

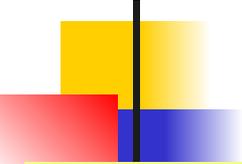
# Лекция №12

## Тема: Нелинейные электрические цепи



Рис. 48. Структура и внешний вид импульсных источников питания





# Учебные вопросы

1. **Нелинейная электрическая цепь и её преобразовательные свойства.**
2. **Классификация нелинейных резистивных элементов и их характеристики.**
3. **Статические и дифференциальные параметры резистивных нелинейных элементов.**
4. **Аппроксимация ВАХ нелинейных элементов.**
5. **Ток в нелинейном резисторе при воздействии гармонического напряжения. Анализ**



# Литература

---

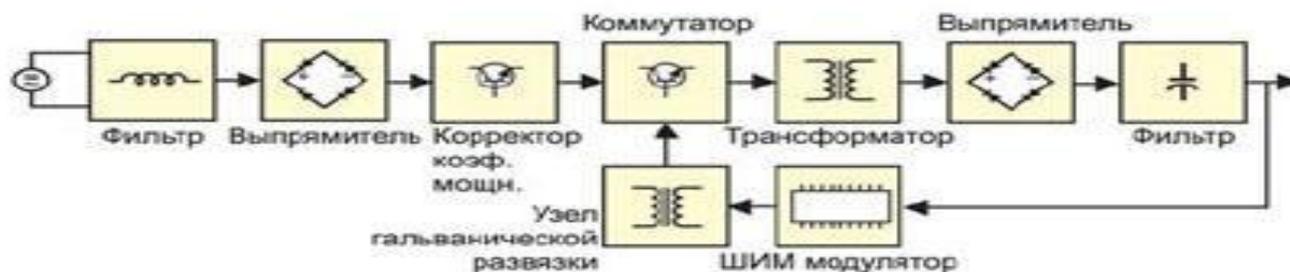


- **1. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов спец. "Радиотехника".-М.: Высшая школа, 2007 с. 275-305.**

В электротехнике, автоматике, электронике и радиотехнике широко применяются элементы электрических цепей, имеющие **нелинейную зависимость между током и напряжением:**

$$u = f(i) \quad \text{или} \quad i = f(u).$$

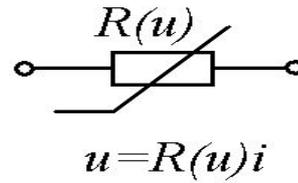
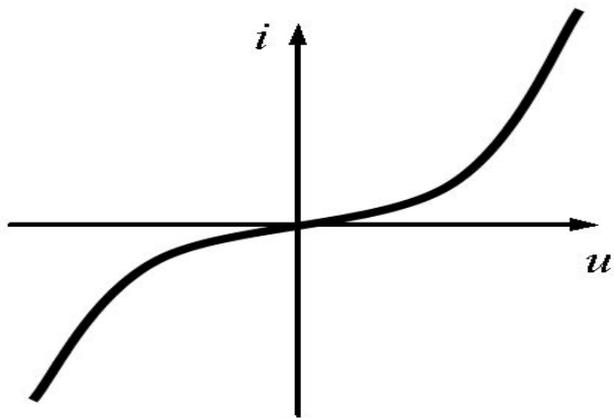
**Нелинейными элементами** электрической цепи называются элементы, параметры которых существенно зависят от приложенного к ним



ка.



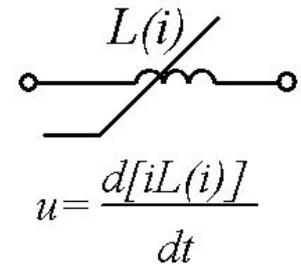
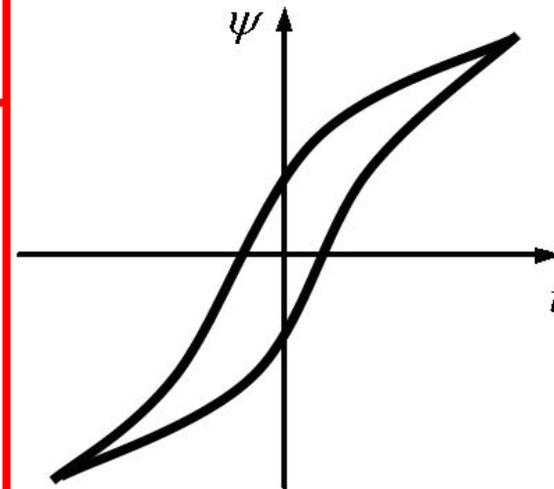
Рис. 48. Структура и внешний вид импульсных источников питания



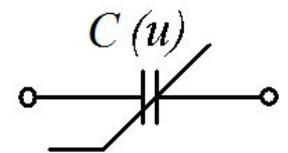
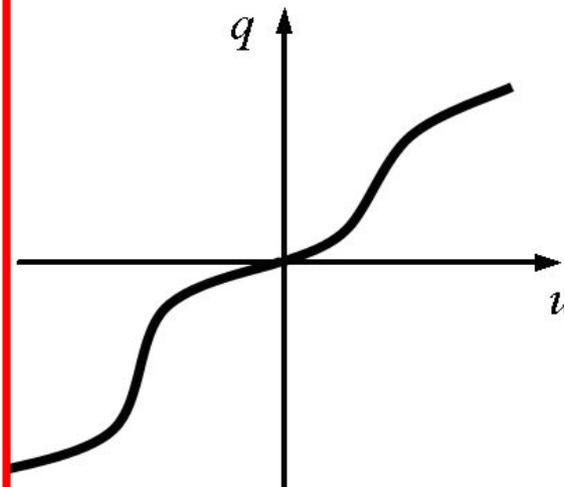
В зависимости от типа параметра различают **нелинейные резистивные, индуктивные и емкостные**

**элементы**

а)



б)



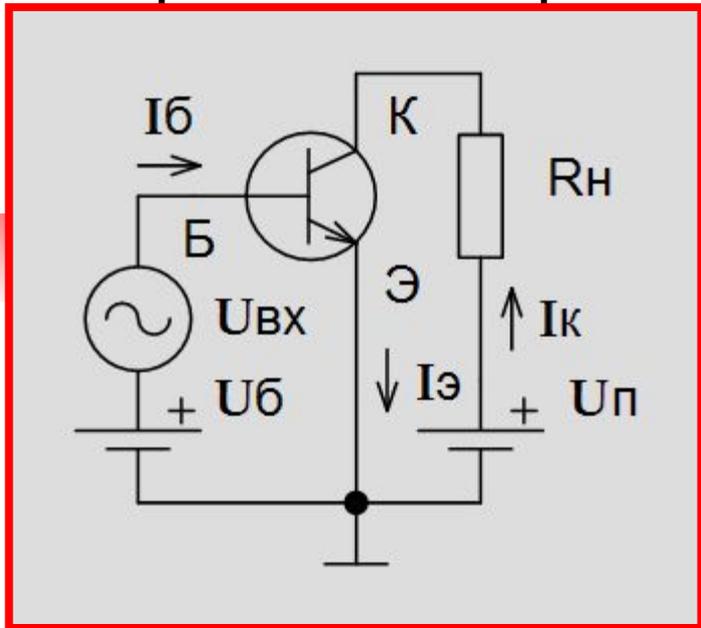
$$u = \int_0^t \frac{i}{C(u)} dt$$

в)

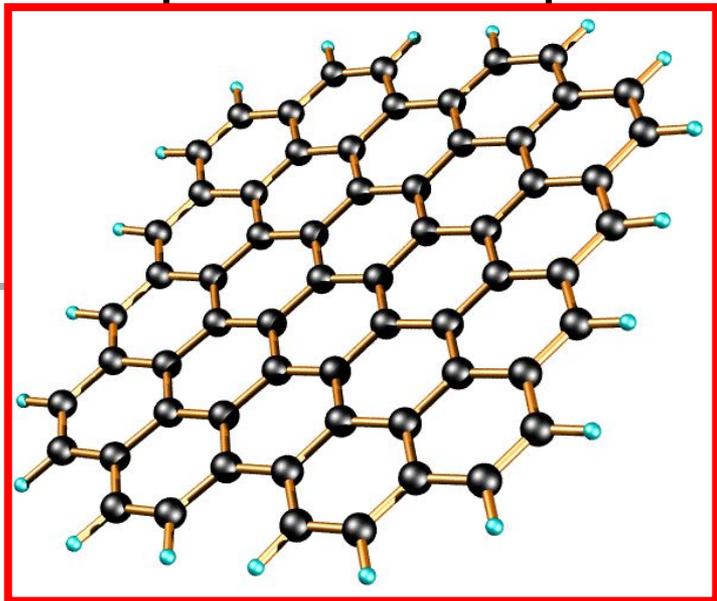
## Нелинейные элементы

описываются нелинейными уравнениями или соответствующими нелинейными вольтамперными  $\chi(u)$  (рис. а) вольт-амперными  $\psi(i)$

**Нелинейная электрическая цепь** - это цепь, которая содержит хотя бы один



**ОБЛАСТИ  
ПРИМЕ-  
НЕНИЯ  
НЭЦ**



**Преобразование  
частотного  
спектра  
входного  
сигнала**

**Изменение  
формы  
входного  
сигнала**

**Выпрямление  
переменного  
тока**

**Автоко-  
лебания**

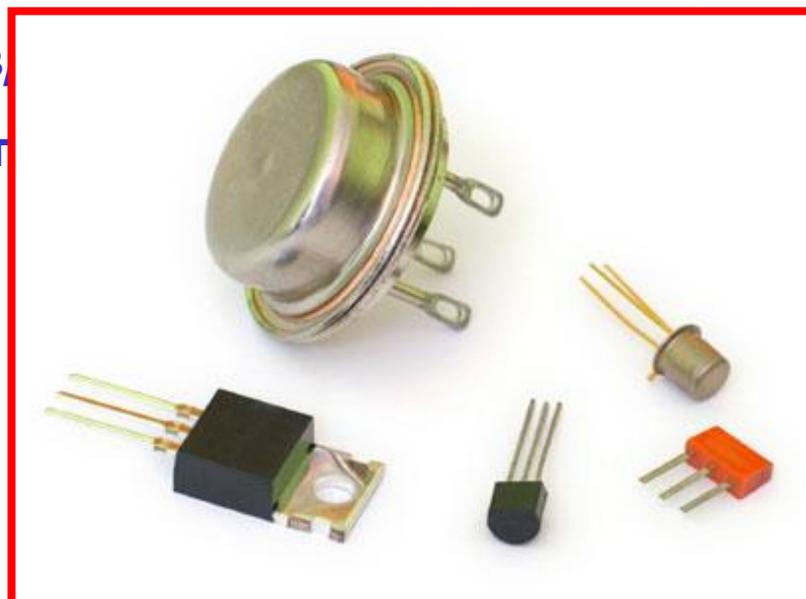
**Релейный  
(триггерный)  
эффект**

**Статическая ВАХ** – это зависимость тока, протекающего через **нелинейный резистивный элемент**, от приложенного к нему напряжения в установившемся режиме (или наоборот – зависимость падения

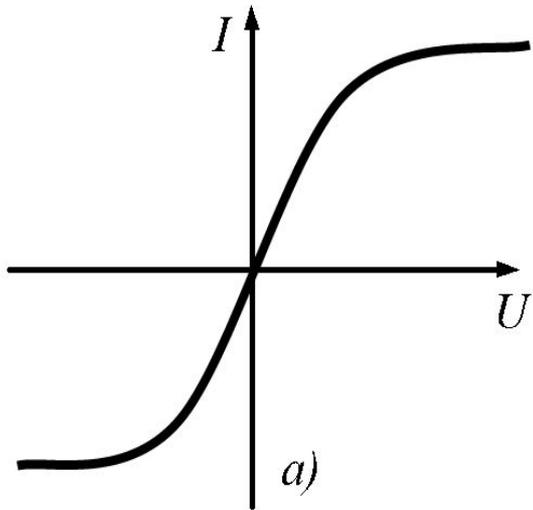
В зависимости от числа внешних выводов различают **нелинейные двухполюсные элементы** (резисторы с нелинейным сопротивлением, электровакуумные и полупроводниковые диоды) и **нелинейные многополюсные элементы** (транзисторы и



ТИПОВ,  
пент

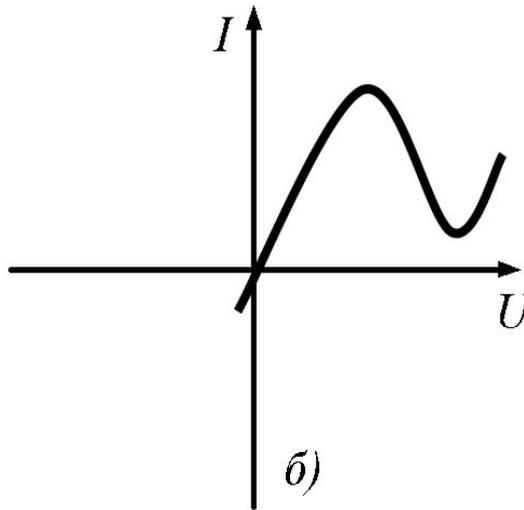


# Примеры статических ВАХ



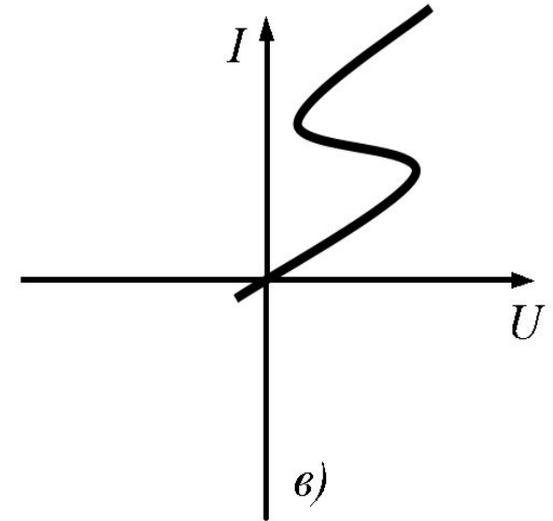
а) СИММЕТРИЧНАЯ

$$I(U) = -I(-U)$$



б) НЕСИММЕТРИЧНЫЕ

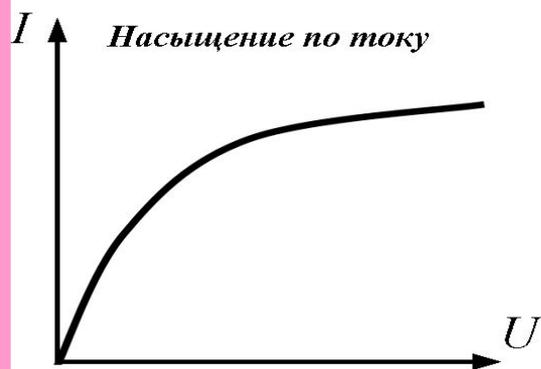
$$I(U) \neq -I(-U).$$



Различают нелинейные резистивные элементы с

**МОНОТОННОЙ** (рис. а) и **НЕМОНОТОННОЙ** (рис. б и в) ВАХ.

# Типовые ВАХ нелинейных двухполюсников



а)



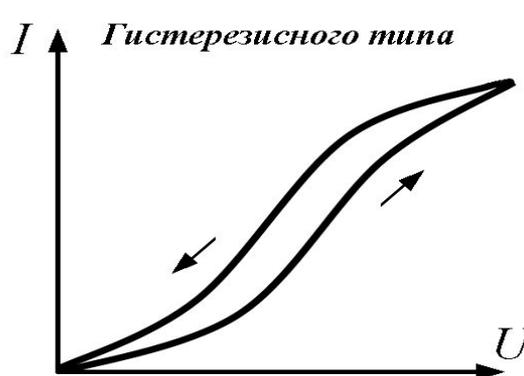
б)



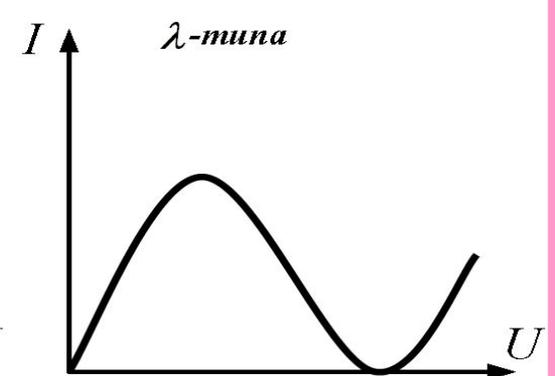
в)



г)

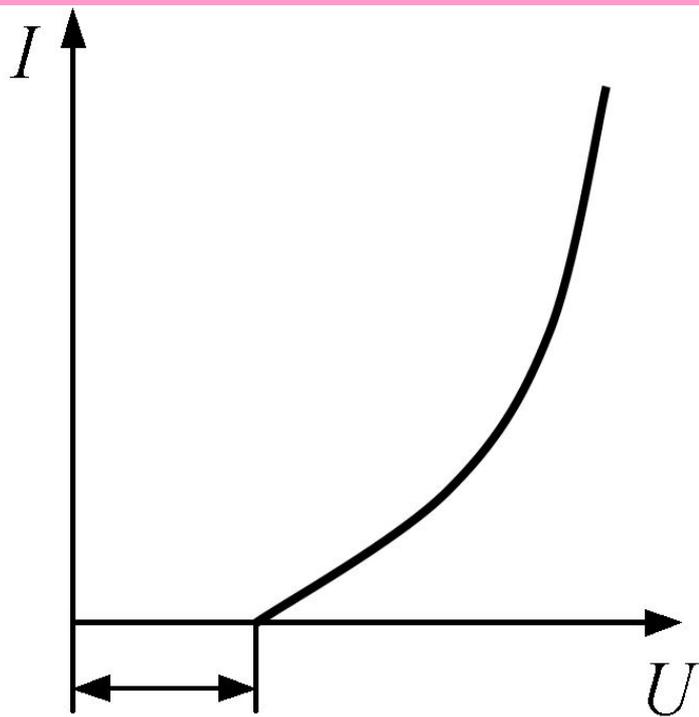


д)



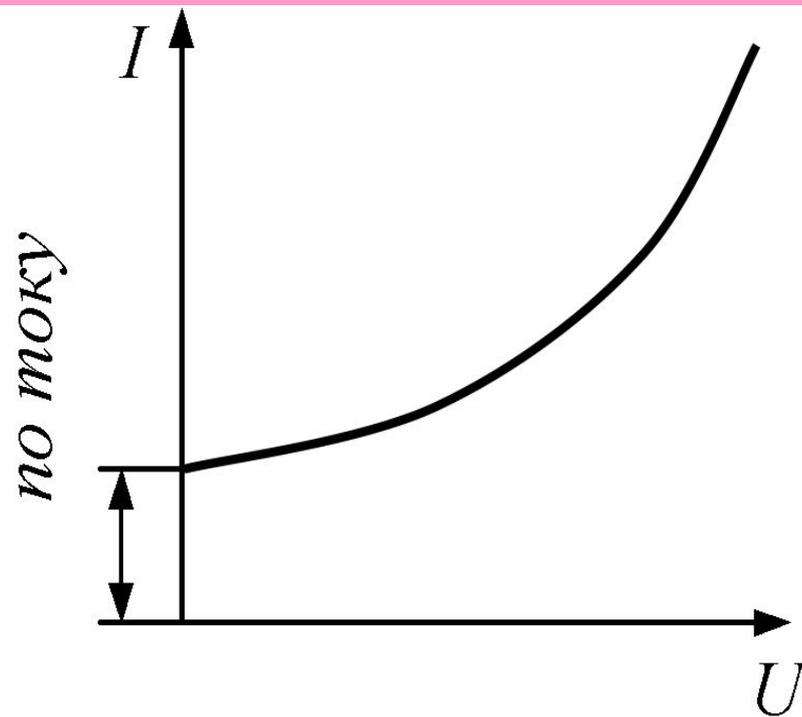
е)

# **ВАХ с зоной нечувствительности**



*по напряжению*

а)

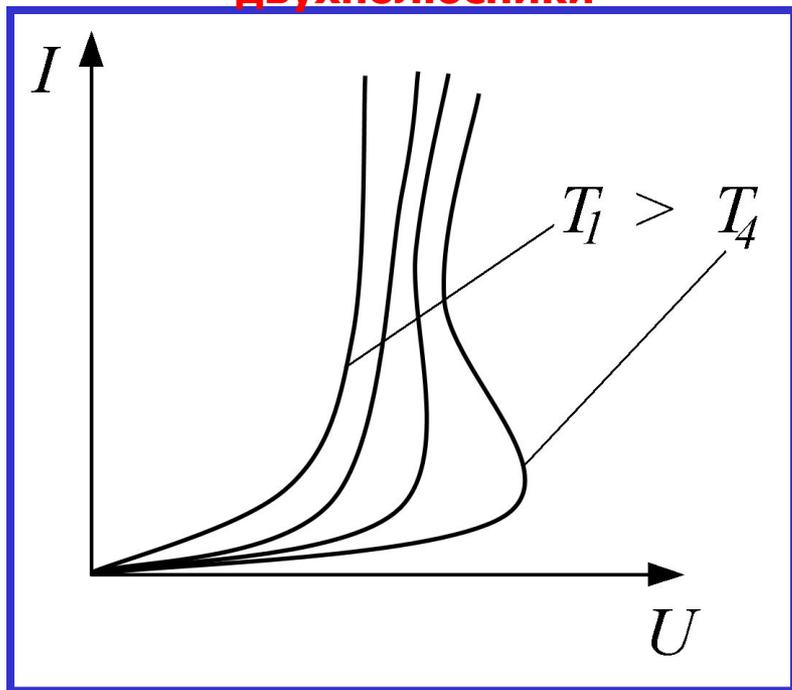


*по току*

б)

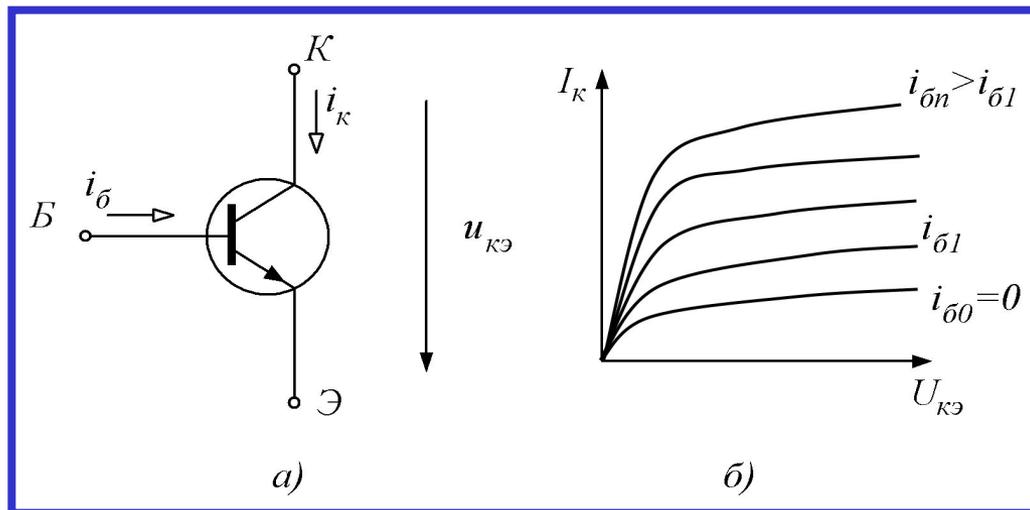
# Управляемые нелинейные элементы:

а) неэлектрически управляемые  
двухполюсники



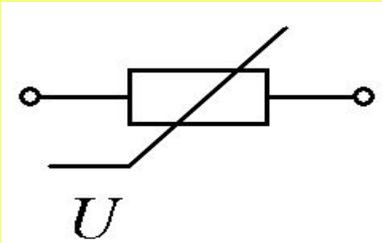
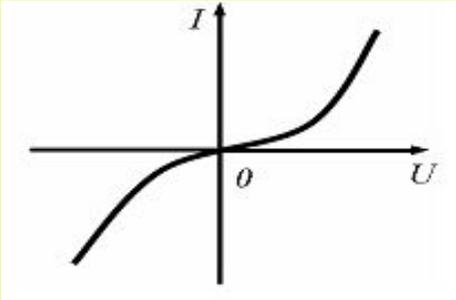
Семейство ВАХ  
термистора

б) электрически управляемые  
элементы

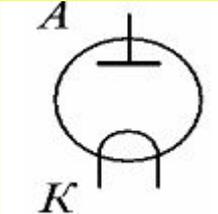
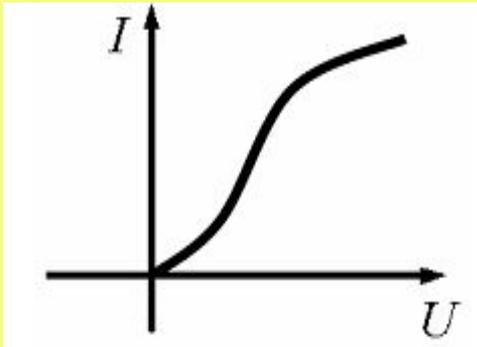
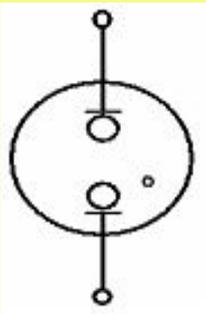
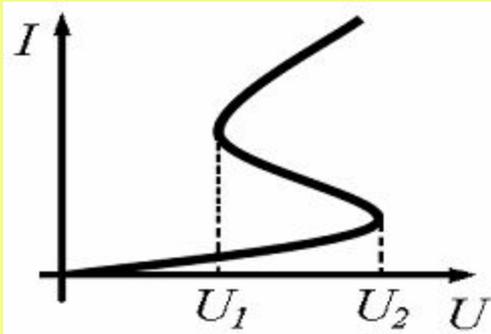


Транзистор и его выходные  
характеристики

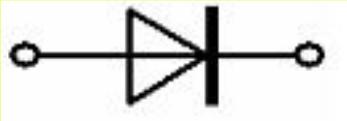
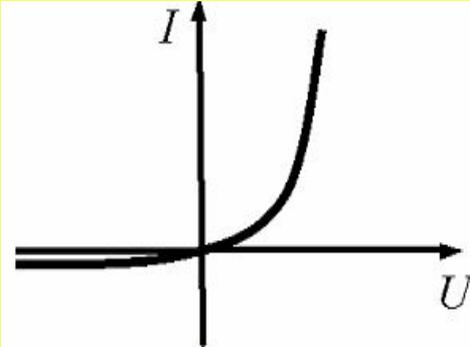
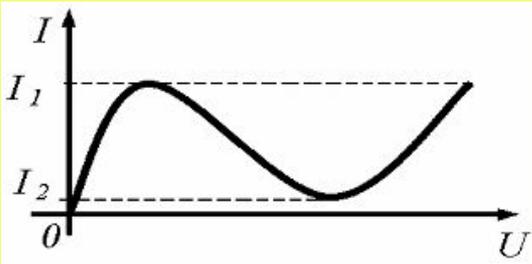
# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ

Элемент, графическое обозначение	Вид ВАХ	Характеристика ВАХ
1	2	3
<p><b>Варистор</b></p> 		<p>Симметричная <math>I(U) = -I(-U)</math>, МОНОТОННАЯ</p> <div style="border: 2px solid red; padding: 5px; display: inline-block;"><math display="block">\frac{dI}{dU} &gt; 0</math></div>

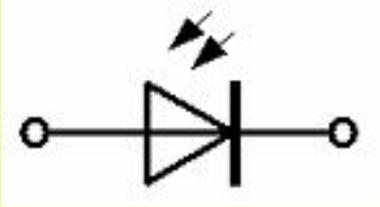
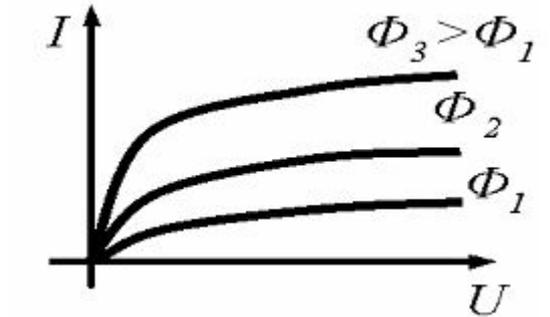
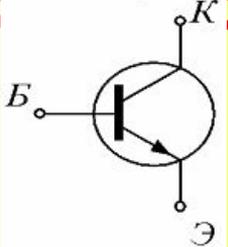
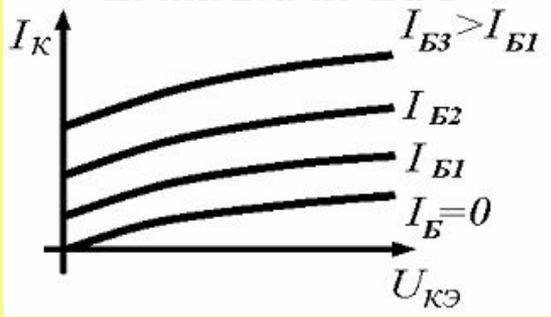
# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ (продолжение)

1	2	3
<p><b>Электроваку-умный диод</b></p> 		<p>Несимметричная, монотонная ВАХ <math>(dI/dU) &gt; 0</math></p>
<p><b>Неоновая лампа</b></p> 		<p>ВАХ с падающим участком <math>(dI/dU) &lt; 0</math>, несимметричная, немонотонная, S-типа</p>

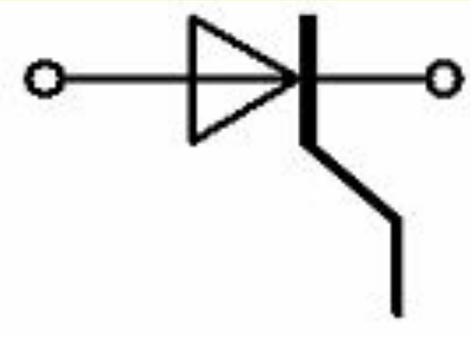
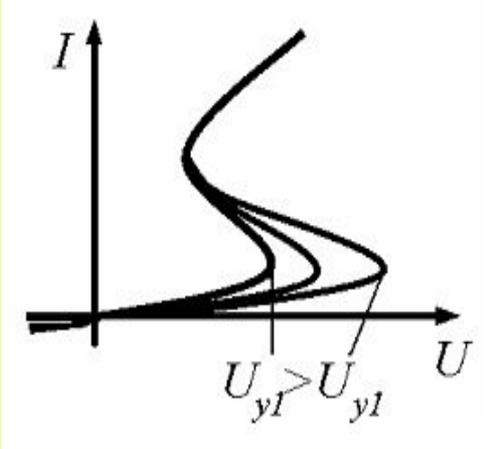
# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ (продолжение)

1	2	3
<p><b>Полупроводниковый диод</b></p> 		<p><b>ВАХ несимметричная, монотонная</b></p>
<p><b>Туннельный диод</b></p> 		<p><b>ВАХ с падающим участком, несимметричная, немонотонная, N-типа</b></p>

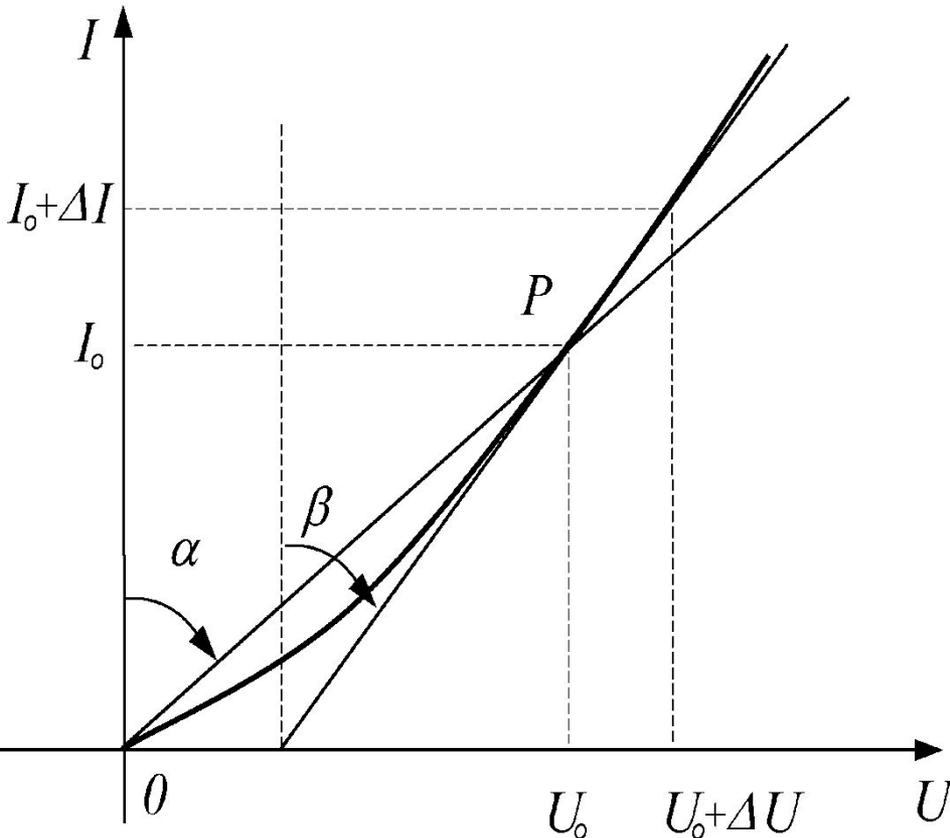
# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ (продолжение)

1	2	3
<p><b>Фотодиод</b></p> 		<p><b>ВАХ</b>                  несимметрична,                  монотонна, с                  насыщением по                  току.                  Сопротивление                  зависит от                  светового потока</p>
<p><b>Биполярный                  транзистор</b></p> 	<p><b>Выходные ВАХ</b></p> 	<p><b>ВАХ</b>                  несимметрична,                  монотонна, с                  насыщением по                  току.  <math>I_k = I(I_B, U_{кэ})</math></p>

# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ (продолжение)

1	2	3
<p data-bbox="247 554 571 625"><b>Тиристор</b></p>  The image shows the standard circuit symbol for a thyristor. It consists of a triangle pointing to the right, followed by a vertical line, and then a diagonal line extending downwards and to the right. Two terminals are shown as small circles on the horizontal lines extending from the triangle and the vertical line.	 The graph shows the current-voltage (I-U) characteristic of a thyristor. The vertical axis is labeled 'I' and the horizontal axis is labeled 'U'. The curve starts at the origin, rises to a peak, then drops sharply to a lower current level, and then rises again. Two points on the horizontal axis are marked with vertical lines and labeled $U_{yI}$ and $U_{yI}$ , with the text $U_{yI} > U_{yI}$ between them, indicating the range of voltages where the device exhibits bistable behavior.	<p data-bbox="1534 554 1676 605"><b>ВАХ</b></p> <p data-bbox="1340 639 1870 1148">несимметрична, немонотонна, S-типа, зависит от напряжения на управляющем электроде</p>

# Статические параметры



$$R_{cm} = \frac{U_0}{I_0} = k \operatorname{tg} \alpha$$

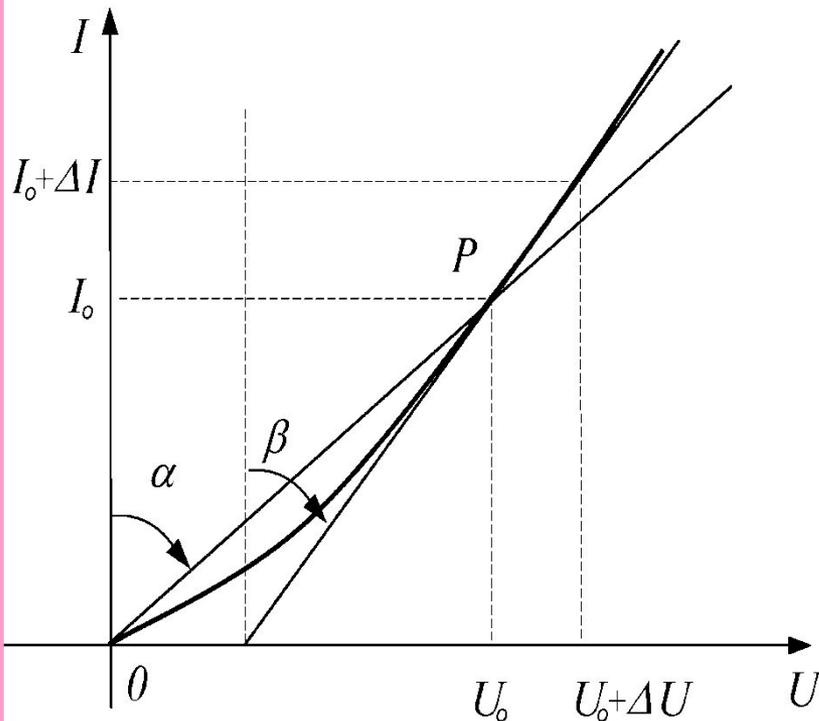
$$k = \frac{m_u}{m_i}$$

**Статическое сопротивление** – это отношение напряжения к току в данной точке ВАХ. **Статическое сопротивление** – это сопротивление

**Статическая проводимость** есть величина, обратная статическому

$$G_{cm} = \frac{1}{R_{cm}} = \frac{I_0}{U_0} = \frac{1}{k} \operatorname{ctg} \alpha.$$

# Дифференциальные параметры $R_{\text{диф.}} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$ .



**Дифференциальное сопротивление – это предел отношения приращения напряжения к соответствующему приращению тока при небольшом смещении рабочей точки на ВАХ под воздействием переменного**

**напряжения малой амплитуды:**

$$R_{\text{диф.}} = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} \Big|_{(.)P} = \text{ctg} \beta,$$

**Дифференциальное сопротивление – это сопротивление нелинейного элемента переменному току малой амплитуды.**

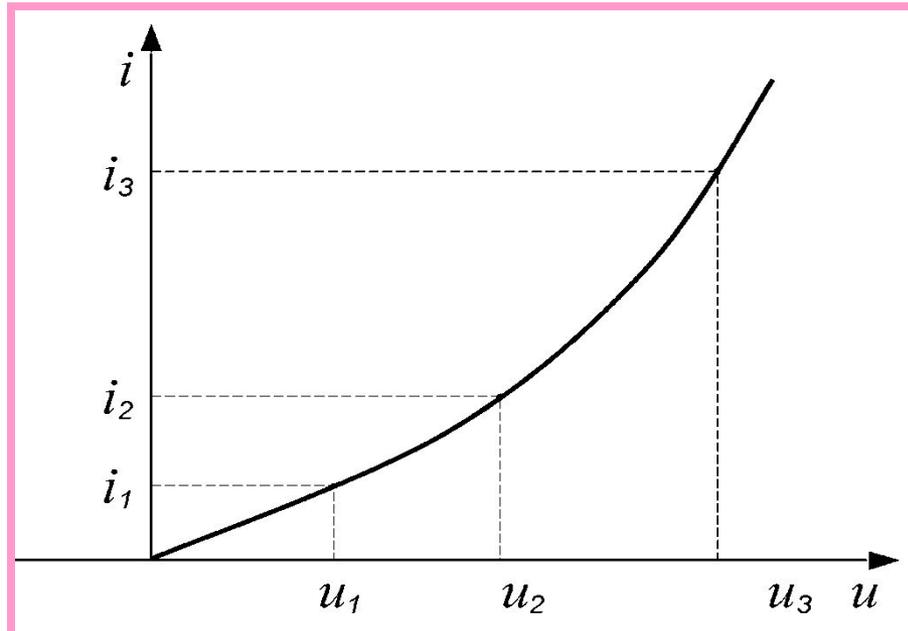
$$S = G_{\text{диф}} = \frac{1}{R_{\text{диф}}} = \frac{dI}{dU} = \frac{1}{k} \text{ctg} \beta$$

# Полиномиальная аппроксимация на основе метода трёх точек

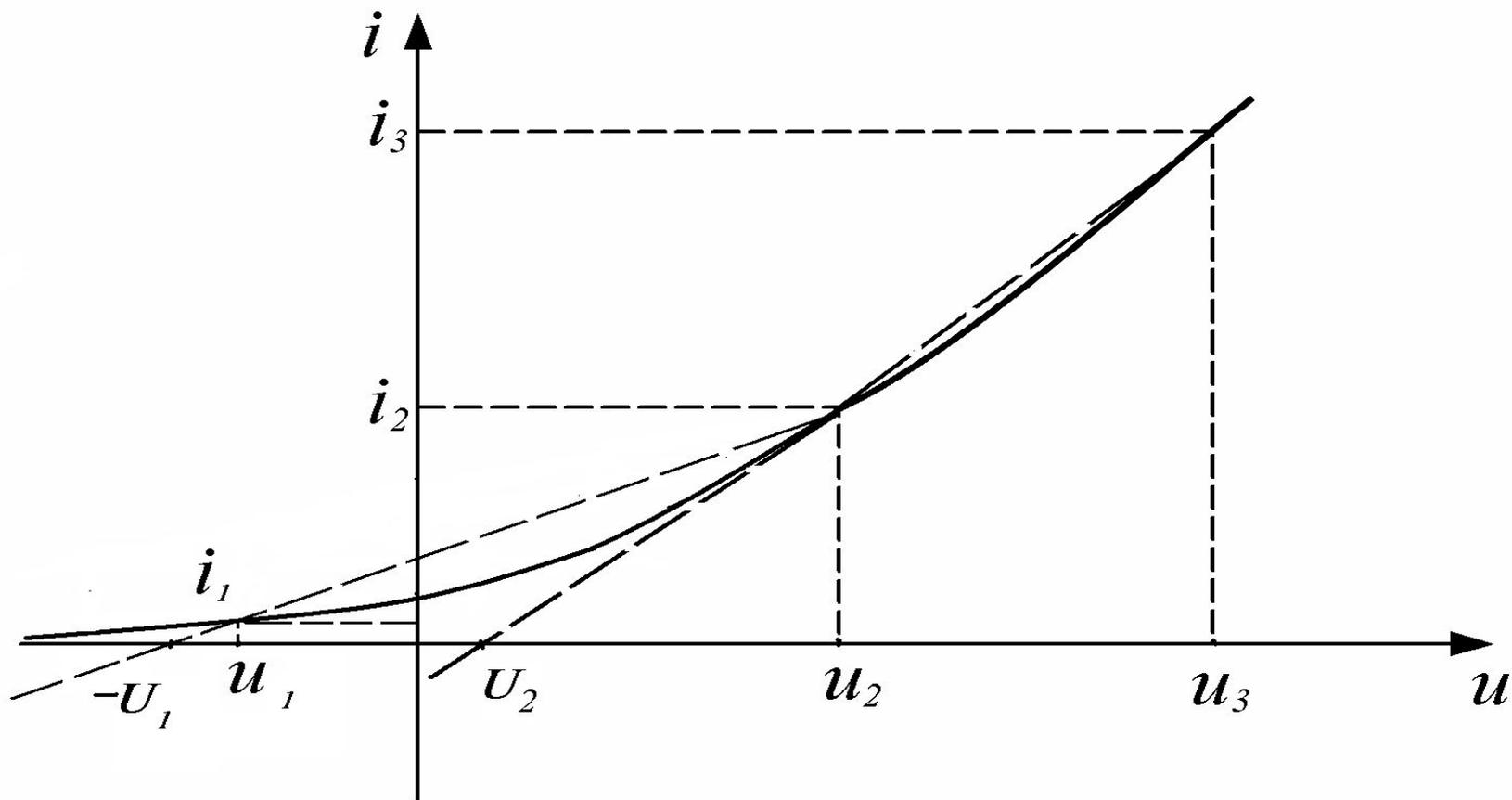
$$i(u) = i(u_0) + \frac{i'(u_0)}{1!} (u - u_0) + \frac{i''(u_0)}{2!} (u - u_0)^2 + \dots =$$
$$= a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_n u^n + \dots,$$

## Формула ряда Тейлора

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2 \\ i_2 &= a_0 + a_1 u_2 + a_2 u_2^2 \\ i_3 &= a_0 + a_1 u_3 + a_2 u_3^2 \end{aligned} \right\}$$



# Кусочно-линейная аппроксимация. Пример



# Кусочно-линейная аппроксимация

$$S_1 = \frac{i_2 - i_1}{u_2 - u_1},$$

$$S_2 = \frac{i_3 - i_2}{u_3 - u_2}.$$

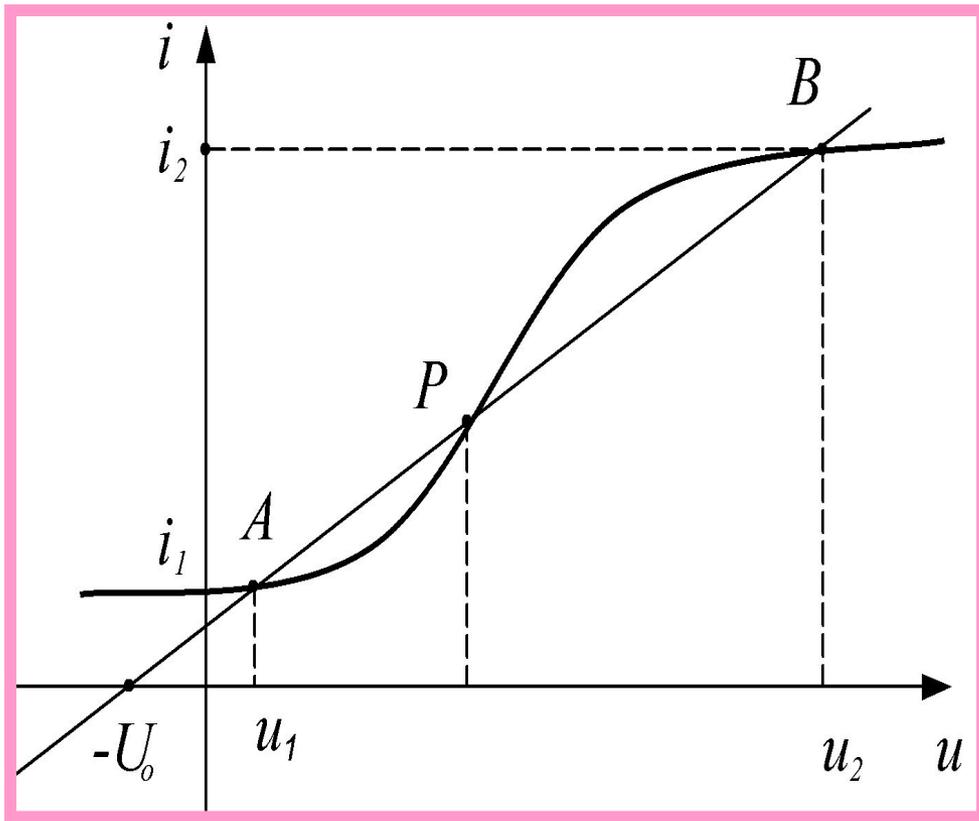
$$u = -U_1 + \frac{1}{S_1} i$$

при  $i \in [i_1, i_2]$

$$u = U_2 + \frac{1}{S_2} i$$

при  $i \in [i_2, i_3]$

# Кусочно-линейная аппроксимация



$$S_1 = \frac{i_2 - i_1}{u_2 - u_1},$$

$$u = -U_0 + \frac{1}{S} i$$

# ТОК В НЕЛИНЕЙНОМ РЕЗИСТОРЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ГАРМОНИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ. АНАЛИЗ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_n u^n = \sum_{k=0}^n a_k u^k,$$

$$u = U_m \cos \omega t$$

$$a_2 (U_m \cos \omega t)^2 = \frac{a_2 U_m^2}{2} (1 + \cos 2\omega t);$$

$$a_4 (U_m \cos \omega t)^4 = \frac{a_4 U_m^4}{8} (3 + 4 \cos 2\omega t + \cos 4\omega t);$$

$$a_3 (U_m \cos \omega t)^3 = \frac{a_3 U_m^3}{4} (3 \cos \omega t + \cos 3\omega t);$$

$$a_5 (U_m \cos \omega t)^5 = \frac{a_5 U_m^5}{16} (10 \cos \omega t + 5 \cos 3\omega t + \cos 5\omega t)$$

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^n I_{mk} \cos k\omega t,$$

$$I_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{3}{8} a_4 U_m^4 + \frac{5}{16} a_6 U_m^6 + \dots;$$

$$I_{m2} = \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{1}{2} a_4 U_m^4 + \frac{15}{32} a_6 U_m^6 + \dots;$$

$$I_{m3} = a_3 U_m + \frac{3}{4} a_5 U_m^3 + \frac{5}{8} a_7 U_m^5 + \dots;$$

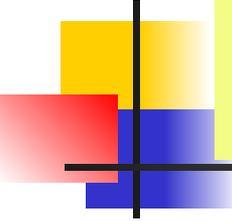
$$U_{mn} = \frac{1}{2^{n-1}} a_n U_m^n.$$

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^n I_{mk} \cos k\omega t,$$

## **Ток в нелинейном резисторе при воздействии гармонического напряжения**

### **Выводы**

- 1. Реакция нелинейного элемента на гармоническое внешнее воздействие определенной частоты  $\omega$  представляет собой сумму постоянной составляющей  $I_0$  и гармонических составляющих (гармоник) с частотами, кратными частоте внешнего воздействия.**
- 2. Основные гармоники напряжения и тока совпадают по фазе, т.е. резистивный элемент потребляет только активную мощность по первой гармонике.**
- 3. Амплитуда  $k$ -й гармоники  $I_{mk}$  зависит только от членов полинома  $k$ -й и более высоких степеней.**
- 4. Амплитуды четных гармоник и постоянная составляющая определяется только членами полинома четных степеней, а амплитуды нечетных гармоник – членами полинома нечетных степеней.**

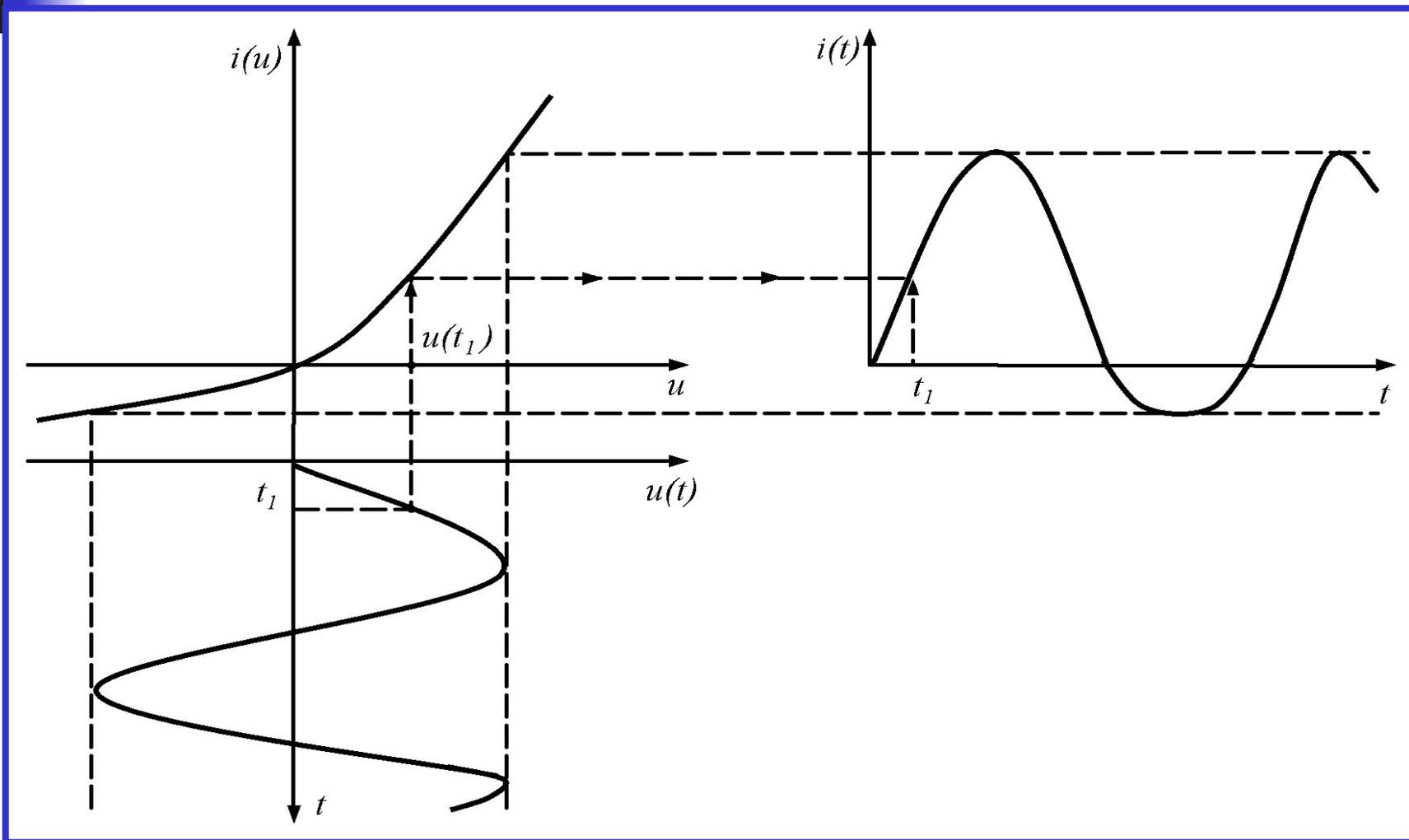


## **Алгоритм анализа НЭЦ графическим методом**

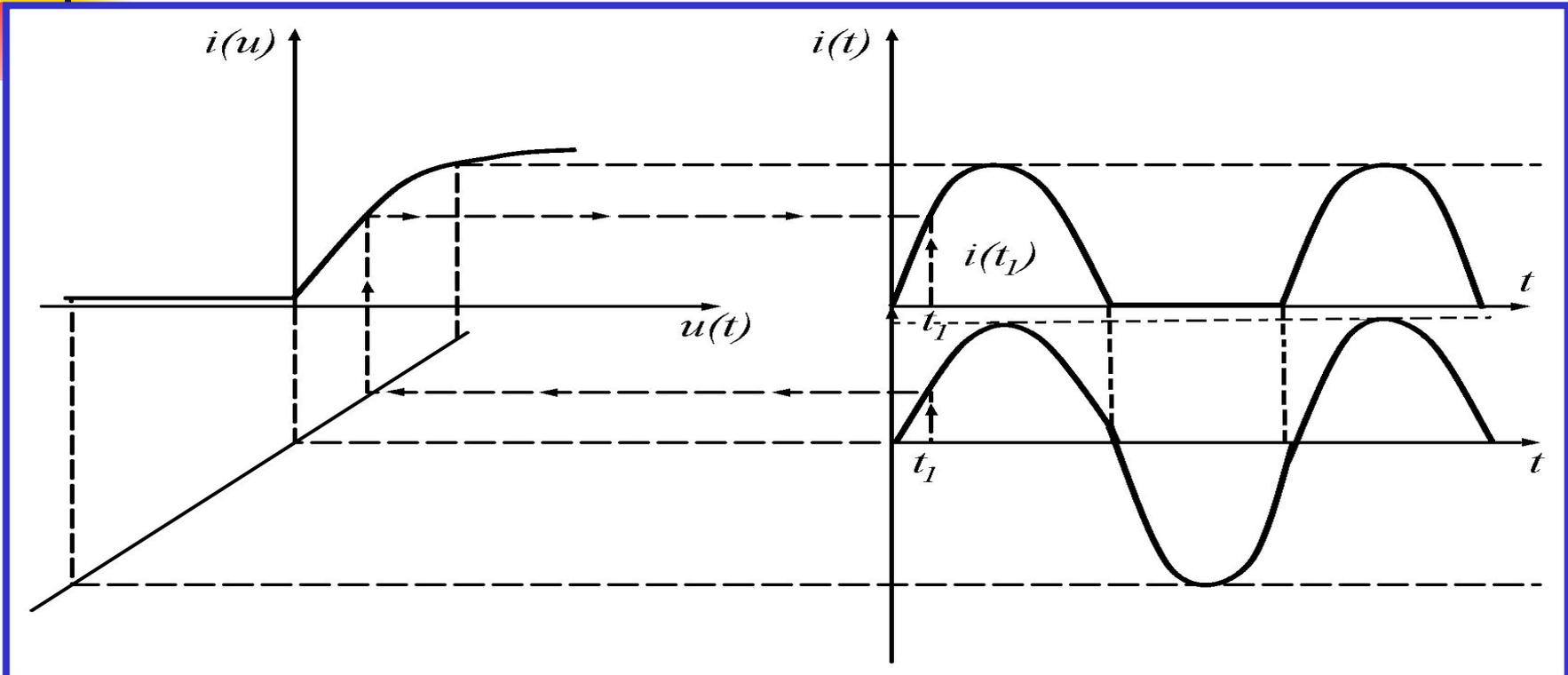
**1) для  $t_i$  по графику функции  $u(t)$  найти  
мгновенное значение внешнего воздействия  
 $u(t_i)$ ;**

**2) по ВАХ  $i(u)$  определить соответствующие  
этим внешним воздействиям мгновенные  
значения реакции  $i(t_i)$  на графике  $i = i(t)$ .**

# Определение тока в нелинейном резисторе графическим методом



# Определение тока в нелинейном резисторе графическим методом с помощью служебной ОСИ



**Вывод:** реакция нелинейной цепи на гармоническое  
воздействие в общем случае не является

# Определение ВАХ нелинейного резистивного элемента

