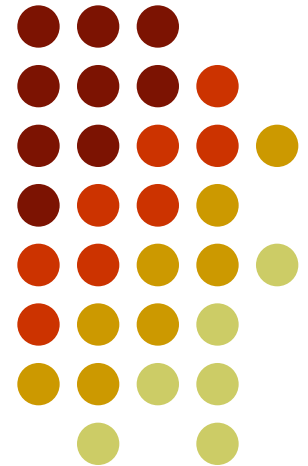


Построение сечений многогранников

Урок геометрии
в 10 классе



Основные методы построения сечений



Метод,
основанный на
использовании
аксиом и теорем
стереометрии

Метод
следов

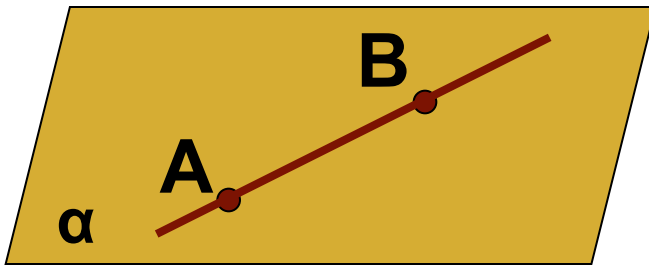
Метод
внутреннего
проектирования



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



Для построения сечений необходимо помнить о следующих аксиомах и теоремах стереометрии:



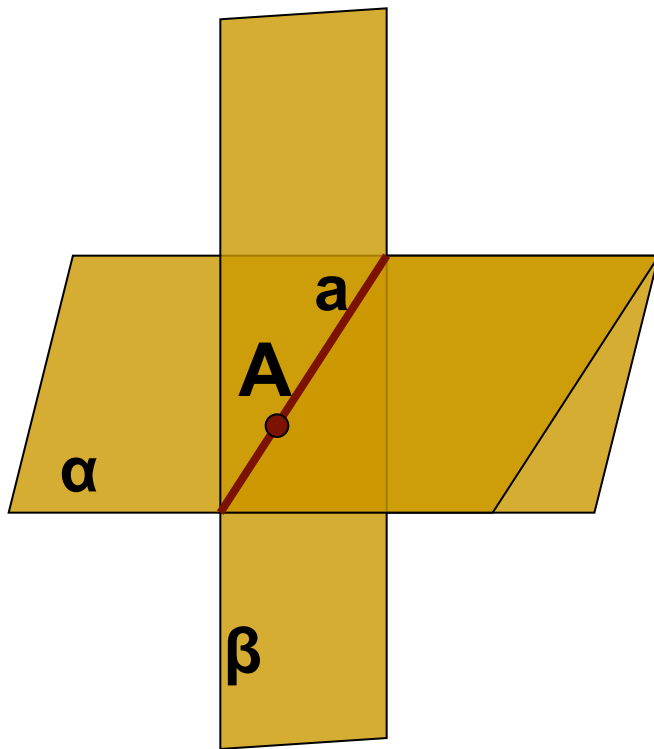
A_2 . Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



Для построения сечений необходимо помнить о следующих аксиомах и теоремах стереометрии:



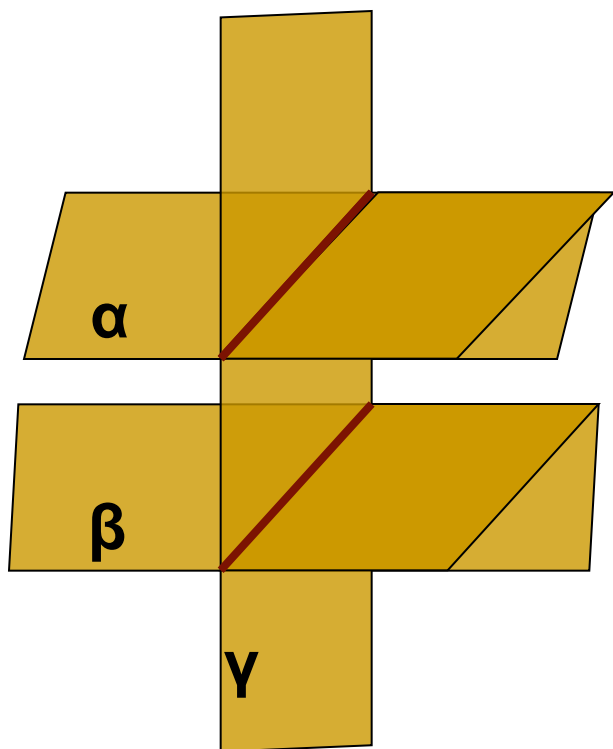
A_3 . Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



Для построения сечений необходимо помнить о следующих аксиомах и теоремах стереометрии:



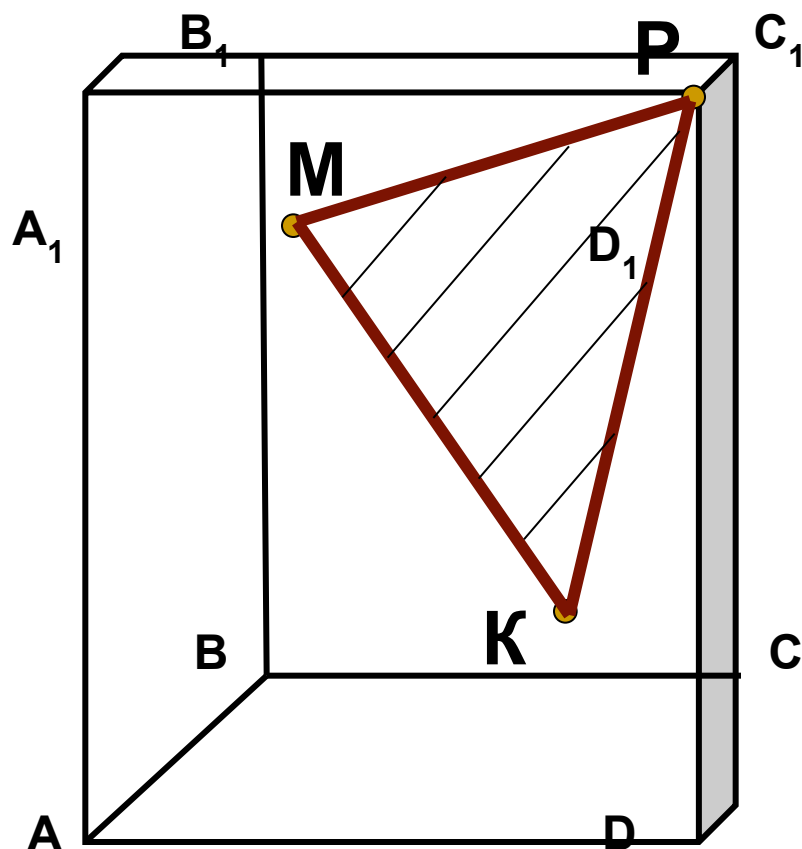
T_3 . Если две параллельные плоскости пересечены третьей, линии их пересечения параллельны.



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



Пример 1. Построить сечение через точки K,P,M.



Построение:

1. PK
2. MK
3. MP

MPK – искомое сечение

Комментарии:

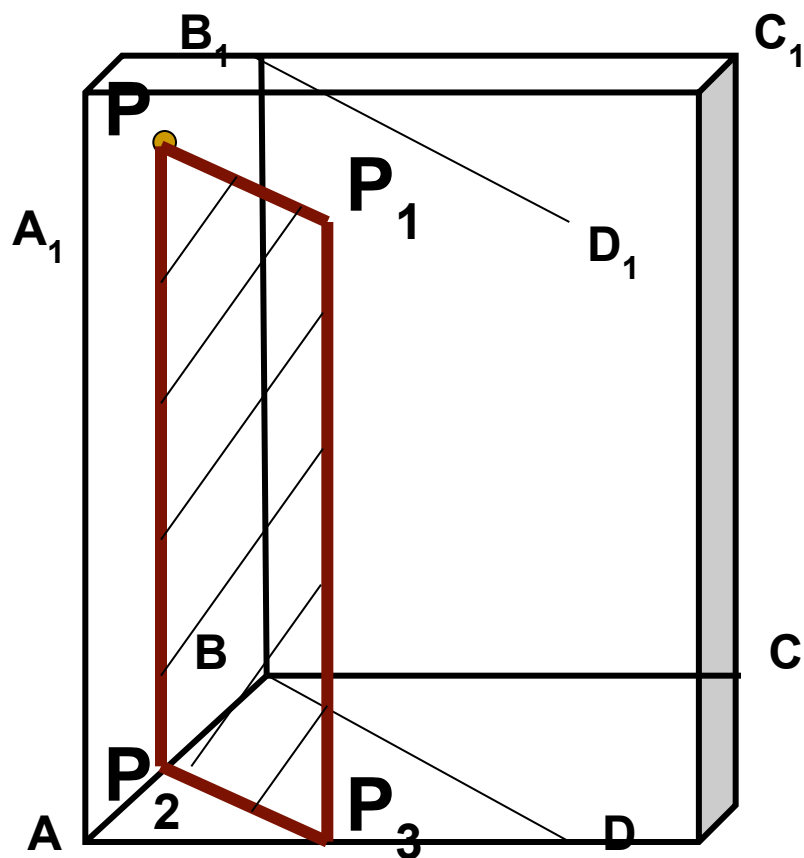
Точки M и K лежат в плоскости ADB_1A_1 ,
искомое сечение пересекает вершину D1
по MK



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



Пример 2. Построить сечение, проходящее через точку P и параллельное BDD_1B_1 .



Построение:

1. $PP_1 \parallel D_1B_1$
2. $PP_2 \parallel D_1D$
3. $P_1P_3 \parallel D_1D$
4. $P_2P_3 \parallel DB$

$PP_1P_3P_2$ – искомое сечение

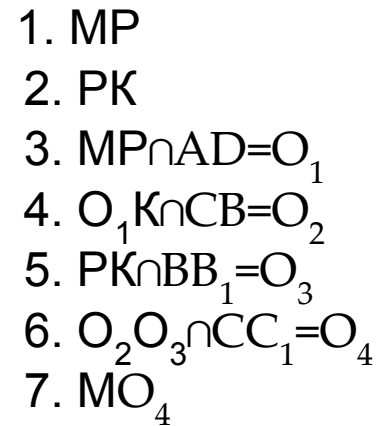
Комментарии:

Искомое сечение $\parallel$ плоскости BDD_1B_1 , значит линии пересечений ~~вероятно~~ ~~данных~~ ~~плоскостей~~ ~~должны~~ ~~быть~~ параллельны.



A decorative graphic in the bottom right corner consisting of a grid of colored dots. The dots are arranged in a roughly rectangular shape, with colors ranging from dark red to light yellow. The colors transition from dark red on the left to light yellow on the right, and from dark red at the top to light yellow at the bottom. The dots are of varying sizes and are arranged in a way that suggests a sense of depth and movement.

Построение:



Комментарии:

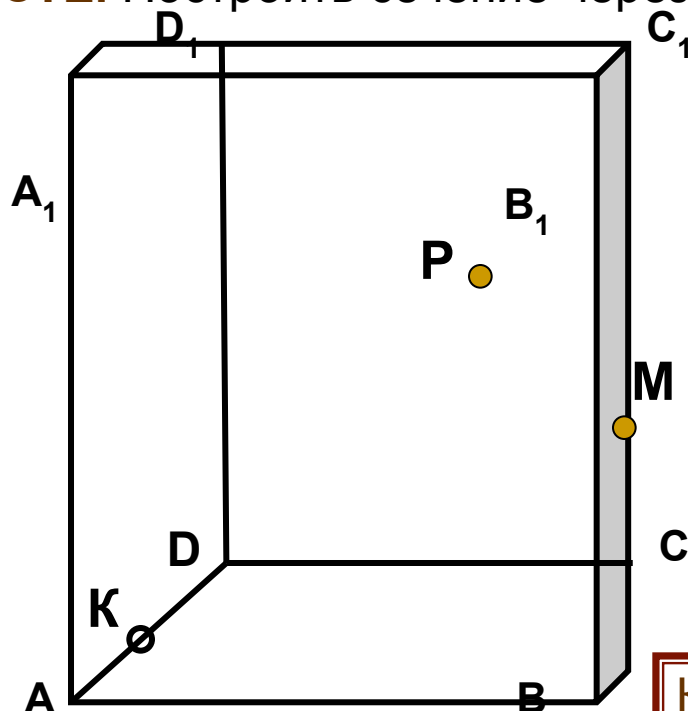
Прямой K_2 K_4 K_6 K_8 K_{10} K_{12} K_{14} K_{16} K_{18} K_{20} K_{22} K_{24} K_{26} K_{28} K_{30} K_{32} K_{34} K_{36} K_{38} K_{40} K_{42} K_{44} K_{46} K_{48} K_{50} K_{52} K_{54} K_{56} K_{58} K_{60} K_{62} K_{64} K_{66} K_{68} K_{70} K_{72} K_{74} K_{76} K_{78} K_{80} K_{82} K_{84} K_{86} K_{88} K_{90} K_{92} K_{94} K_{96} K_{98} K_{100} K_{102} K_{104} K_{106} K_{108} K_{110} K_{112} K_{114} K_{116} K_{118} K_{120} K_{122} K_{124} K_{126} K_{128} K_{130} K_{132} K_{134} K_{136} K_{138} K_{140} K_{142} K_{144} K_{146} K_{148} K_{150} K_{152} K_{154} K_{156} K_{158} K_{160} K_{162} K_{164} K_{166} K_{168} K_{170} K_{172} K_{174} K_{176} K_{178} K_{180} K_{182} K_{184} K_{186} K_{188} K_{190} K_{192} K_{194} K_{196} K_{198} K_{200} K_{202} K_{204} K_{206} K_{208} K_{210} K_{212} K_{214} K_{216} K_{218} K_{220} K_{222} K_{224} K_{226} K_{228} K_{230} K_{232} K_{234} K_{236} K_{238} K_{240} K_{242} K_{244} K_{246} K_{248} K_{250} K_{252} K_{254} K_{256} K_{258} K_{260} K_{262} K_{264} K_{266} K_{268} K_{270} K_{272} K_{274} K_{276} K_{278} K_{280} K_{282} K_{284} K_{286} K_{288} K_{290} K_{292} K_{294} K_{296} K_{298} K_{300} K_{302} K_{304} K_{306} K_{308} K_{310} K_{312} K_{314} K_{316} K_{318} K_{320} K_{322} K_{324} K_{326} K_{328} K_{330} K_{332} K_{334} K_{336} K_{338} K_{340} K_{342} K_{344} K_{346} K_{348} K_{350} K_{352} K_{354} K_{356} K_{358} K_{360} K_{362} K_{364} K_{366} K_{368} K_{370} K_{372} K_{374} K_{376} K_{378} K_{380} K_{382} K_{384} K_{386} K_{388} K_{390} K_{392} K_{394} K_{396} K_{398} K_{400} K_{402} K_{404} K_{406} K_{408} K_{410} K_{412} K_{414} K_{416} K_{418} K_{420} K_{422} K_{424} K_{426} K_{428} K_{430} K_{432} K_{434} K_{436} K_{438} K_{440} K_{442} K_{444} K_{446} K_{448} K_{450} K_{452} K_{454} K_{456} K_{458} K_{460} K_{462} K_{464} K_{466} K_{468} K_{470} K_{472} K_{474} K_{476} K_{478} K_{480} K_{482} K_{484} K_{486} K_{488} K_{490} K_{492} K_{494} K_{496} K_{498} K_{500} K_{502} K_{504} K_{506} K_{508} K_{510} K_{512} K_{514} K_{516} K_{518} K_{520} K_{522} K_{524} K_{526} K_{528} K_{530} K_{532} K_{534} K_{536} K_{538} K_{540} K_{542} K_{544} K_{546} K_{548} K_{550} K_{552} K_{554} K_{556} K_{558} K_{560} K_{562} K_{564} K_{566} K_{568} K_{570} K_{572} K_{574} K_{576} K_{578} K_{580} K_{582} K_{584} K_{586} K_{588} K_{590} K_{592} K_{594} K_{596} K_{598} K_{600} K_{602} K_{604} K_{606} K_{608} K_{610} K_{612} K_{614} K_{616} K_{618} K_{620} K_{622} K_{624} K_{626} K_{628} K_{630} K_{632} K_{634} K_{636} K_{638} K_{640} K_{642} K_{644} K_{646} K_{648} K_{650} K_{652} K_{654} K_{656} K_{658} K_{660} K_{662} K_{664} K_{666} K_{668} K_{670} K_{672} K_{674} K_{676} K_{678} K_{680} K_{682} K_{684} K_{686} K_{688} K_{690} K_{692} K_{694} K_{696} K_{698} K_{700} K_{702} K_{704} K_{706} K_{708} K_{710} K_{712} K_{714} K_{716} K_{718} K_{720} K_{722} K_{724} K_{726} K_{728} K_{730} K_{732} K_{734} K_{736} K_{738} K_{740} K_{742} K_{744} K_{746} K_{748} K_{750} K_{752} K_{754} K_{756} K_{758} K_{760} K_{762} K_{764} K_{766} K_{768} K_{770} K_{772} K_{774} K_{776} K_{778} K_{780} K_{782} K_{784} K_{786} K_{788} K_{790} K_{792} K_{794} K_{796} K_{798} K_{800} K_{802} K_{804} K_{806} K_{808} K_{810} K_{812} K_{814} K_{816} K_{818} K_{820} K_{822} K_{824} K_{826} K_{828} $K_{$



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. $\frac{PK}{PM}$
 $\frac{PM}{KM}$

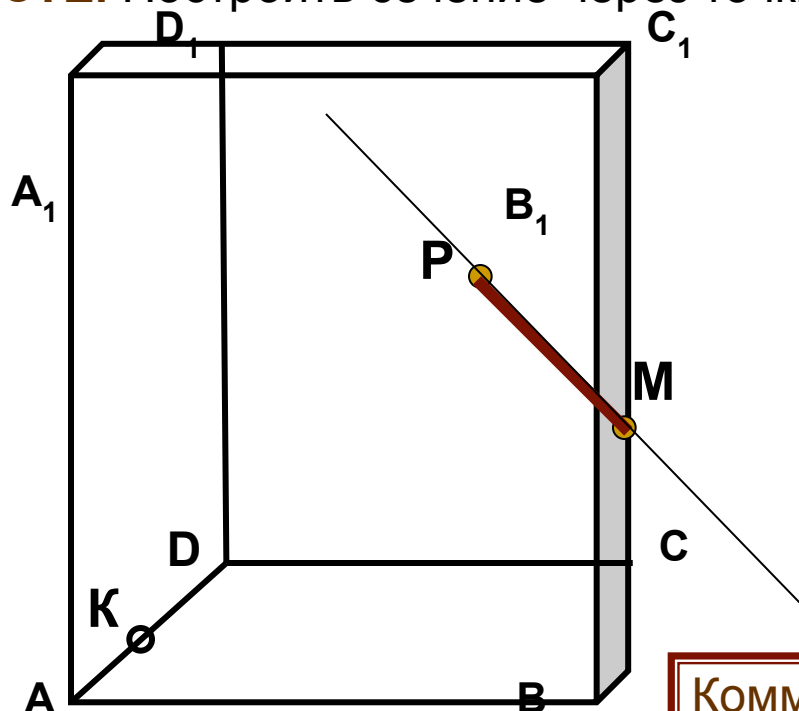
Комментарии:



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $\underline{PM \cap BC = O_4}$
2. $\underline{PM \cap DC = O_2}$

Комментарии:

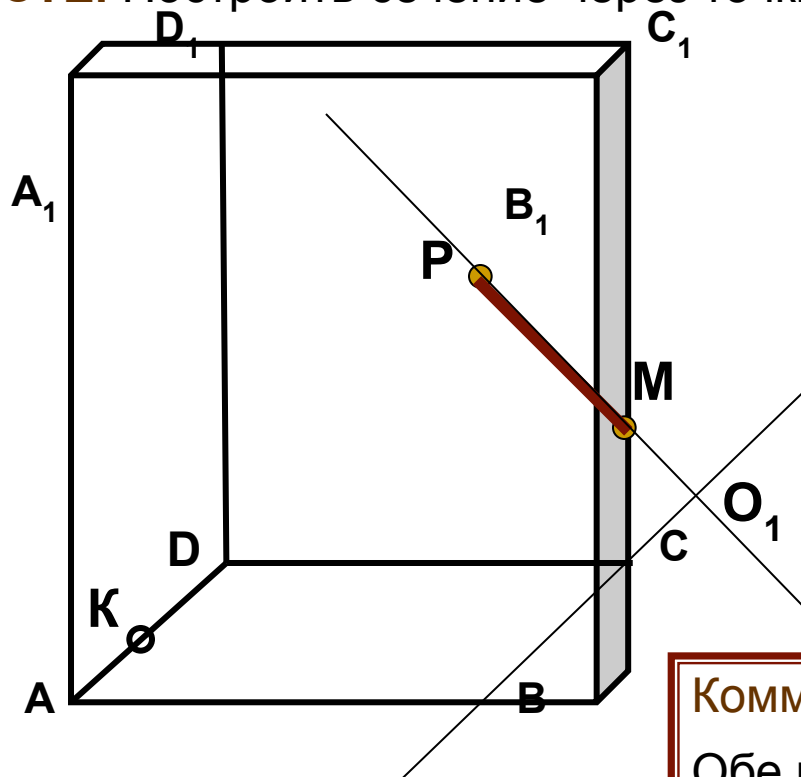
Точки M и P лежат на правой грани, искомое сечение пересекает грань по MP



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $\underline{KO_1} \cap \underline{AA_1} = O_2$
3. $\underline{KO_1} \cap \underline{DC} = O_3$
3. $\underline{KO_1} \cap \underline{CC_1} = O_4$

Комментарии:

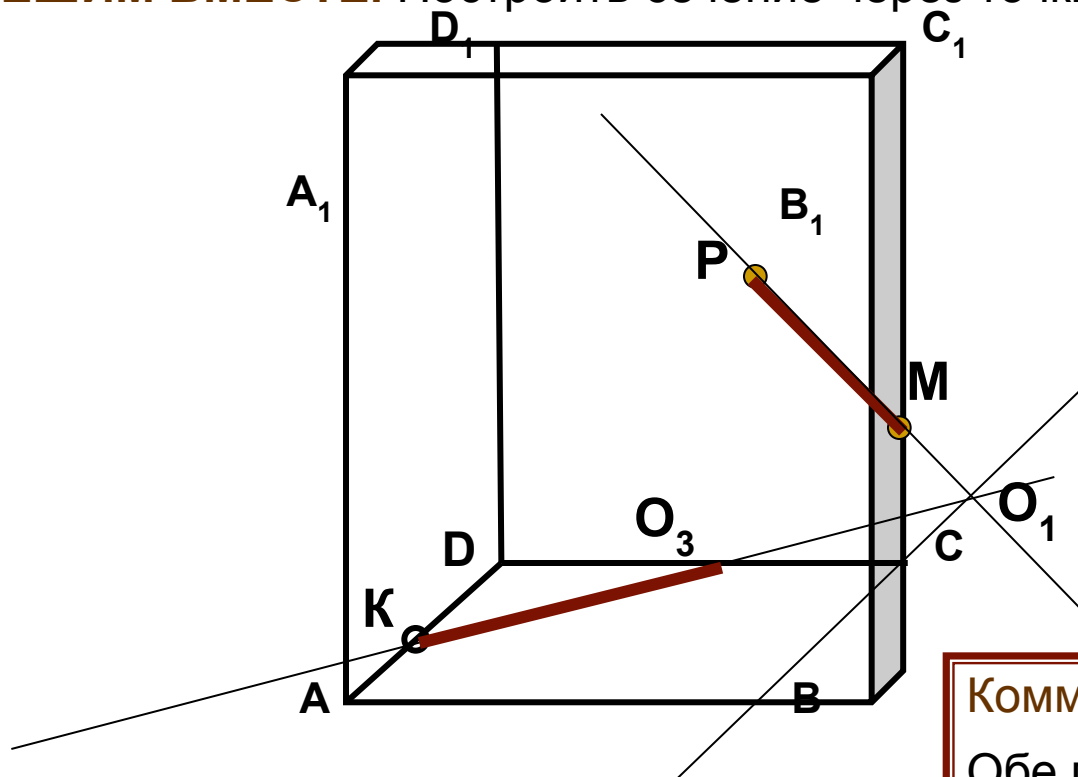
Обе прямые лежат на правой грани



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. $\underline{MO_3}$
4. $\underline{PO_3}$
4. $\underline{MK}$

Комментарии:

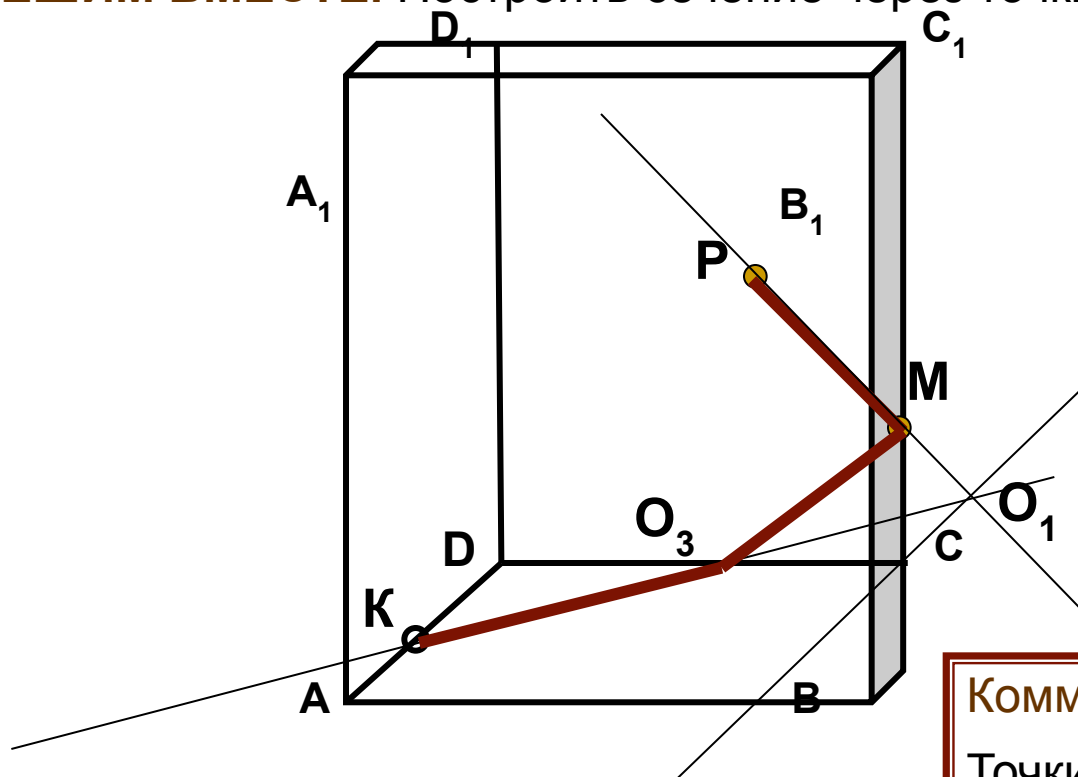
Обе прямые лежат на нижней грани. Искомое сечение пересекает грань по KO_3



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. MO_3
5. $\underline{MO_3 \cap DA = O_2}$
5. $\underline{MO_3 \cap DD_1 = O_4}$

Комментарии:

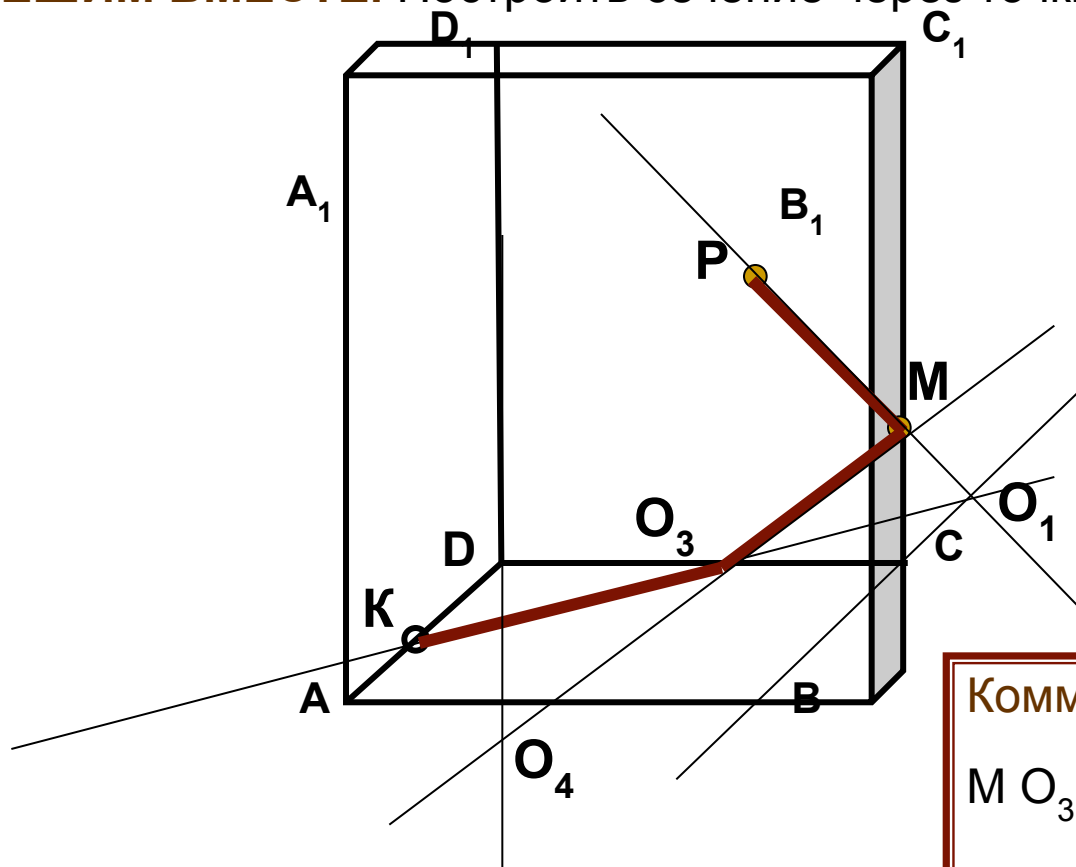
Точки M и O_3 лежат на задней грани
искомое сечение пересекает грань
по MO_3



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. MO_3
5. $MO_3 \cap DD_1 = O_4$
6. $\frac{KO_4}{4} \cap AB = O_6$
6. $\frac{KO_4}{4} \cap AA_1 = O_5$

Комментарии:

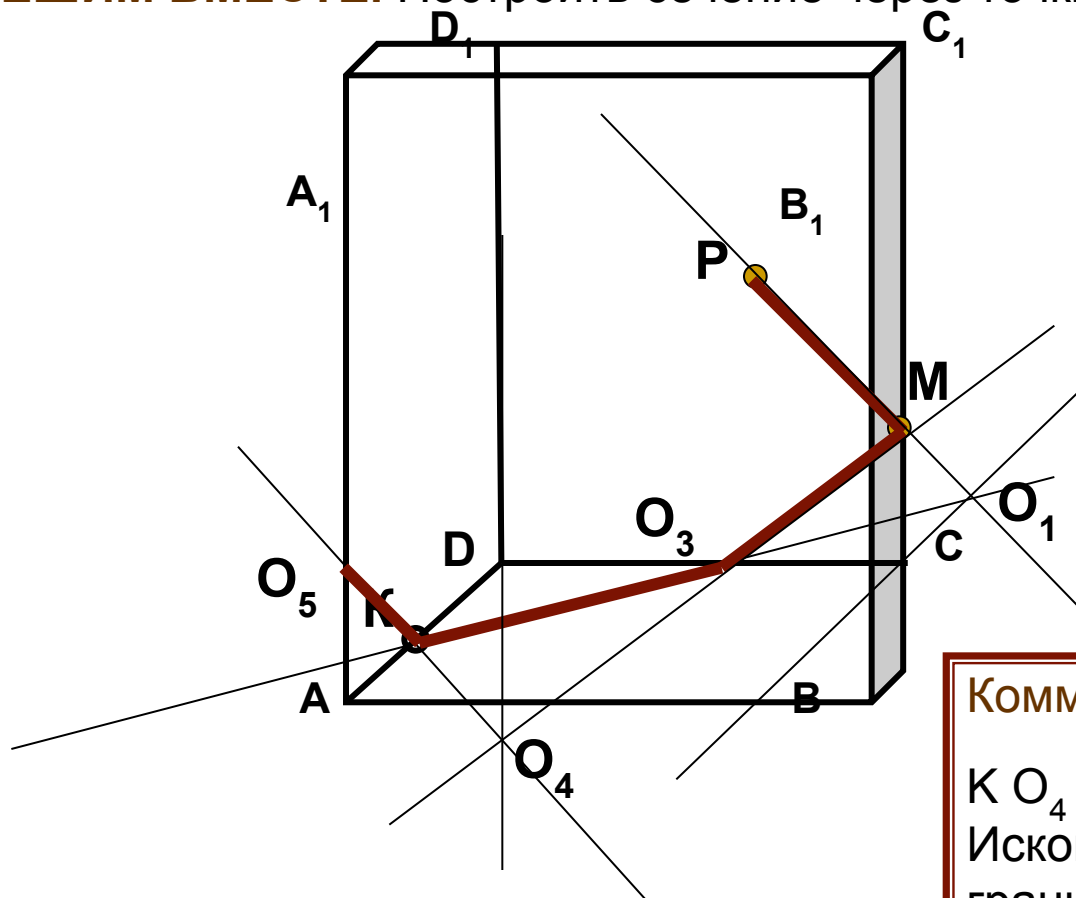
M O₃ и DD₁ лежат на задней грани



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. MO_3
5. $MO_3 \cap DD_1 = O_4$
6. $KO_4 \cap AA_1 = O_5$
7. $\underline{PO_5}$
7. $\underline{O_3O_5}$
7. $\underline{MO_5}$

Комментарии:

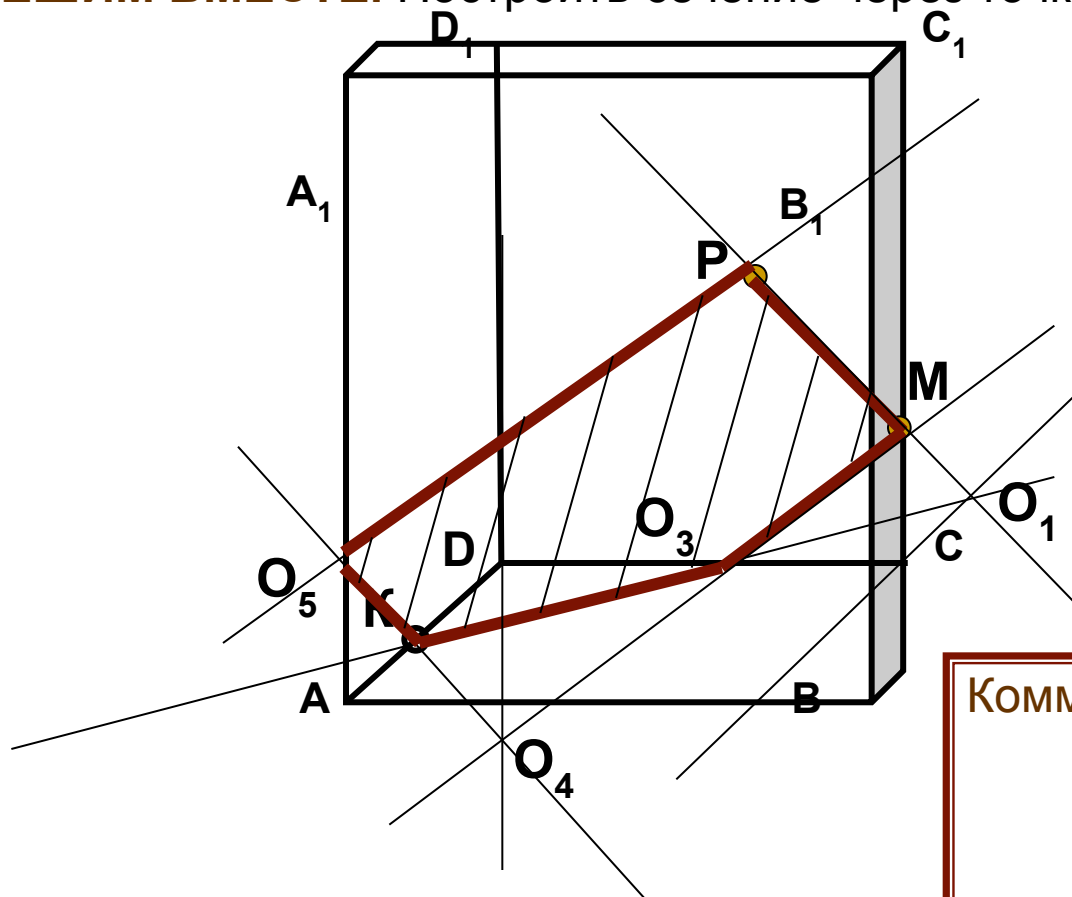
K O_4 и AA_1 лежат на левой грани.
Искомое сечение пересекает
грань по KO_5



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. MO_3
5. $MO_3 \cap DD_1 = O_4$
6. $KO_4 \cap AA_1 = O_5$
7. PO_5

PMO_3KO_5M – искомое сечение

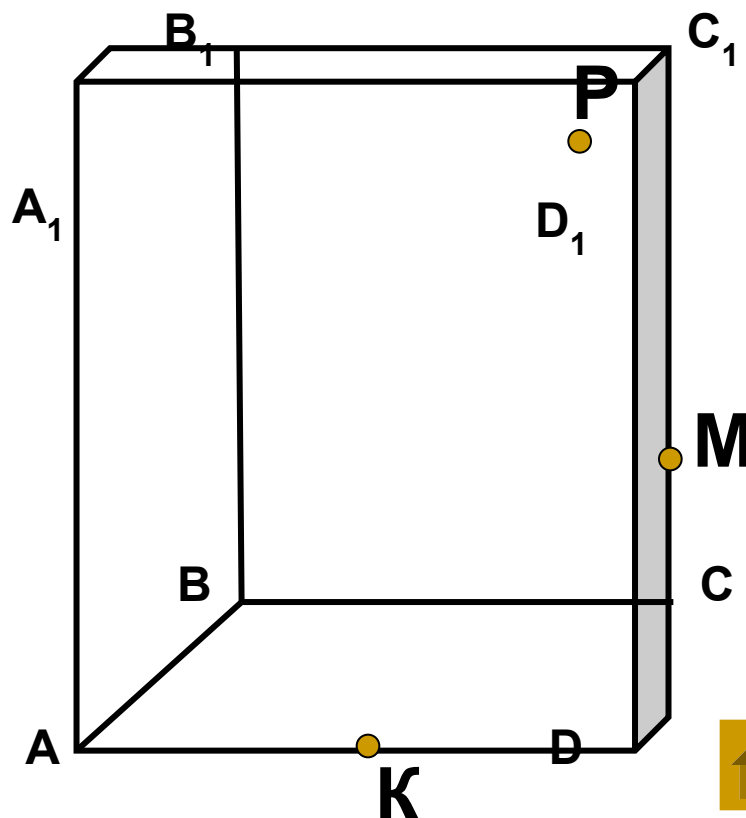
Комментарии:



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИТЕ САМИ Построить сечение
через точки K, P, M .



Учитель математики

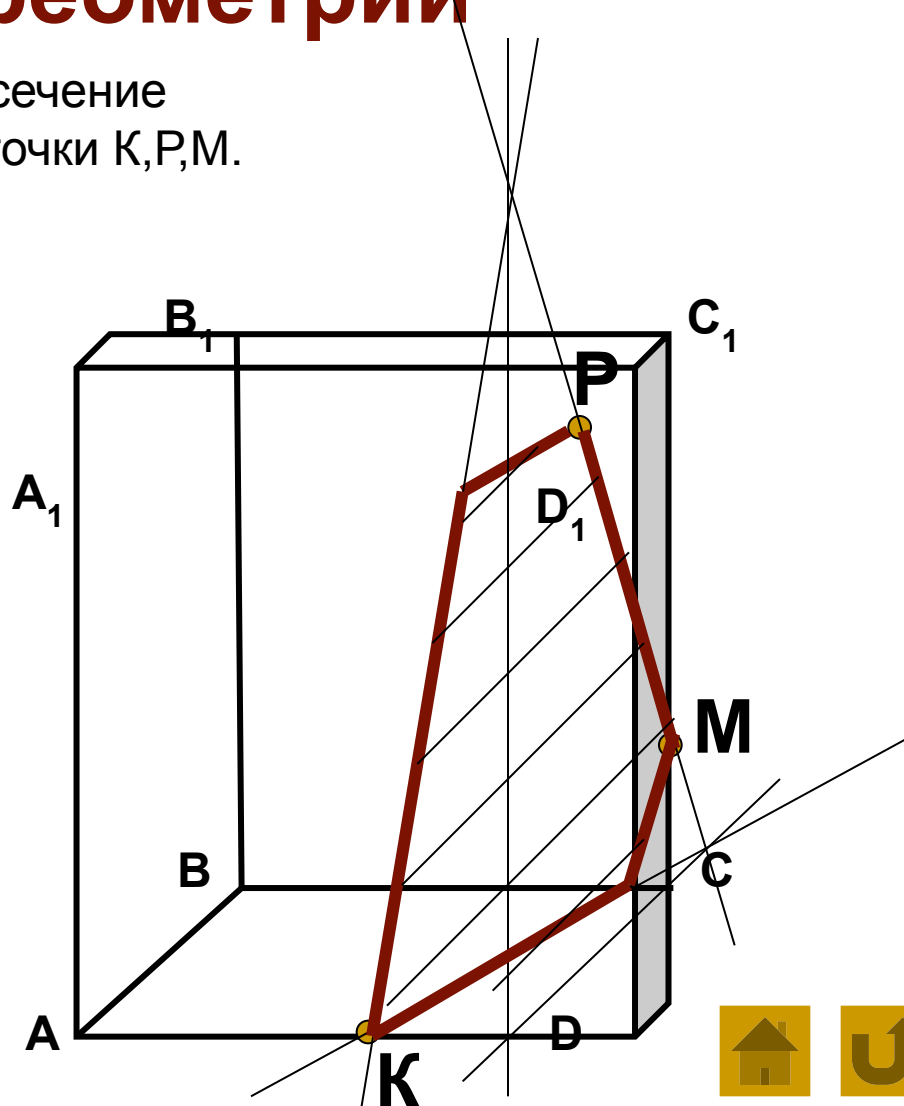


Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИТЕ САМИ Построить сечение
через точки К, Р, М.

СВЕРИМСЯ!



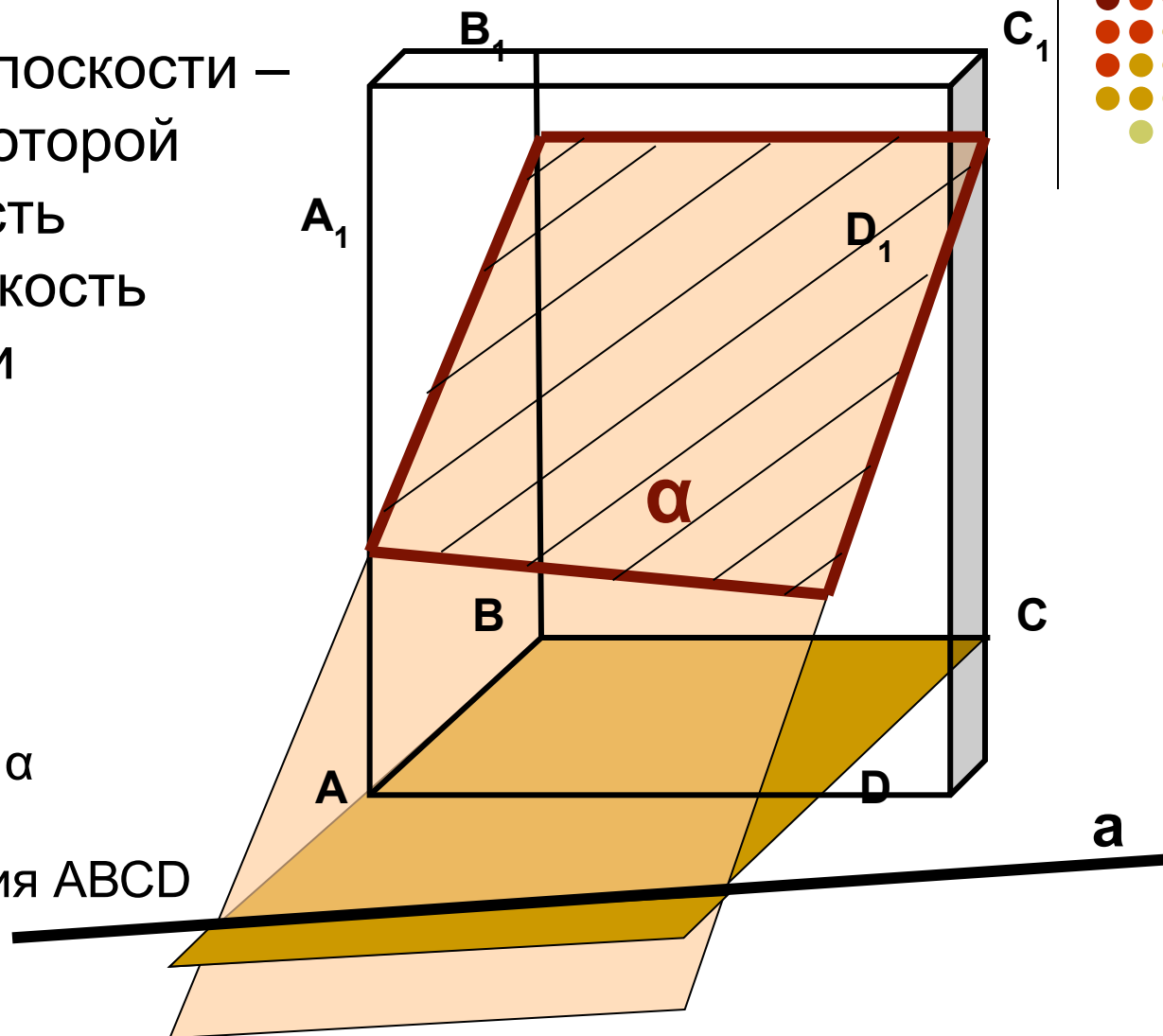
Учитель математики



Метод следов

След секущей плоскости – это прямая, по которой секущая плоскость пересекает плоскость какой-либо грани многогранника.

Плоскость сечения α пересекает плоскость основания $ABCD$ по прямой a



a – след секущей плоскости α

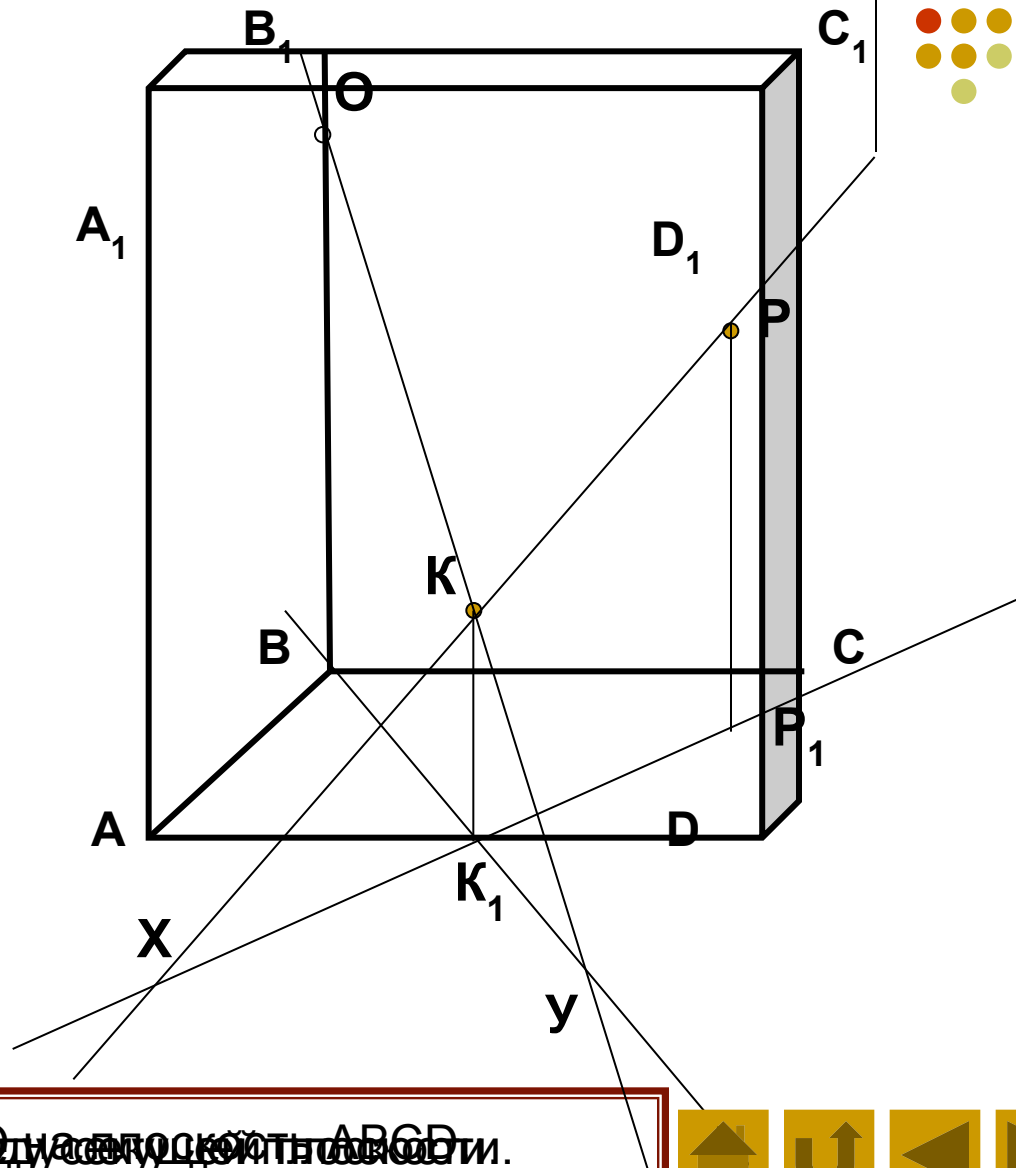


Метод следов



Пример 4. Построить сечение, проходящее через точки OPK .

1. $P \rightarrow P_1, O \rightarrow B, K \rightarrow K_1$
2. $P_1K_1 \cap KP = X$
3. $BK_1 \cap KO = Y$



Комментарии: X принадлежит следу сечения на плоскости $ABCD$.
 Y принадлежит следу сечения на плоскости $ABCD$.

Учитель математики

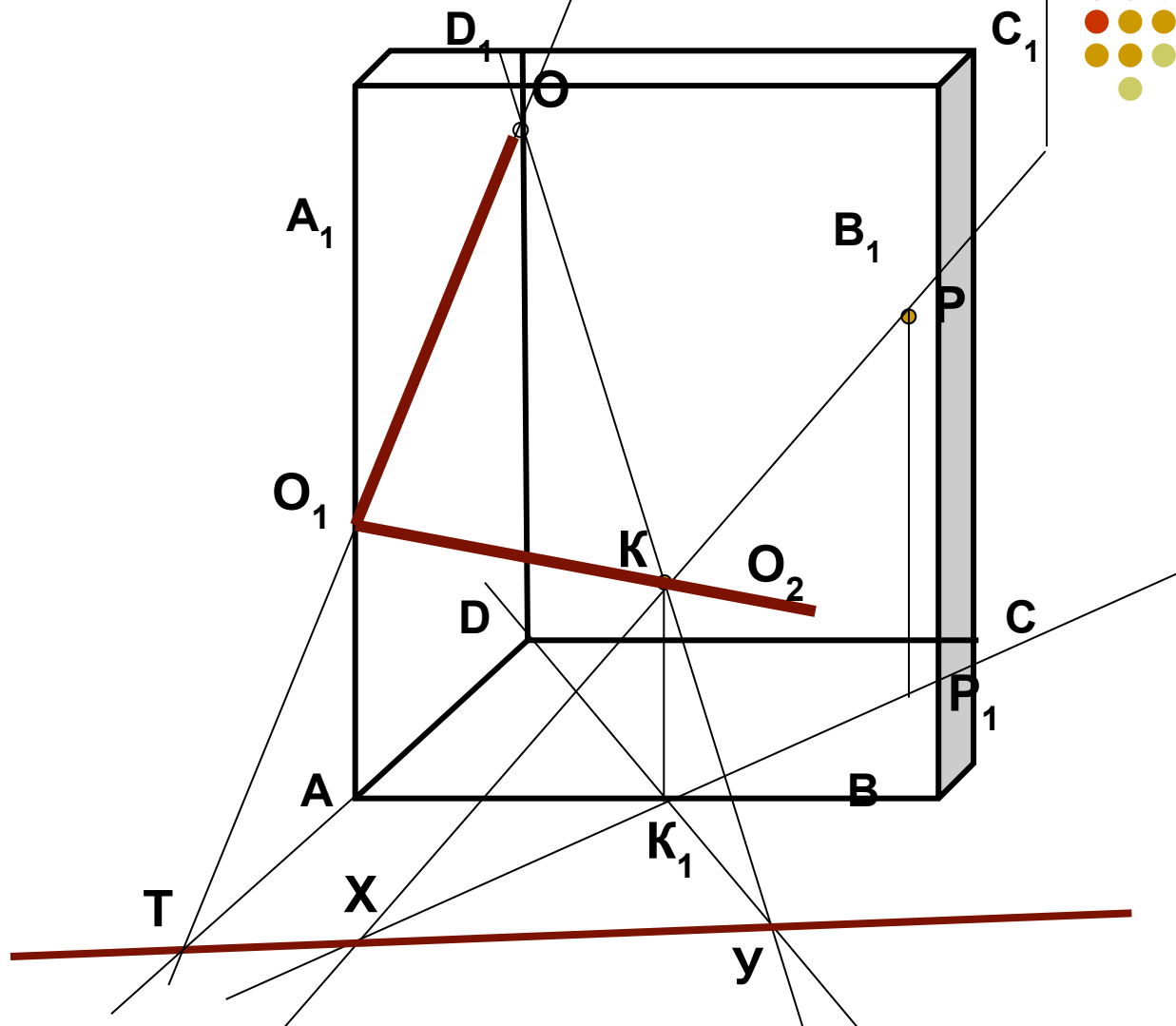


Метод следов



Пример 4. Построить сечение, проходящее через точки OPK .

1. $P \rightarrow P_1, O \rightarrow B, K \rightarrow K_1$
2. $P_1K_1 \cap KP = X$
3. $BK_1 \cap KO = Y$
4. XY
5. $AD \cap XY = T$
6. $TO \cap AA_1 = O_1$
7. $KO_1 \cap BB_1 = O_2$



Комментарии: Плоскость секущая плоскость пересекает переднюю грань по OO_1



$$1. P \rightarrow P_1, O \rightarrow B, K \rightarrow K_1$$
$$2. P_1 K_1 \cap KP = X$$

3. $BK_1 \cap KO = Y$

4. XY

5. $AD \cap XY = T$

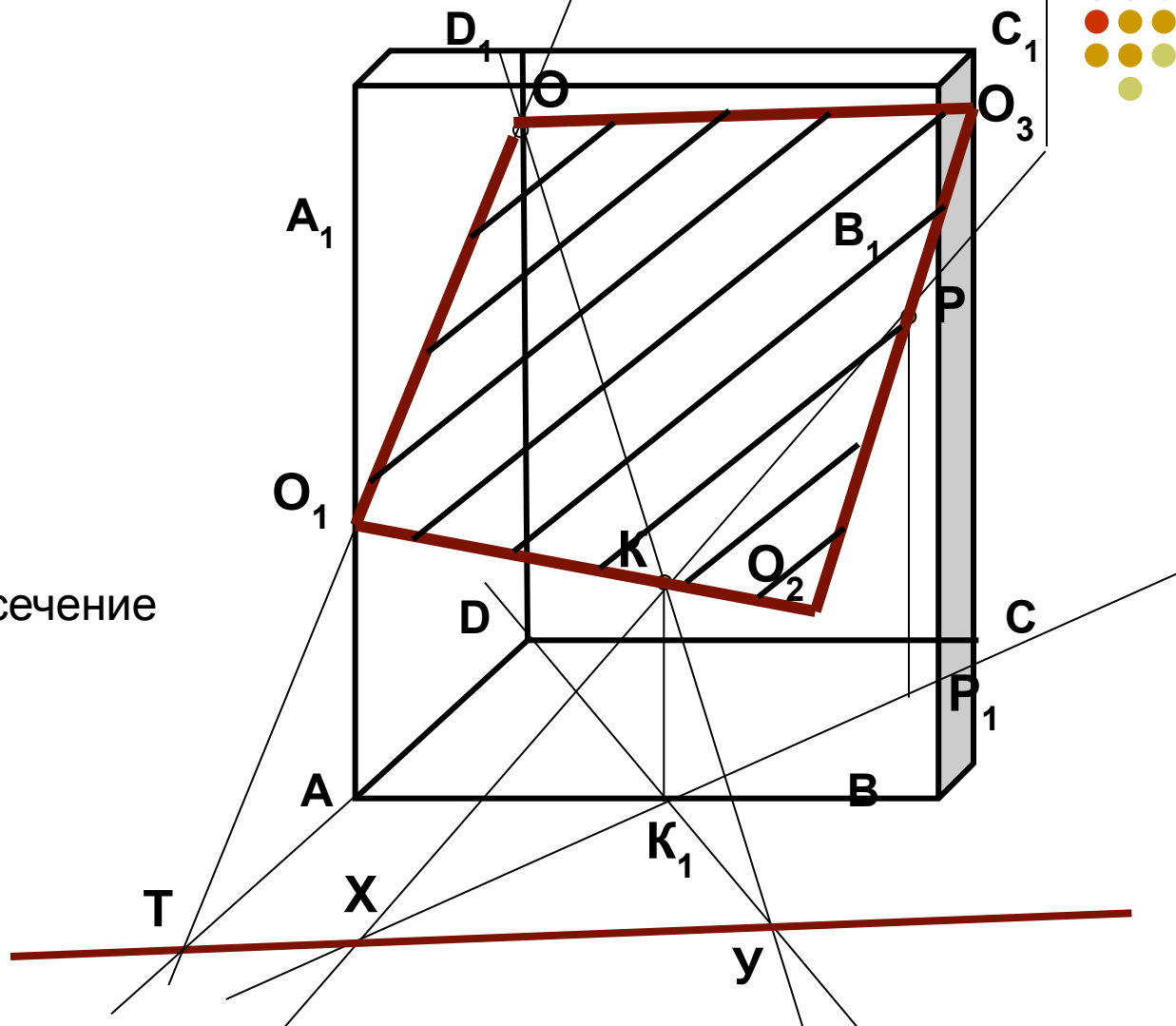
6. $TO \cap AA_1 = O_1$

$$7. KO_1 \cap BB_1 = O_2$$

8. $\text{PO}_2 \cap \text{CC}_1 = \text{O}_3$

9. $O_2\bar{O}$

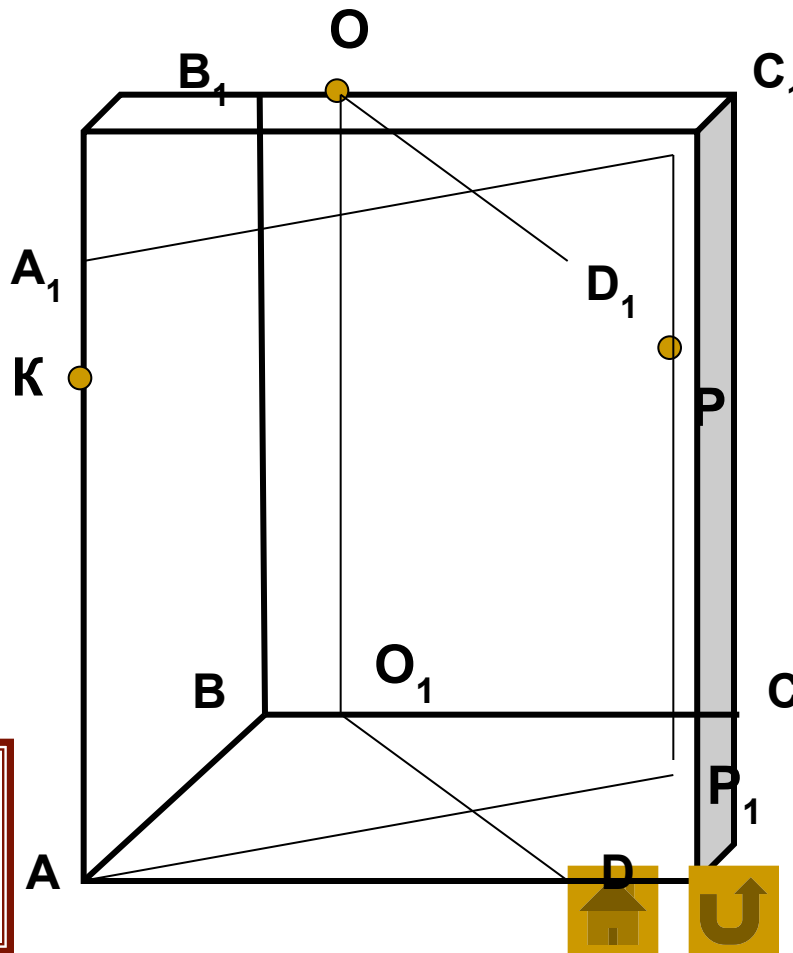
$00_30_20_1$ – искомое сечение



Комментарии: Искомая секущая плоскость пересекает правую грань по O_3O_2



Пример 5. Построить сечение через точки К, Р, Q. Метод удобен при построении сечений в тех случаях, когда по чему-либо неудобно находить след секущей плоскости.



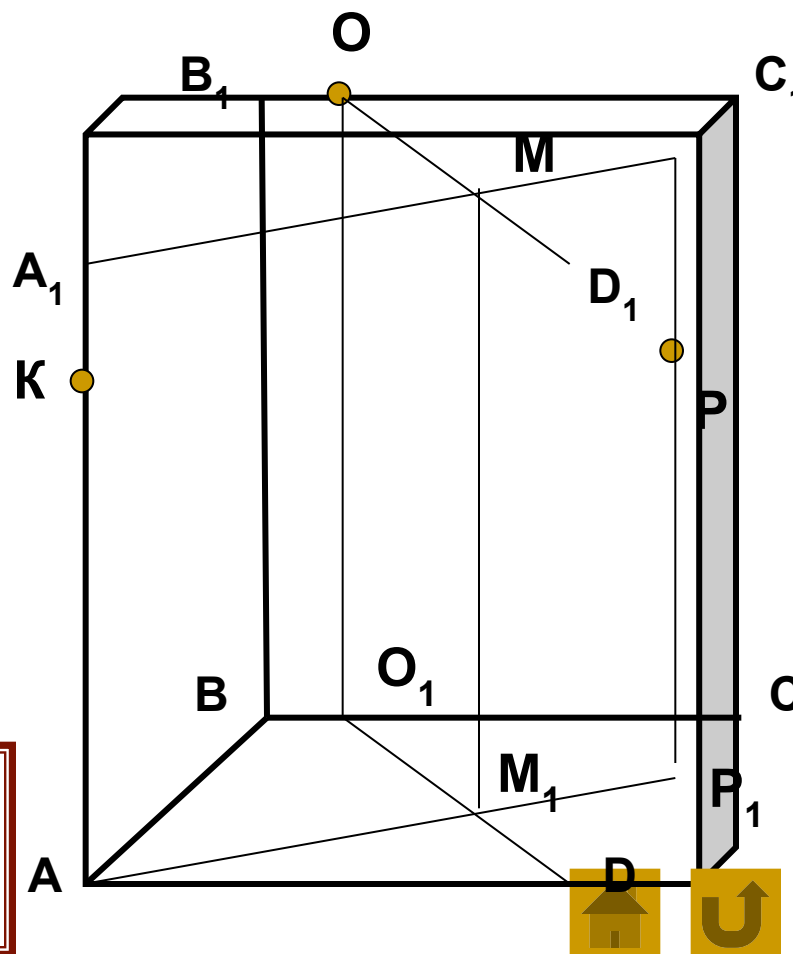
Комментарии: Плоскость $\Delta\Delta_1$ $\Pi\Pi_1$,
определяется параллельными
прямыми $\Delta\Delta_1$ и $\Pi\Pi_1$

Метод внутреннего проектирования



Пример 5. Построить сечение через точки K, P, O.

1. AA_1PP_1
2. DD_1OO_1
3. $AA_1PP_1 \cap DD_1OO_1 = MM_1$



Комментарии:

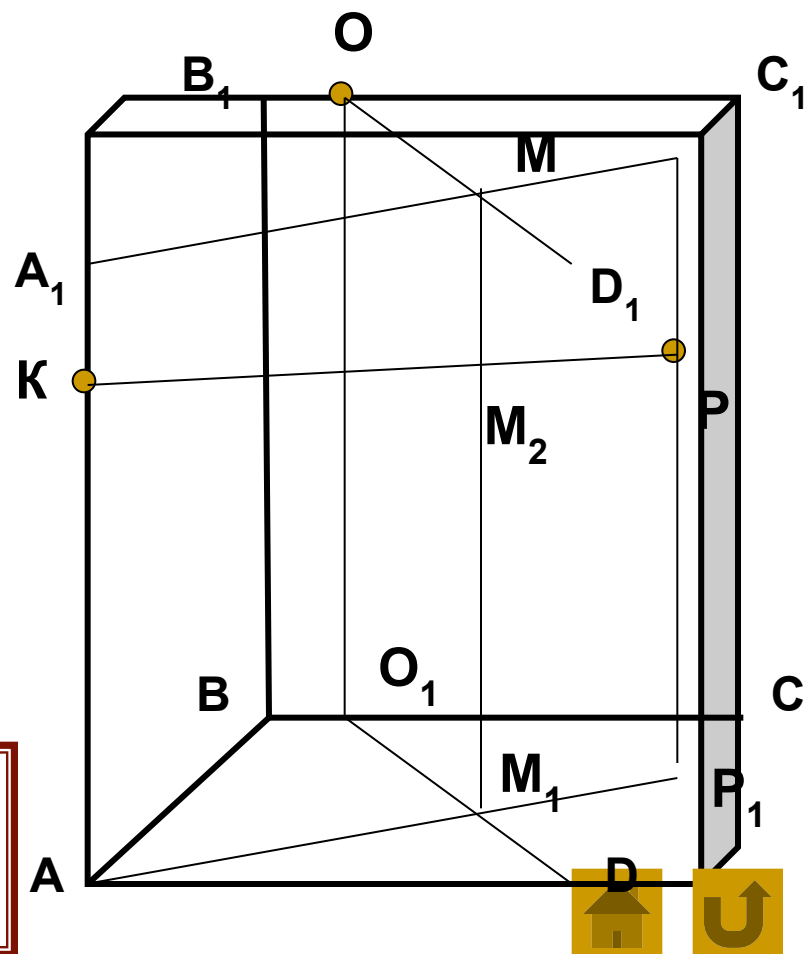


Метод внутреннего проектирования



Пример 5. Построить сечение через точки K, P, O.

1. AA_1PP_1
2. DD_1OO_1
3. $AA_1PP_1 \cap DD_1OO_1 = MM_1$
4. $KP \cap MM_1 = M_2$



Комментарии:

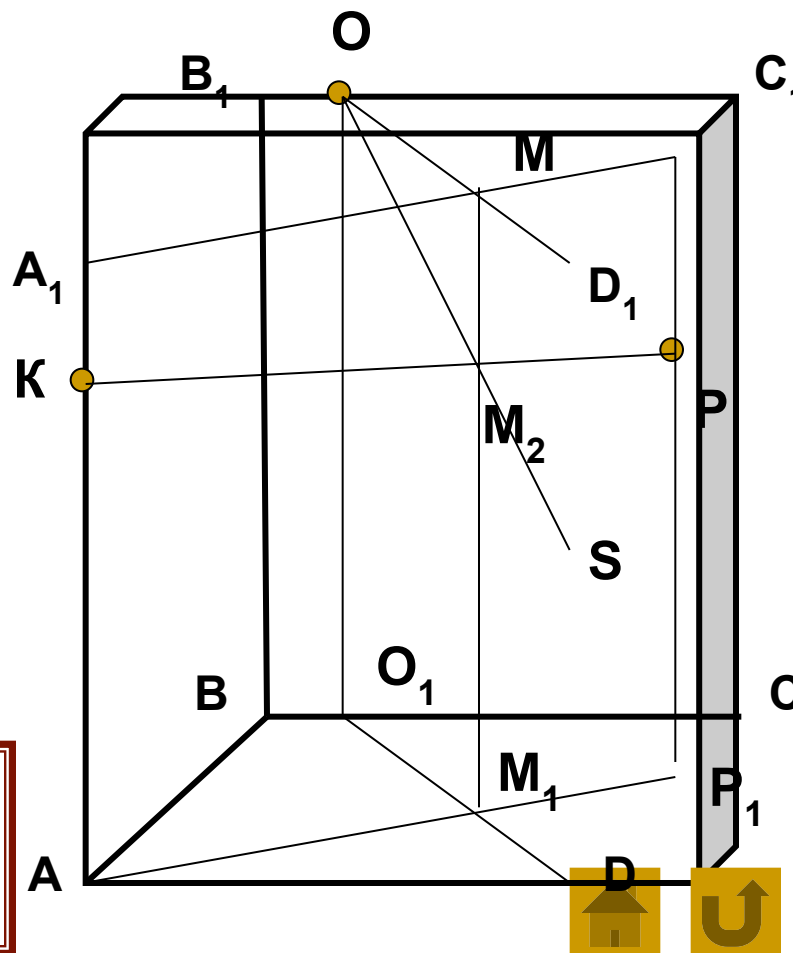


Метод внутреннего проектирования



Пример 5. Построить сечение через точки K, P, O.

1. AA_1PP_1
2. DD_1OO_1
3. $AA_1PP_1 \cap DD_1OO_1 = MM_1$
4. $KP \cap MM_1 = M_2$
5. $OM_2 \cap DD_1 = S$



Комментарии: Точка S принадлежит искомому сечению

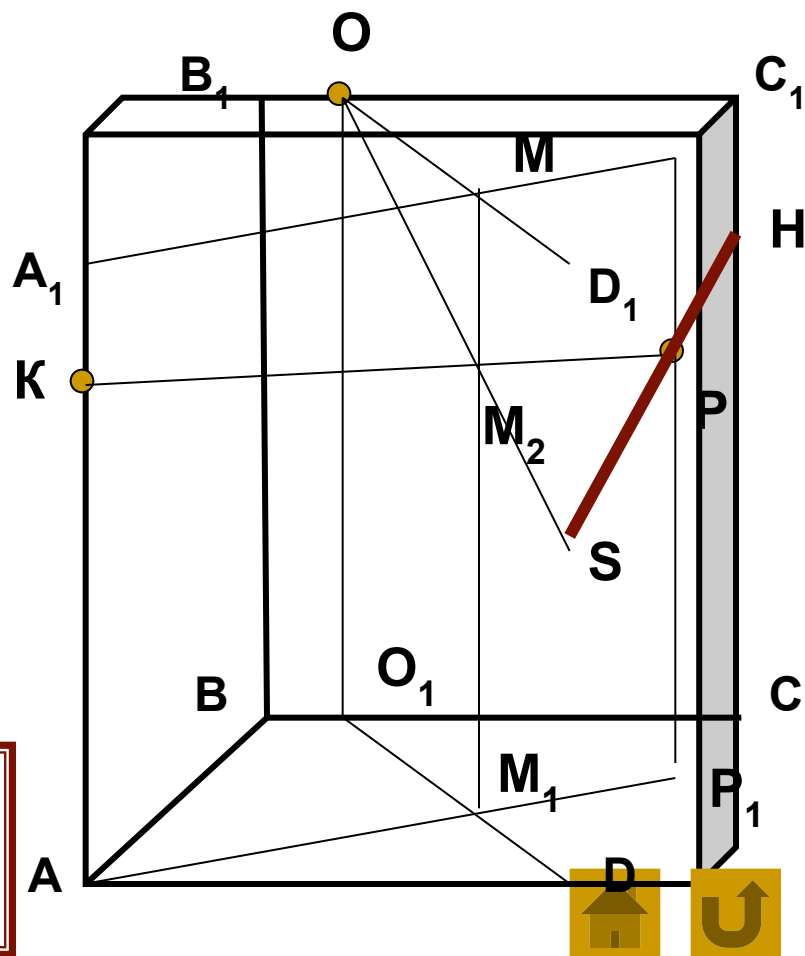


Метод внутреннего проектирования



Пример 5. Построить сечение через точки K, P, O.

1. AA_1PP_1
2. DD_1OO_1
3. $AA_1PP_1 \cap DD_1OO_1 = MM_1$
4. $KP \cap MM_1 = M_2$
5. $OM_2 \cap DD_1 = S$
6. $SP \cap CC_1 = H$



Комментарии: Точки S и P лежат на правой грани, искомое сечение пересекает грань по SP

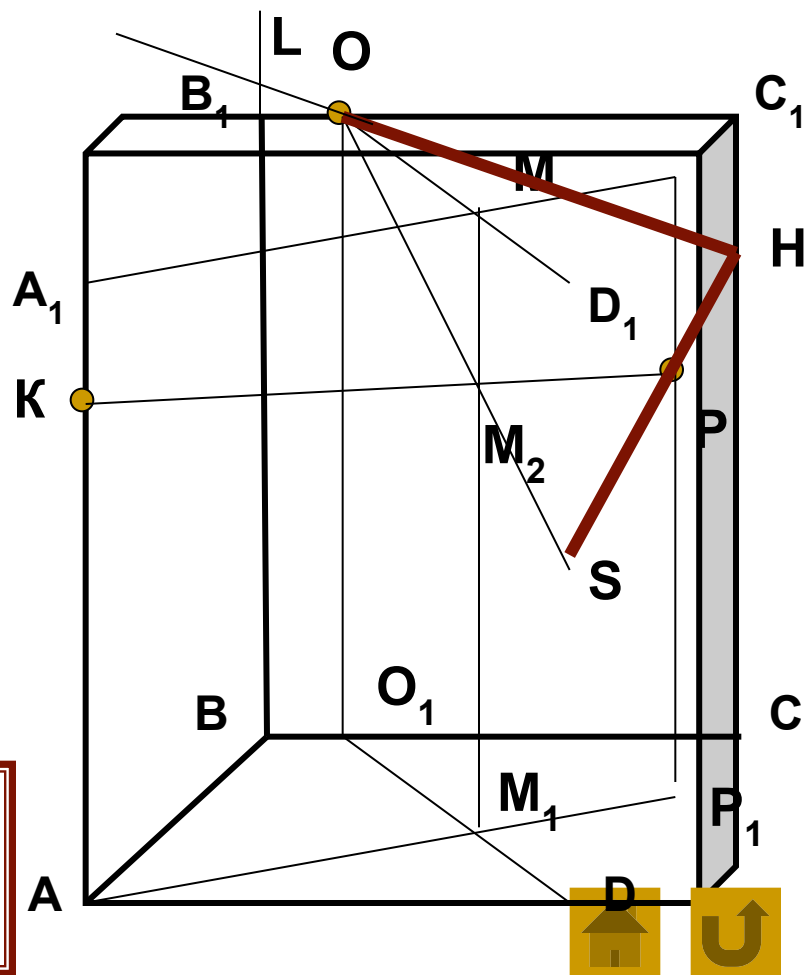


Метод внутреннего проектирования



Пример 5. Построить сечение через точки K, P, O.

1. AA_1PP_1
2. DD_1OO_1
3. $AA_1PP_1 \cap DD_1OO_1 = MM_1$
4. $KP \cap MM_1 = M_2$
5. $OM_2 \cap DD_1 = S$
6. $SP \cap CC_1 = H$
7. $OH \cap BB_1 = L$



Комментарии: Точки O и H лежат на задней грани, искомое сечение пересекает грань по OH

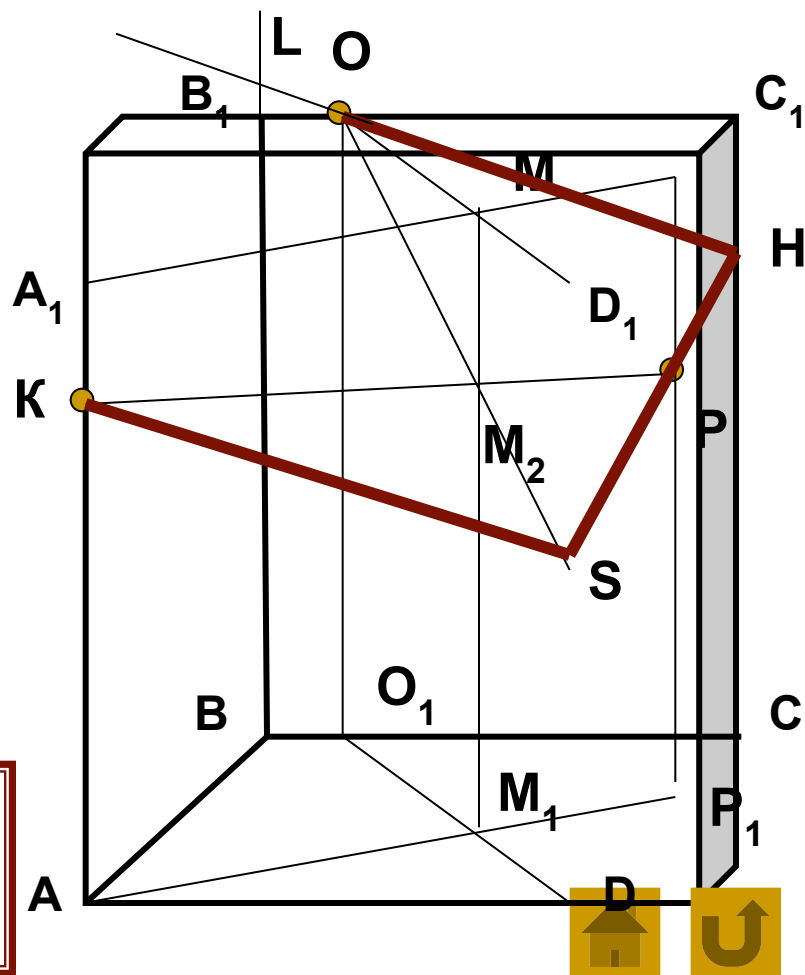


Метод внутреннего проектирования



Пример 5. Построить сечение через точки K, P, O.

1. AA_1PP_1
2. DD_1OO_1
3. $AA_1PP_1 \cap DD_1OO_1 = MM_1$
4. $KP \cap MM_1 = M_2$
5. $OM_2 \cap DD_1 = S$
6. $SP \cap CC_1 = H$
7. $OH \cap BB_1 = L$
8. SK



Комментарии: Точки K и S лежат на передней грани, искомое сечение пересекает грань по SK

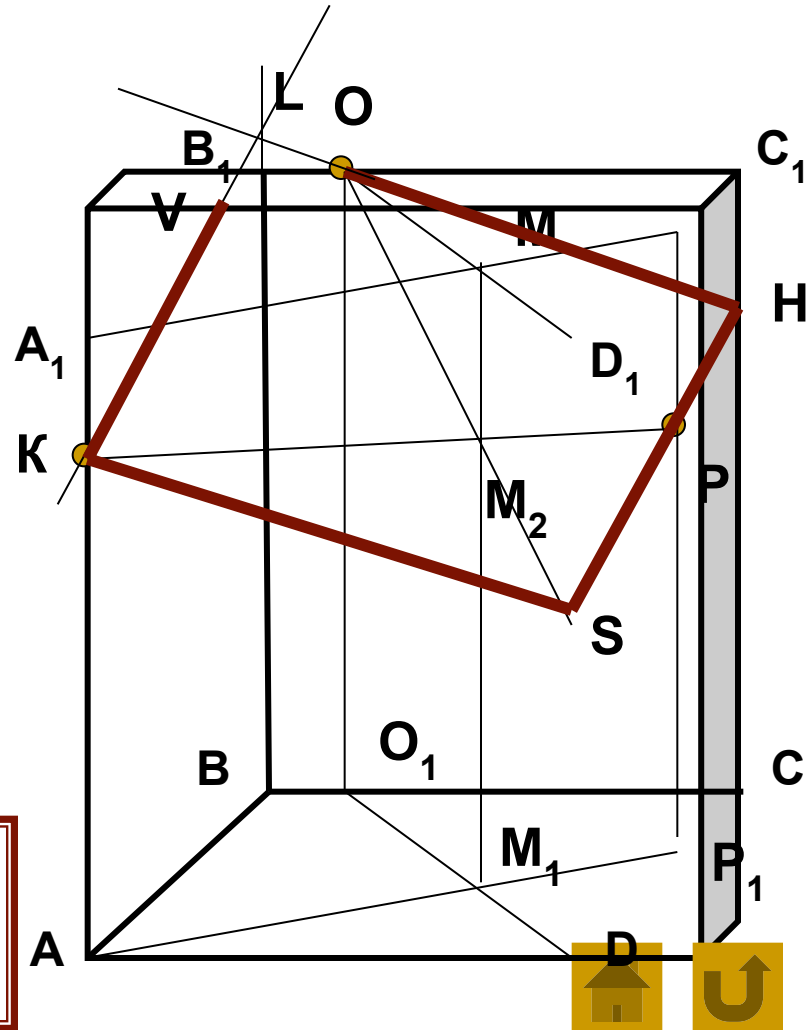


Метод внутреннего проектирования



Пример 5. Построить сечение через точки K, P, O.

1. AA_1PP_1
2. DD_1OO_1
3. $AA_1PP_1 \cap DD_1OO_1 = MM_1$
4. $KP \cap MM_1 = M_2$
5. $OM_2 \cap DD_1 = S$
6. $SP \cap CC_1 = H$
7. $OH \cap BB_1 = L$
8. SK
9. $KL \cap AB_1 = V$



Комментарии: Точки K и L лежат на левой грани, искомое сечение пересекает грань по VK



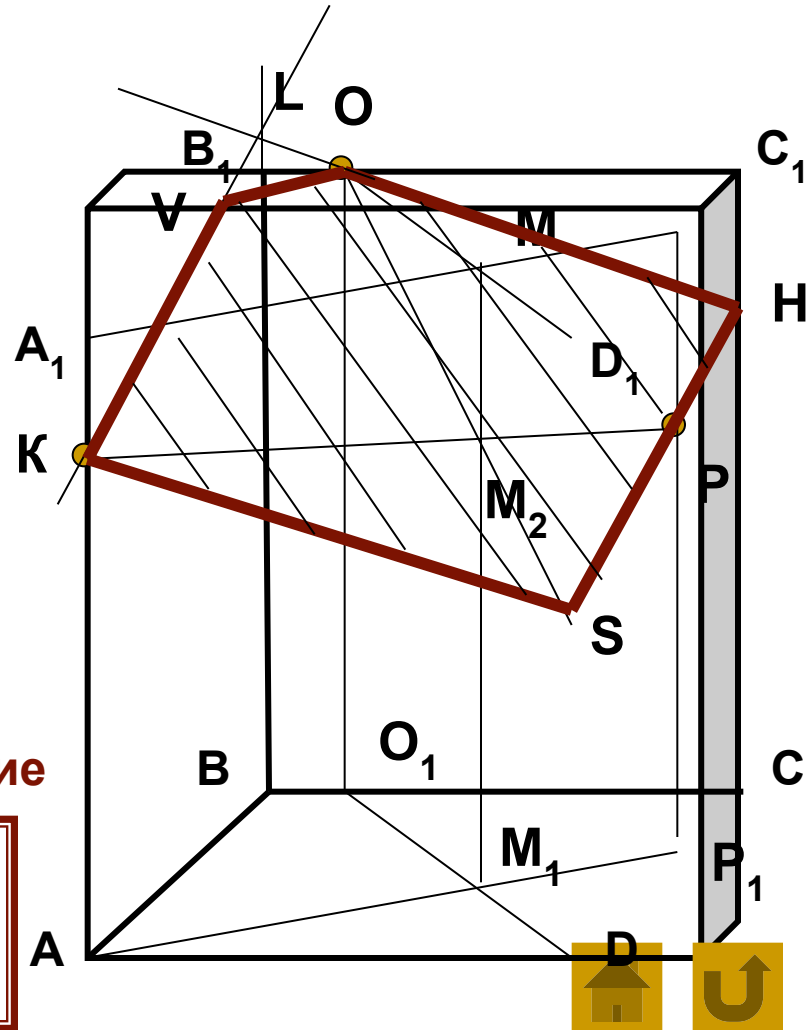
Метод внутреннего проектирования



Пример 5. Построить сечение через точки K, P, O.

1. AA_1PP_1
 2. DD_1OO_1
 3. $AA_1PP_1 \cap DD_1OO_1 = MM_1$
 4. $KP \cap MM_1 = M_2$
 5. $OM_2 \cap DD_1 = S$
 6. $SP \cap CC_1 = H$
 7. $OH \cap BB_1 = L$
 8. SK
 9. $KL \cap AB_1 = V$
 10. OV
- KVOHS-искомое сечение**

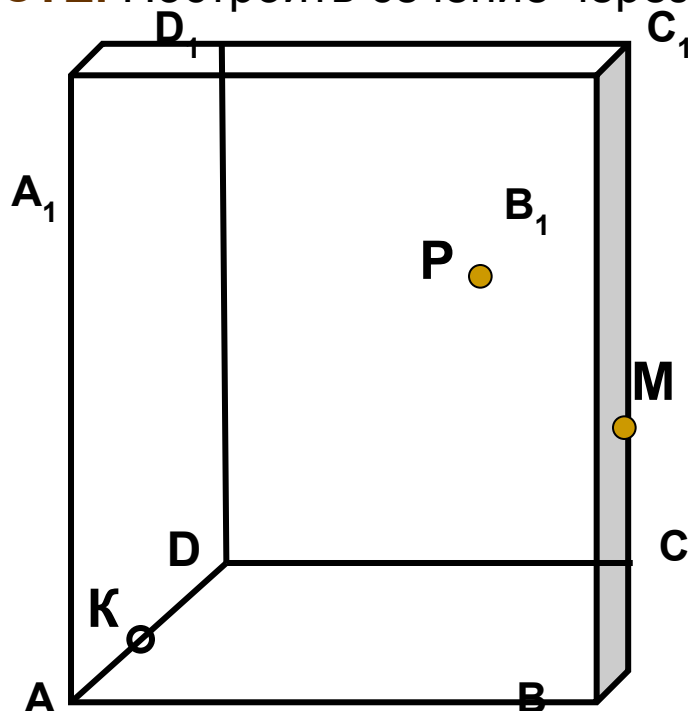
Комментарии: Точки O и V лежат на верхней грани, искомое сечение пересекает грань по VO



Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PK
PM
PM



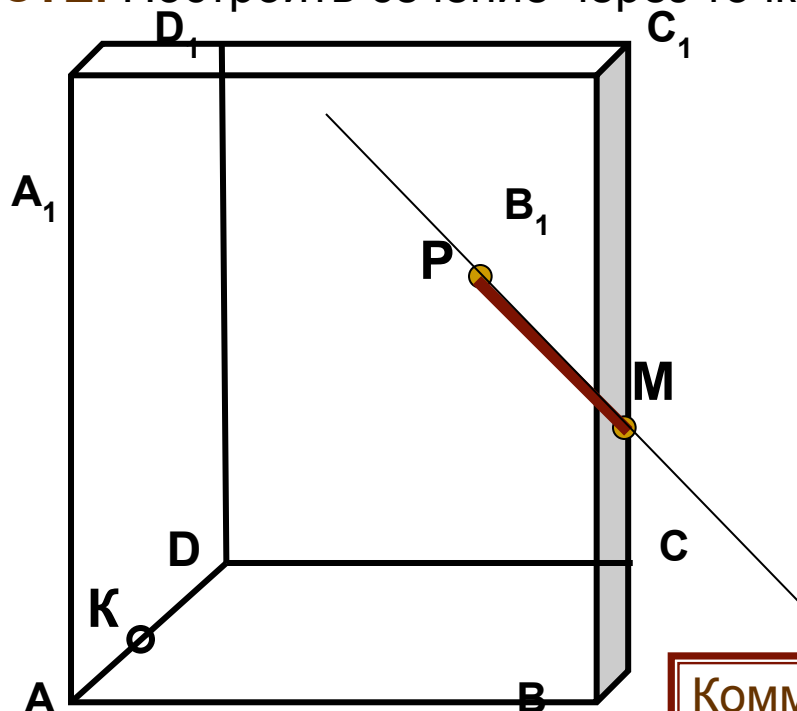
Комментарии:

Эти точки лежат в разных
гранях!

Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
2. $PM \cap DC = O_2$



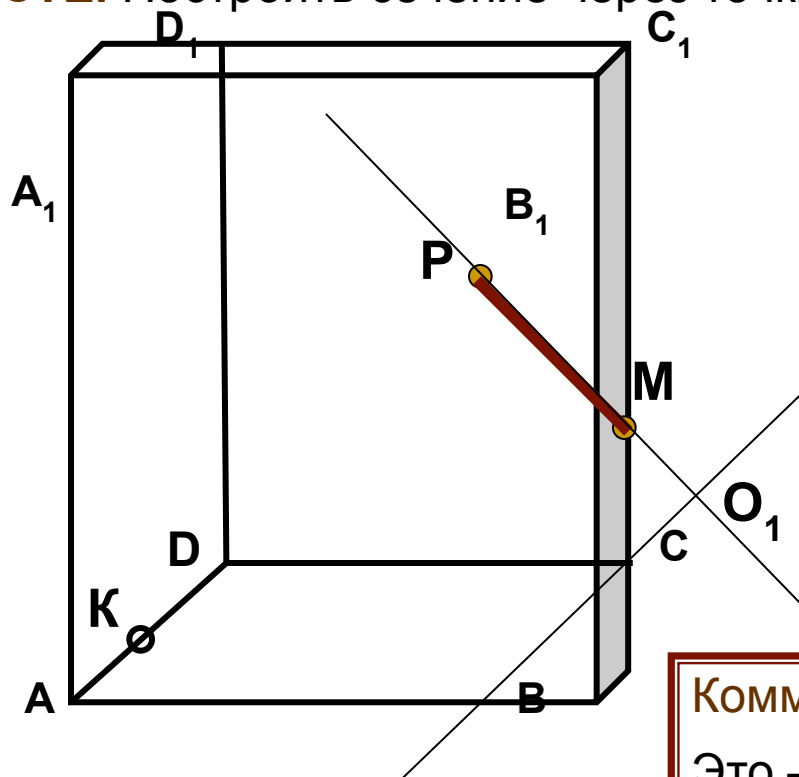
Комментарии:

PM и DC – скрещивающиеся
прямые!
Пересекаться они не могут!

Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap AA_1 = O_2$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
3. $KO_1 \cap CC_1 = O_4$



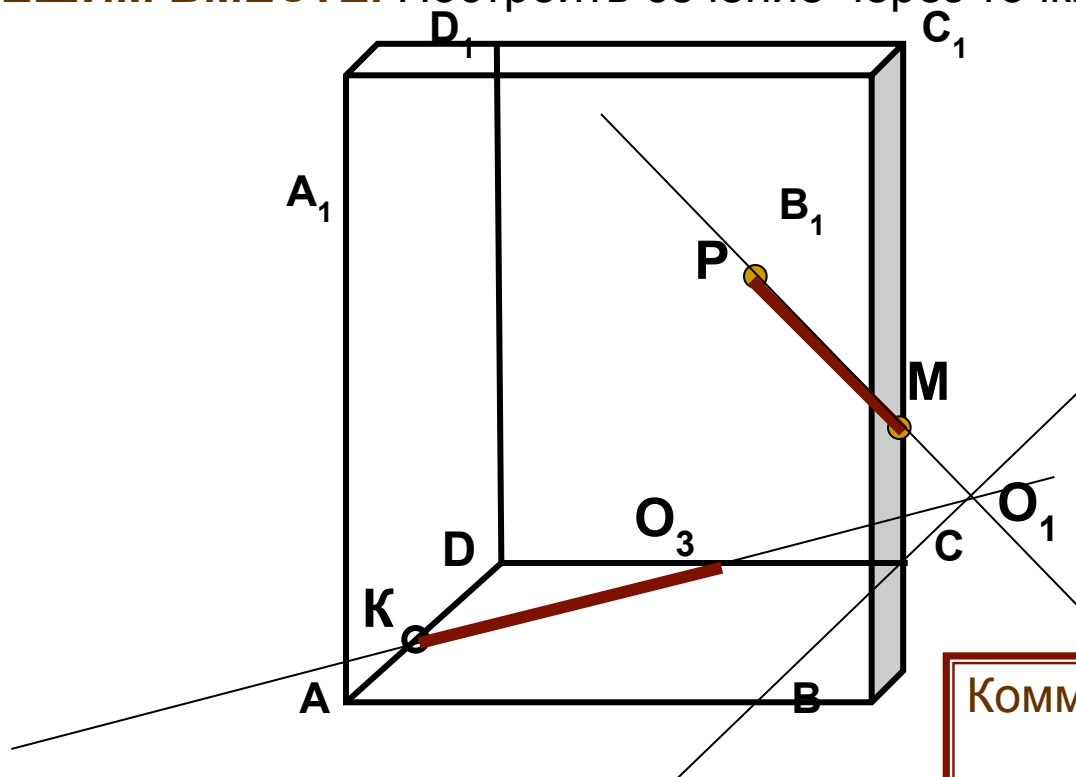
Комментарии:

Это – скрещивающиеся прямые!
Пересекаться они не могут!

Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. MO_3
4. PO_3
4. MK



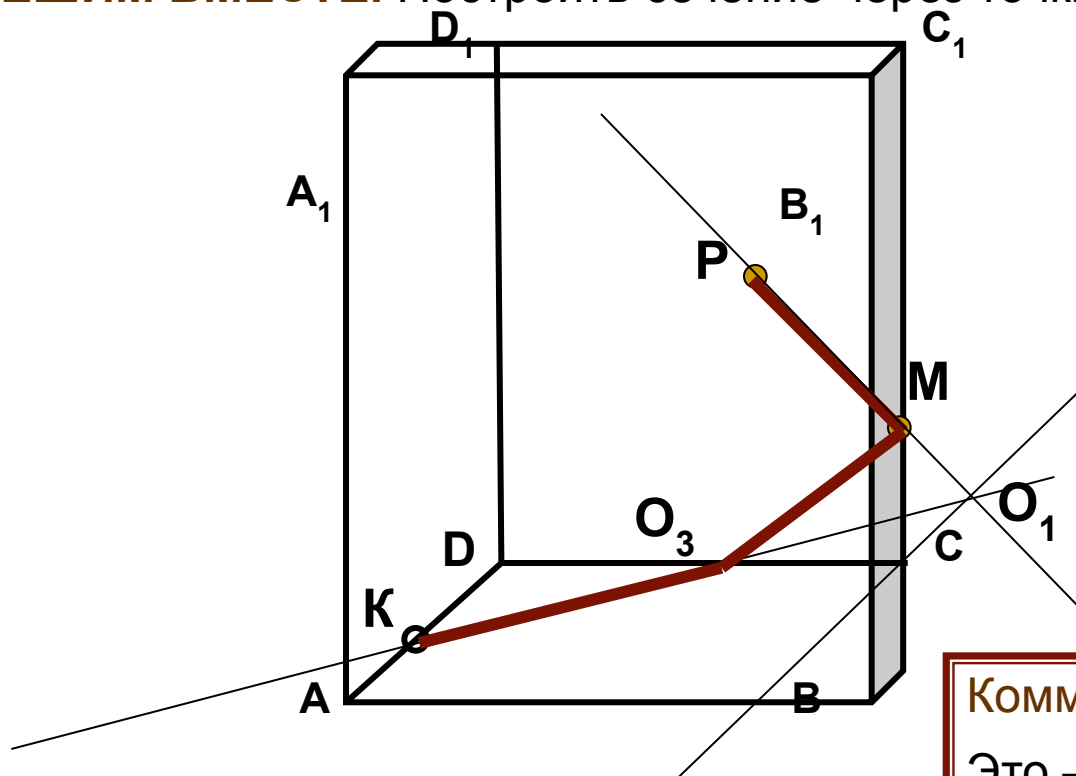
Комментарии:

Эти точки лежат в разных
гранях!

Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. MO_3
5. $MO_3 \cap DA = O_2$
5. $MO_3 \cap DD_1 = O_4$



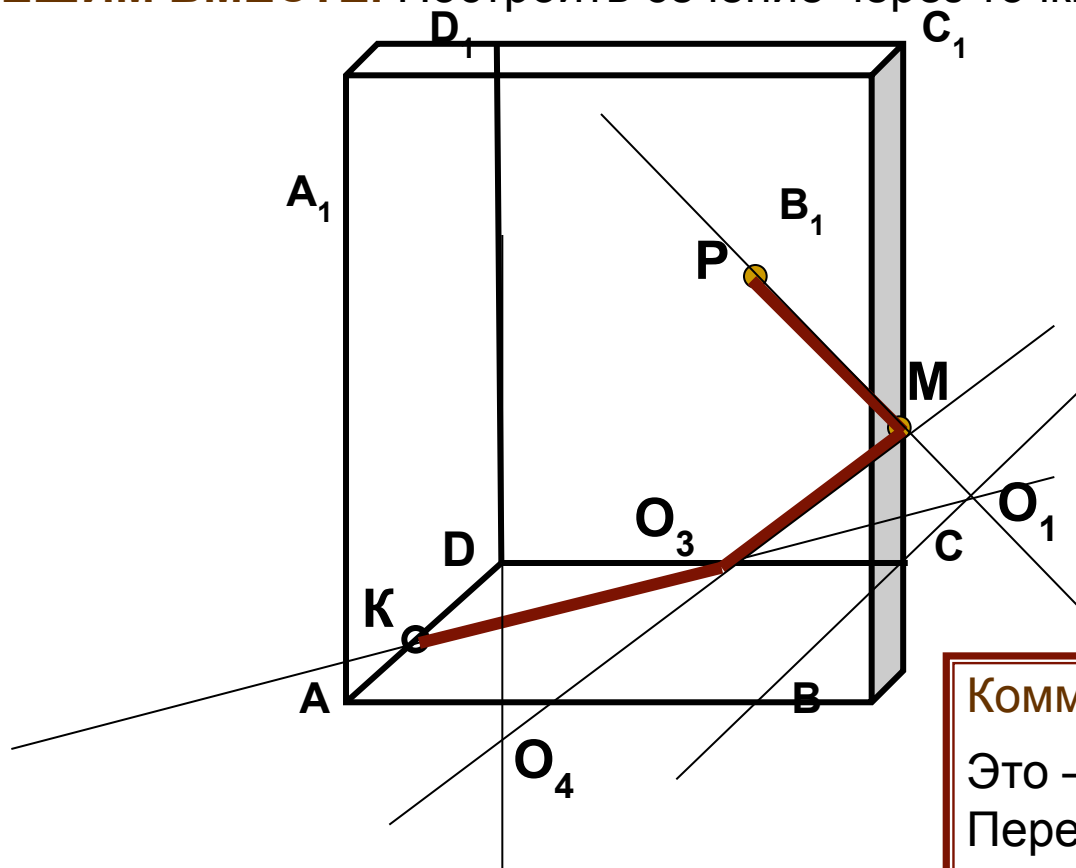
Комментарии:

Это – скрещивающиеся прямые!
Пересекаться они не могут!

Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. MO_3
5. $MO_3 \cap DD_1 = O_4$
6. $KO_4 \cap AB = O_6$
6. $KO_4 \cap AA_1 = O_5$



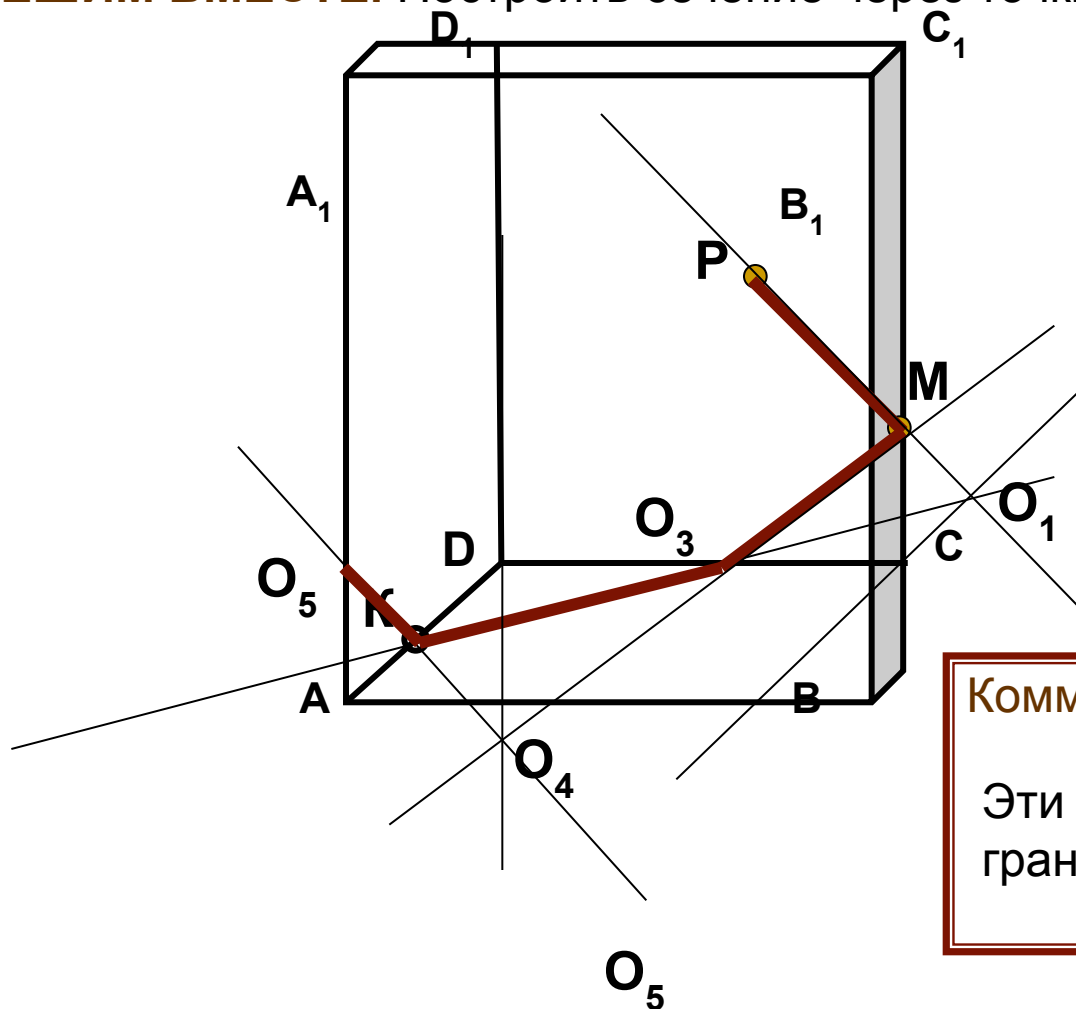
Комментарии:

Это – скрещивающиеся прямые!
Пересекаться они не могут!

Метод, основанный на использовании теорем и аксиом стереометрии



РЕШИМ ВМЕСТЕ. Построить сечение через точки K, P, M.



Построение:

1. PM
2. $PM \cap BC = O_1$
3. $KO_1 \cap DC = O_3$
4. MO_3
5. $MO_3 \cap DD_1 = O_4$
6. $KO_4 \cap AA_1 = O_5$
7. PO₅
7. O₃O₅
7. MO₅



Комментарии:

Эти точки лежат в разных
гранях!