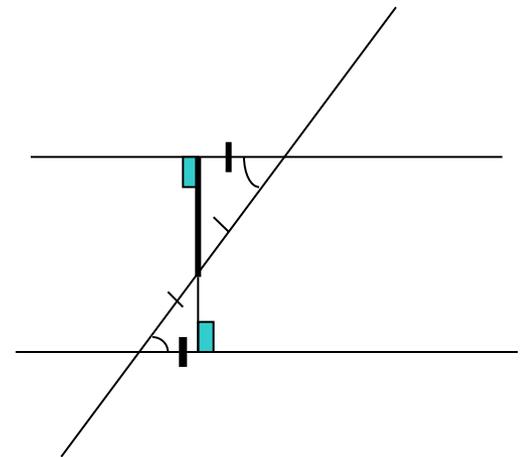
Для доказательства используется **метод полной индукции**

Три случая рассмотрения накрест лежащих углов

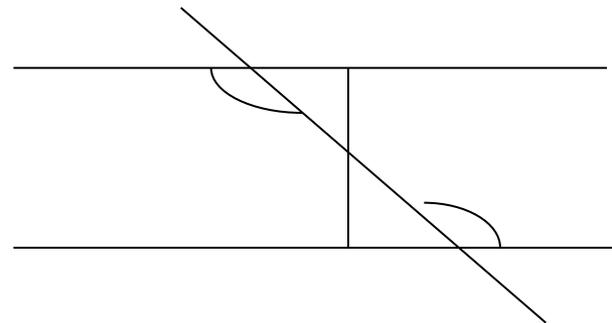
1)



2)



3)



Другие признаки параллельных прямых

2 признак. Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

3 признак. Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180° , то прямые параллельны.

Аксиома параллельности Евклида

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной

Следствия из аксиомы:

- 1^o. Если прямая пересекает одну из параллельных прямых, то она пересекает и другую прямую.
- 2^o. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

Теоремы об углах, образованных двумя параллельными и секущей

Теоремы, **обратные** признакам

Теорема. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

Следствие. Если прямая перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и к другой.

Применение полученных знаний при решении задач и в практике

- **Признаки** используются в практических приемах построения параллельных прямых: *линейка и приложенный к ней угольник; рейсшина; малка*
- **Свойства** параллельных прямых используются при доказательстве теоремы о сумме *внутренних углов треугольника*.

Вопросы для самопроверки

1. Какое действие лежит в основе доказательства *существования перпендикуляра к прямой, проведенного через данную точку*? Какой математический метод там неявно используется?
2. Какой факт нужно использовать при доказательстве первого признака параллельности прямых, когда накрест лежащие углы – тупые?

3. *Отношение равенства фигур в курсе геометрии основной школы*

- *Одинаковые и равные фигуры*
- **Равные фигуры** – те, что совмещаются при *наложении*
*Две геометрические фигуры называются **равными**, если их можно **совместить наложением**.*
- *Равные отрезки имеют равные длины. Равные углы имеют равные градусные меры.*

Определение равных треугольников

- Два треугольника **называются** равными, если их *можно совместить* при наложении
Можно наложить так, что они полностью совместятся, т.е. попарно: *вершины; стороны; углы*
- В *равных треугольниках* против *соответственно равных сторон* лежат *равные углы*, и наоборот:...

4. Методика изучения признаков равенства треугольников

Цель: обосновать (доказать) утверждения, являющиеся признаками равенства треугольников и использовать их при решении задач на определение равенства треугольников

Содержание: три признака равенства; свойства равнобедренного треугольника; задачи

Средства: учебник, схемы
доказательства; задачи на готовых
чертежах

Метод изучения теоретических фактов:

- объяснительно– иллюстративный
- проблемное обучение

Ожидаемые результаты обучения:

распознавать элементы треугольников,
их взаимное расположение;
проводить доказательные рассуждения;
решать геометрические задачи, опираясь
на изученные свойства фигур и
отношений между ними

Планирование изучения темы (*тематическое планирование*)

1. Первый признак равенства треугольников – 3 ч.
2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника – 2ч.
3. Свойства равнобедренного треугольника – 2ч.
4. Второй признак равенства треугольников – 2ч.
5. Третий признак равенства треугольников – 1 ч.
6. Решение задач на использование признаков равенства треугольников – 2ч.
7. Задачи на построение циркулем и линейкой – 3 ч.
8. Контрольная работа – 1 ч.
9. Резерв – 1 ч.

Итого: 18 ч.

Этапы изучения признаков равенства треугольников

1 этап. Подготовительный

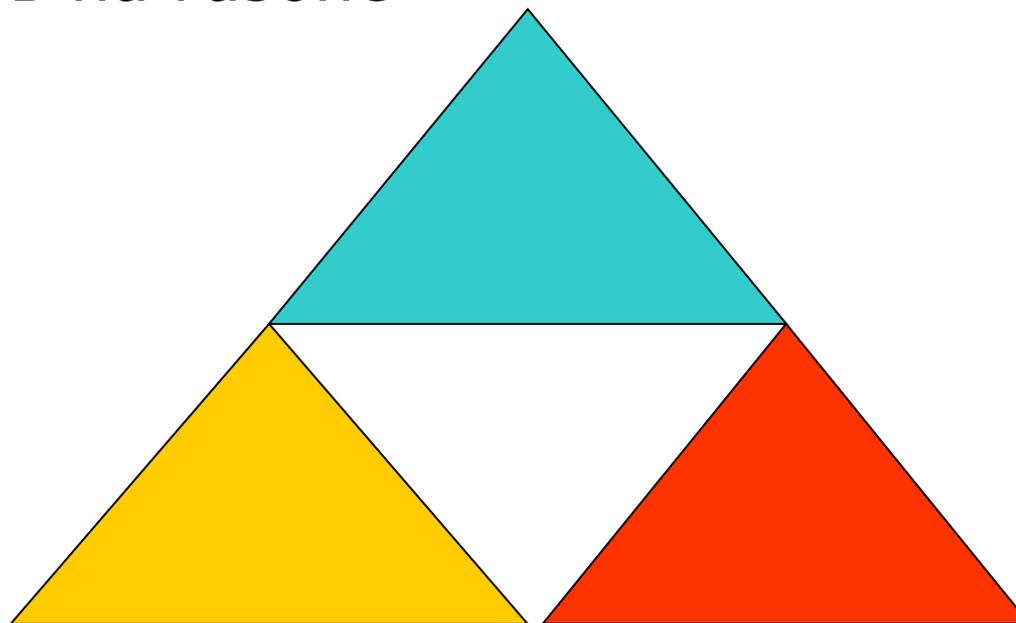
Актуализация необходимых знаний и операций:

- равенство геометрических фигур (треугольников)
- как определить равенство отрезков и углов (повторить процесс наложения этих фигур)

Мотивация изучения материала – зачем нужны признаки

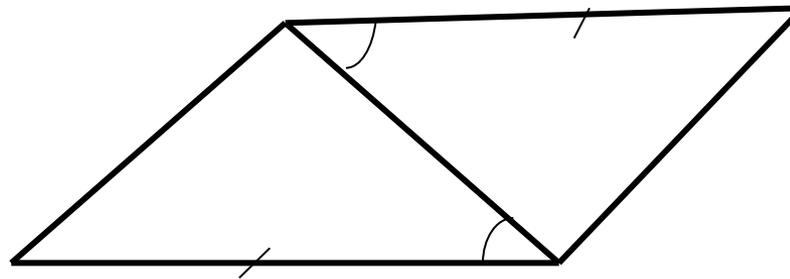
Для мотивации необходимости рассмотрения признаков

Схема посадки анютиных глазок разных
цветов на газоне



Внутрипредметная мотивация

- На чертеже изображены два произвольных треугольника



- Будут ли равны выделенные треугольники?

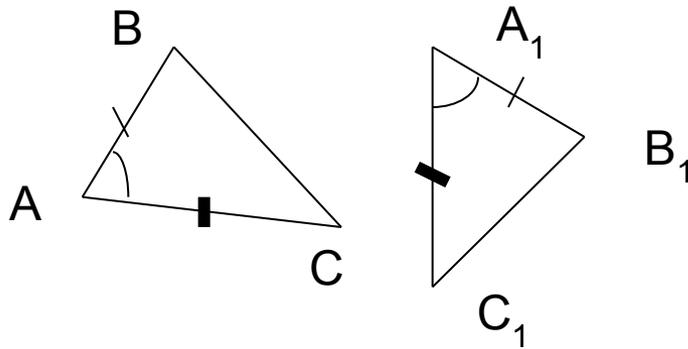
2 этап – Формулирование каждого признака и его доказательство

- Получение факта и формулирование теоремы
- Выявление структуры теоремы и ее запись (дано \rightarrow доказать)
- Поиск доказательства
- Запись доказательства и выделение его структуры

Получение факта и формулирование теоремы

- Показ моделей треугольников
- Гипотеза:
если две стороны и угол между ними одного треугольника *соответственно* равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны

Выявление структуры теоремы и ее запись (дано → доказать)



Дано:
 $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$

$$AB = A_1B_1$$

$$AC = A_1C_1$$

$$\angle A = \angle A_1$$

Доказать:

$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

Поиск доказательства

- 1) Нужно доказать **равенство двух треугольников**
- 2) Какие два треугольника (считаются) называются равными?
- 3) Будем добиваться, чтобы три вершины треугольника совпали при наложении
- 4) Мысленно наложим (вообразим) один треугольник на другой. Но как?
- 5) Знаем, какие отрезки совпадают при наложении и какие углы

Запись доказательства и выделение его структуры

Мысленно наложим $\Delta A_1 B_1 C_1$ на ΔABC так, чтобы:

1. A_1 на A , луч $A_1 C_1$ на луч AC
→ луч $A_1 B_1$ на луч AB (?)

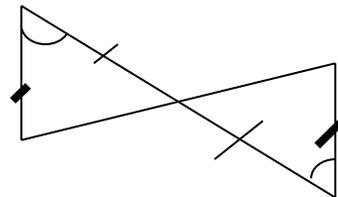
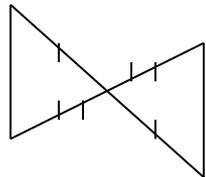
Тогда

2. C_1 на C (?)
3. B_1 на B (?)
4. A_1 на A , C_1 на C , B_1 на B → $\Delta A_1 B_1 C_1 =$
 $= \Delta ABC$
1 признак (СУС)

3 этап – применение признаков при решении задач

Задачи на готовых чертежах
Книга. **С.М.Саврасова, Г.А.Ястребинецкий**
Упражнения по планиметрии на готовых
чертежах.- М., Просвещение, 1987

Найдите пары равных треугольников и
докажите их равенство



Проблемный метод объяснения первого признака равенства треугольников

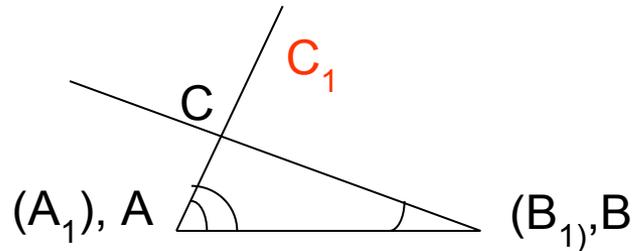
- **Проблемная ситуация:** Дети нарисовали на асфальте два треугольника. Как выяснить, равны ли они?
- **Проблемная задача:** Что (какие элементы) минимально можно измерить в треугольниках, чтобы выяснить, равны ли они?

Равнобедренный треугольник

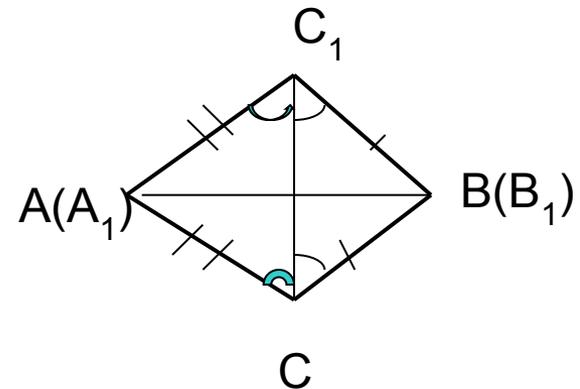
- Медианы, биссектрисы и высоты треугольника: *определение, существование и единственность*
- Понятие равнобедренного треугольника
- Свойства равнобедренного треугольника:
 - 1) о равенстве углов при основании
 - 2) о совпадении высоты, медианы и биссектрисы, проведенных к основанию

Второй и третий признаки равенства треугольников

- Второй признак (УСУ)



- Третий признак (ССС)



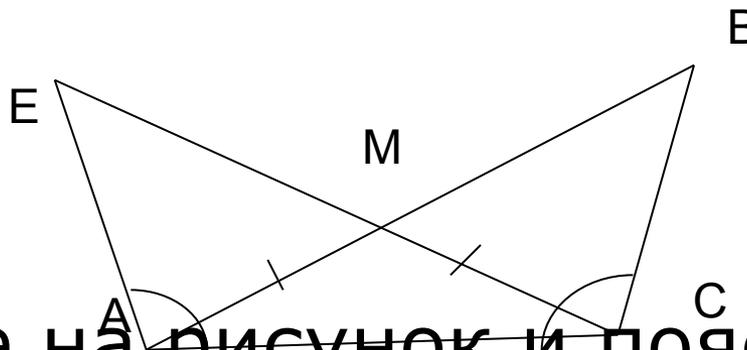
Итог

- Равенство треугольников можно установить, измерив и сравнив следующие три элемента:
СУС УСУ ССС

- Будут ли равны два треугольника, если у них равны:
СУУ УСС УУУ?

Контроль усвоения темы:

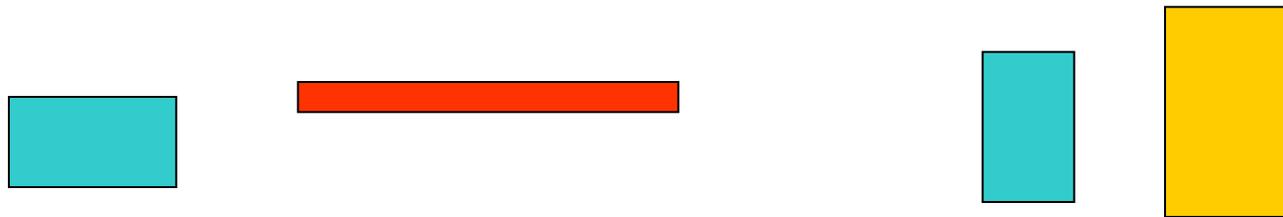
- Назовите (запишите) элементы каждого из треугольников, изображенных на рисунке:



- Посмотрите на рисунок и поясните, почему:
 - 1) $\angle BAC = \angle ECA$
 - 2) $\angle EAB = \angle BCE$
 - 3) $\triangle EAM = \triangle BCM$

Отношение подобия треугольников

- Вводится на множестве треугольников
- Представление о подобных фигурах – *одинаковая форма, разные размеры*



- **Определение** подобных треугольников
 - углы (соответственно, попарно) **равны**
 - *сходственные стороны* **пропорциональны**
- **Коэффициент подобия**

Признаки подобия

- По двум парам равных углов (теорема об отношении площадей подобных треугольников)
- По двум парам пропорциональных сторон и равным углам между ними (первый признак)
- По трем парам пропорциональных сторон (второй признак)

Вопросы для самопроверки

1. Достаточно ли для вывода о равенстве двух треугольников установления факта, что три их вершины совпали при наложении?
2. Будут ли подобны два треугольника, имеющих по равной стороне и двум равным углам, один из которых лежит против этой стороны? Как это объяснить учащимся?