Сентяков В.А., учитель математики, ГБОУ «143»

<u>Векторы</u>

Л.С Атанасян “Геометрия 7-9”

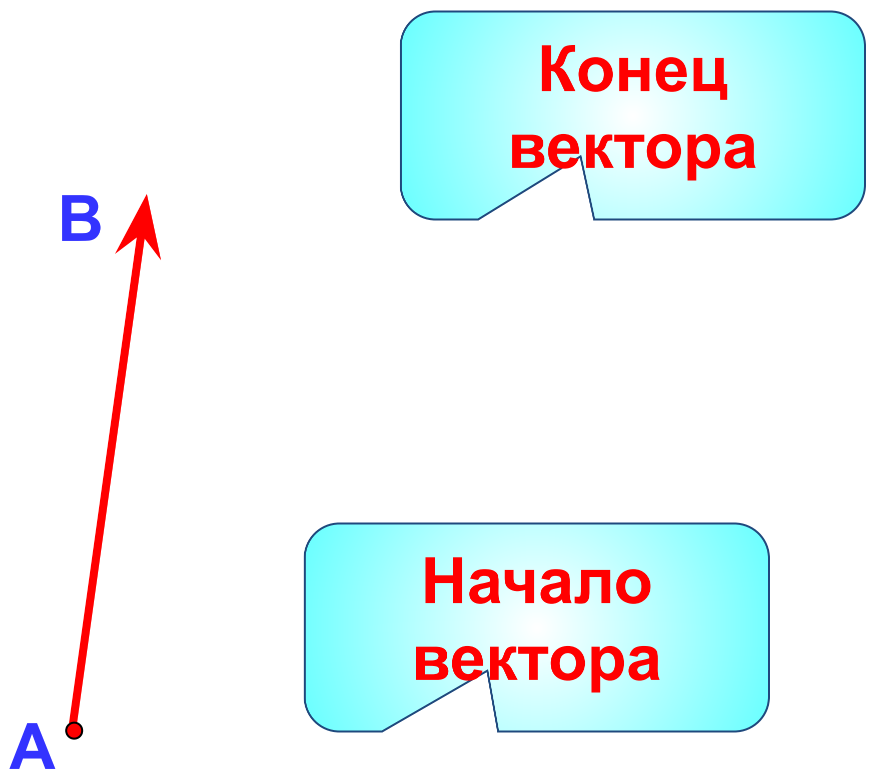
История

- В 19 веке параллельно с теорией систем линейных уравнений развивалась теория векторов. Направленные отрезки использовал **Жан Робер АРГАН (Argand, 1768-1822, швейцарский математик)**, ввел термин «модуль комплексного числа» (1814-1815) в работе «Опыт некоторого представления мнимых величин…», опубликованной в 1806 году. Эти отрезки Арган обозначал символами $\vec{a}, \vec{в}$.
- Одним из основателей теории векторов считается **Август Фердинанд Мебиус (1790-1868, немецкий математик),** он обозначал отрезок с началом в точке *A* и концом в точке *B* символом $\overrightarrow{AB}$.
- Термин «вектор» ввел **Вильям Роуэн Гамильтон** (1805-1865, директор астрономической обсерватории Дублинского университета и президент Ирландской Академии наук) приблизительно в 1845 году. Он же определил скалярное и векторное произведения векторов в 1853 году. Символ $[\vec{a},\vec{в}]$ для обозначения векторного произведения ввел немецкий математик и физик Герман **Грасман (1809-1877).**
- В 1903 году **О.Хенричи** предложил обозначать скалярное произведение символом $(\vec{a},\vec{в})$.

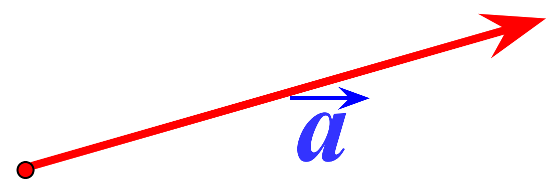
Отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая – концом, называется **направленным отрезком или вектором**

Вектор $\overrightarrow{AB}$

Вектор $\cancel{\overrightarrow{BA}}$



Длиной или модулем вектора называется длина отрезка AB $|\overrightarrow{AB}| = AB$



Вектор $\vec{a}$

Любая точка плоскости также является вектором.
В этом случае вектор называется **нулевым**

M

Вектор $\overrightarrow{MM}$

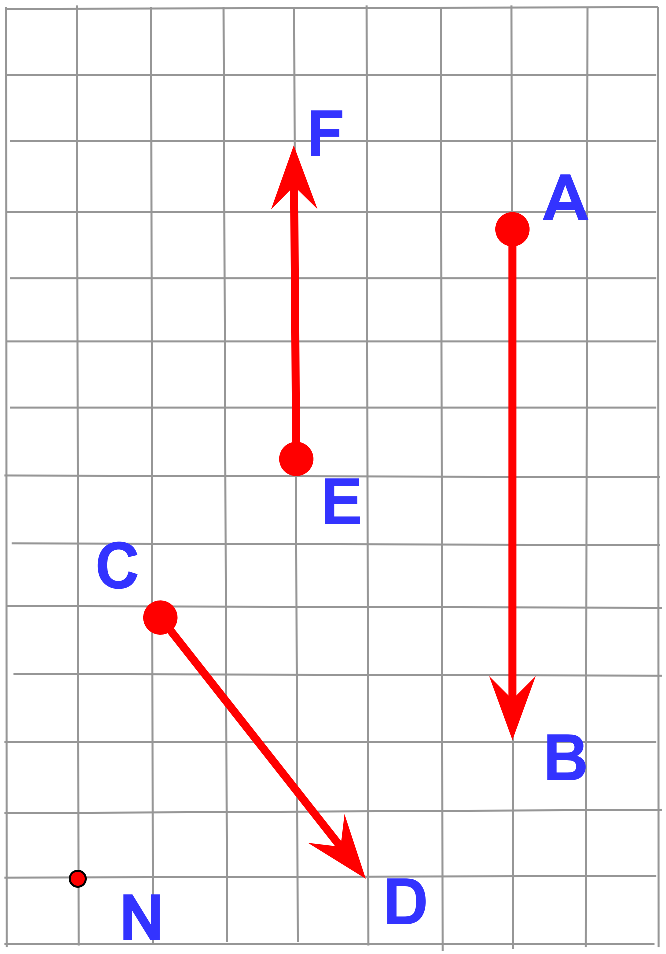
Вектор $\overrightarrow{0}$

Начало нулевого вектора совпадает с его концом, поэтому нулевой вектор не имеет какого-либо определенного направления. Иначе говоря, любое направление можно считать направлением нулевого вектора.

Длина нулевого считается равной нулю

$$|\overrightarrow{MM}| = 0$$

Назовите векторы, изображенные на рисунке.
Укажите начало и конец векторов.



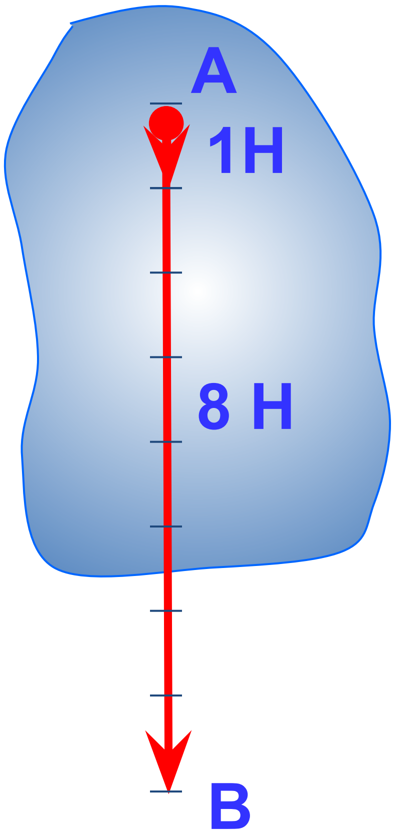
Вектор $\overrightarrow{EF}$

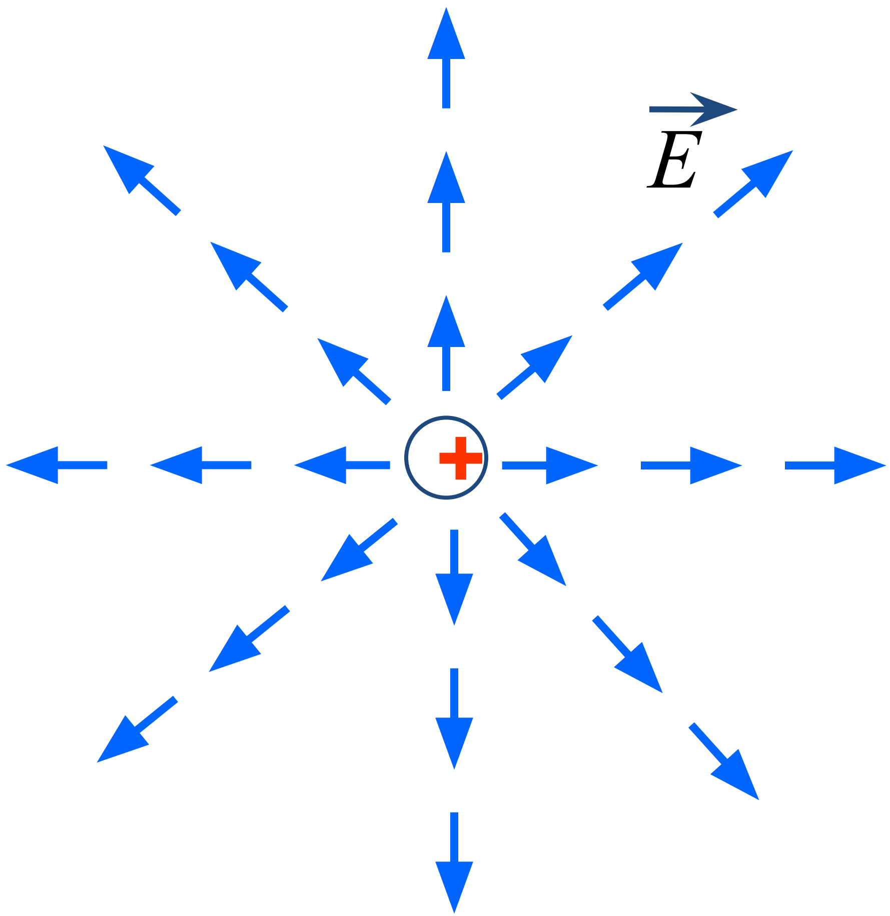
Вектор $\overrightarrow{AB}$

Вектор $\overrightarrow{CD}$

Вектор $\overrightarrow{NN}$ или $\vec{0}$

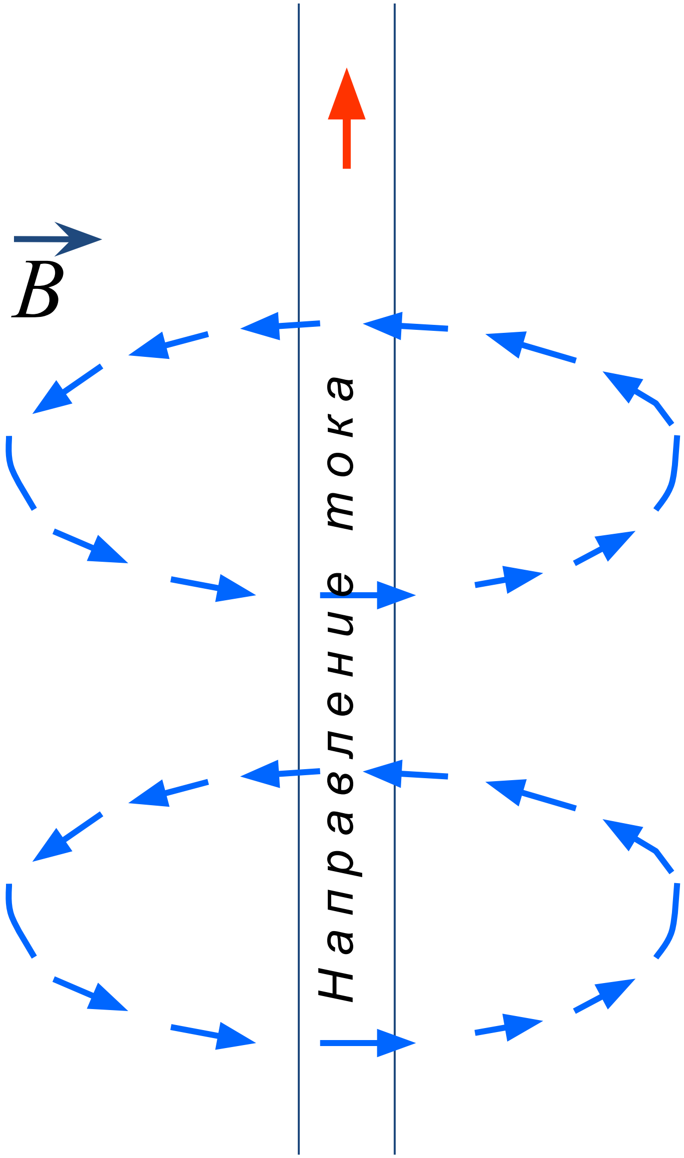
Многие физические величины, например **сила, перемещение материальной точки, скорость,** характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве. Такие физические величины называются **векторными величинами (**или коротко **векторами)**





Электрическое поле, создаваемое в пространстве зарядами, характеризуется в каждой точке пространства вектором напряженности электрического поля.

На рисунке изображены векторы напряженности электрического поля положительного точечного заряда.

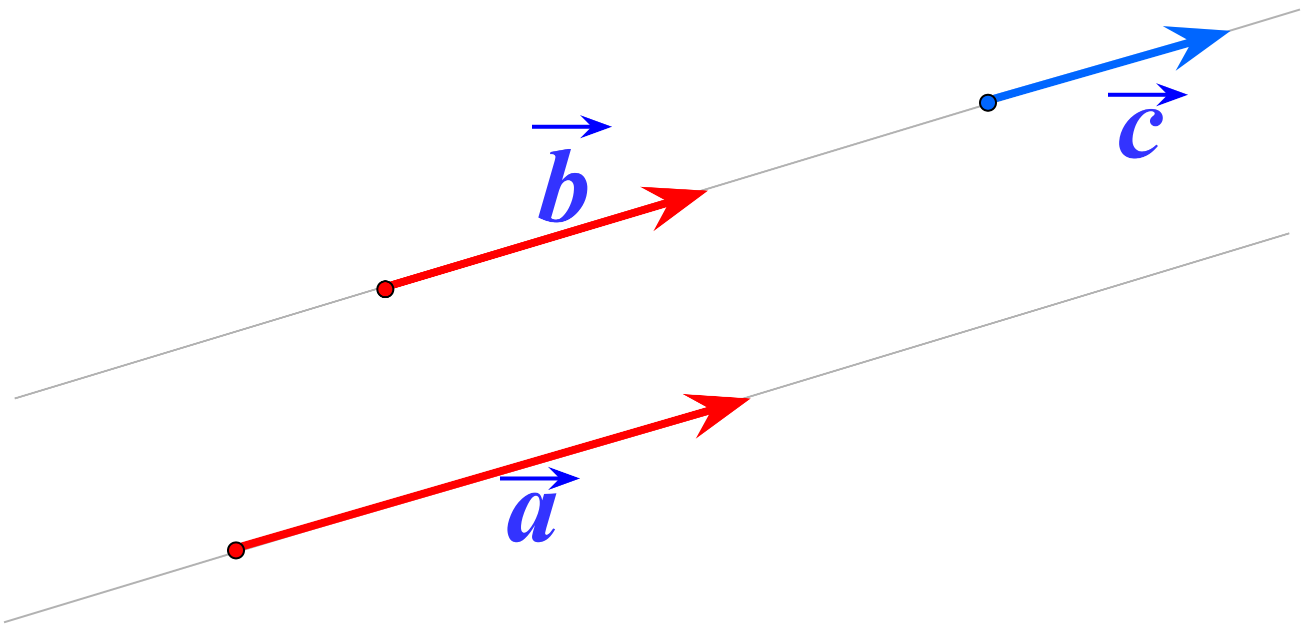


Электрический ток, т.е. направленное движение зарядов, создает в пространстве магнитное поле, которое характеризуется в каждой точке пространства вектором магнитной индукции.

На рисунке изображены векторы магнитной индукции магнитного поля прямого проводника с током.

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными,** если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные, сонаправленные векторы



$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{a}$

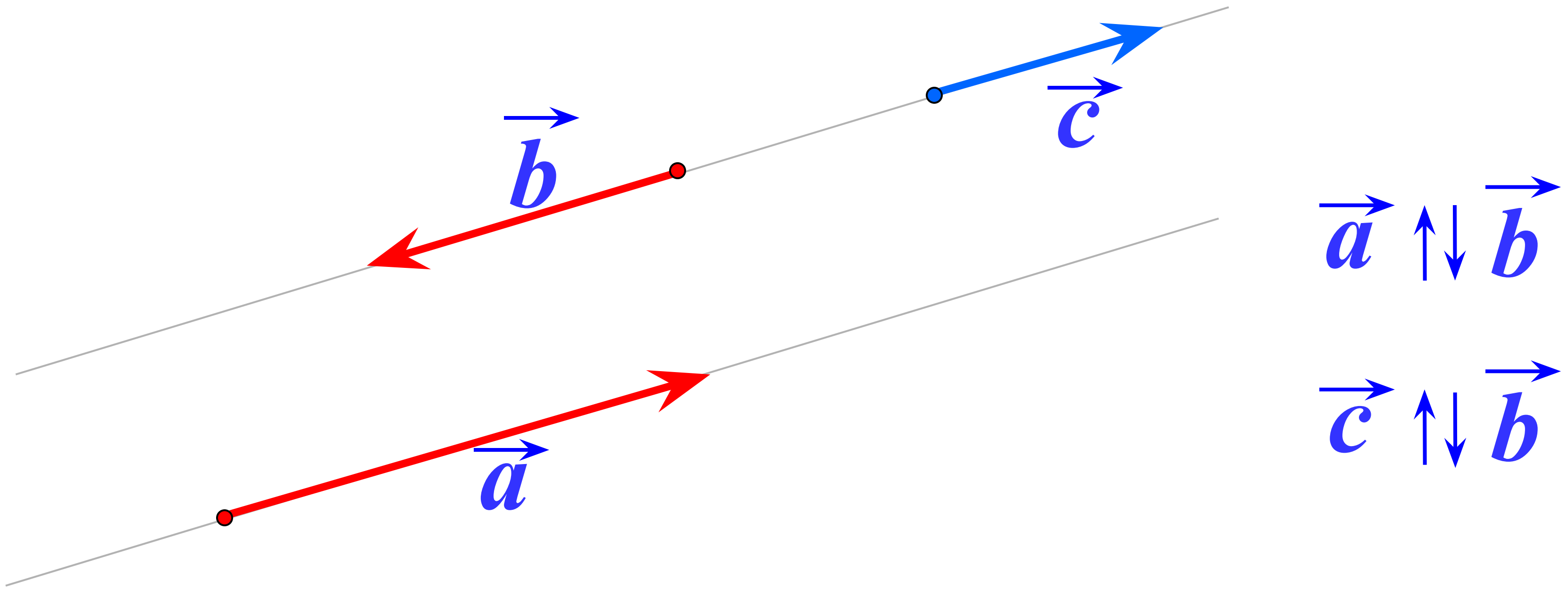
Нулевой вектор считается коллинеарным, сонаправленным с любым вектором.

$\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{a}$ $\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{c}$ $\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{b}$

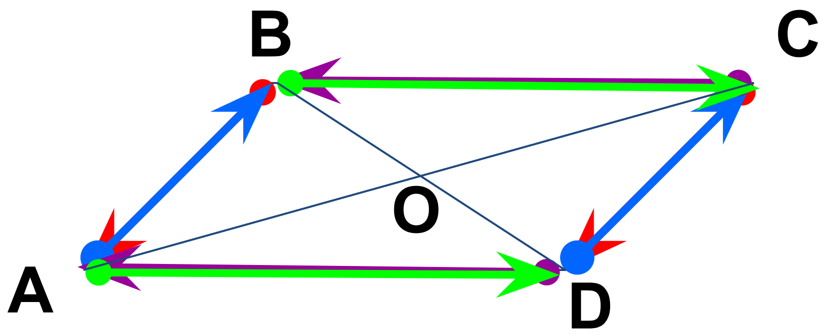
Два ненулевых вектора называются **коллинеарными,** если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные,

противоположно направленные векторы



Векторы называются **равными**,
если они сонаправлены и их длины равны.



1 $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

2 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

ABCD – параллелограмм.

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Найдите еще пары равных векторов.
О – точка пересечения диагоналей.

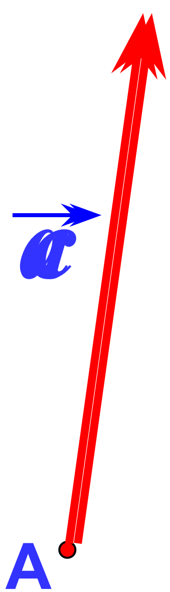
Если точка А – начало вектора $\vec{a}$, то говорят, что

вектор $\vec{a}$ отложен от точки А

От любой точки M можно отложить вектор, равный данному вектору $\vec{a}$, и притом только один.

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$

$\vec{a} = \vec{c}$

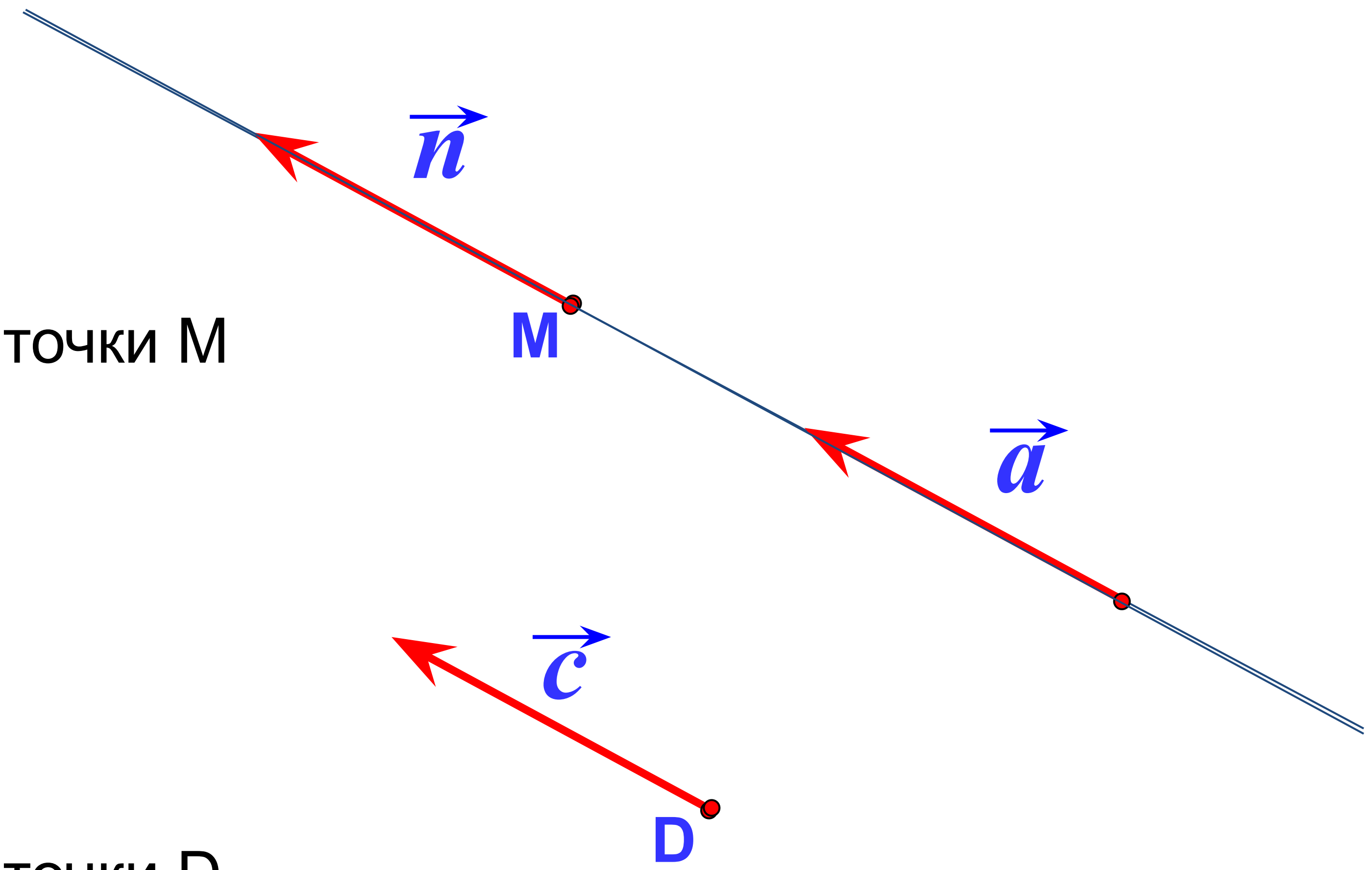


Вектор $\vec{a}$ отложен от точки А

M

$|\vec{a}| = |\vec{c}|$

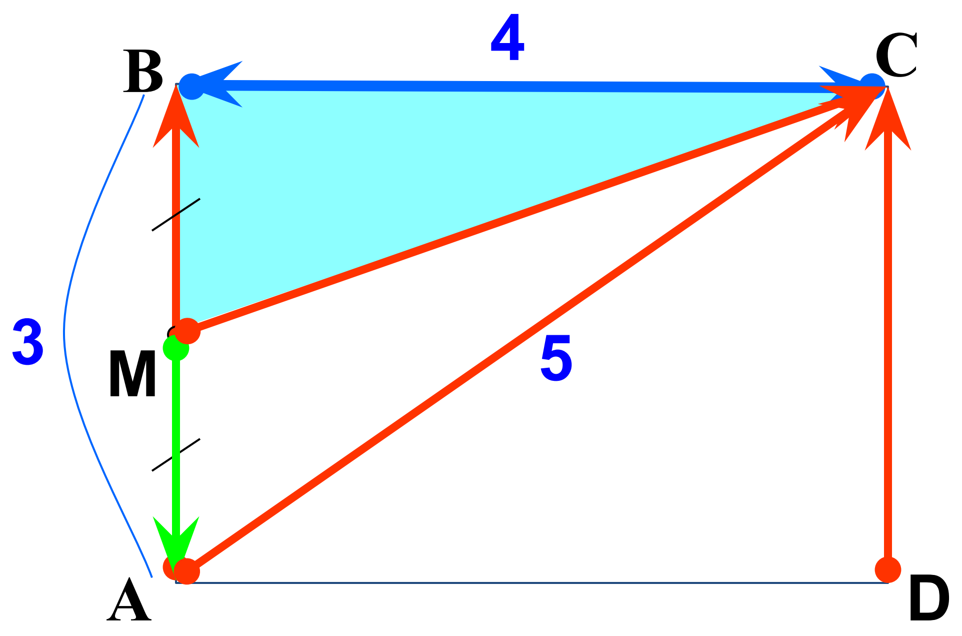
Отложить вектор, равный $\vec{a}$



1 от точки M

2 от точки D

№ 745 В прямоугольнике ABCD AB=3см, BC=4см, точка M – середина стороны AB. Найдите длины векторов.



$|\overrightarrow{AB}| = 3$

$|\overrightarrow{BC}| = 4$

$|\overrightarrow{DC}| = 3$

$|\overrightarrow{MA}| = 1,5$

$|\overrightarrow{CB}| = 4$

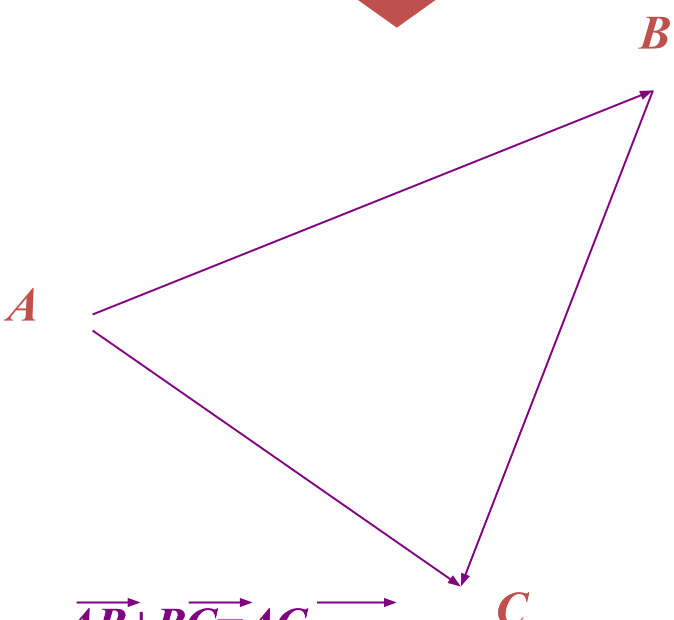
$|\overrightarrow{AC}| = 5$

СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОР ОВ

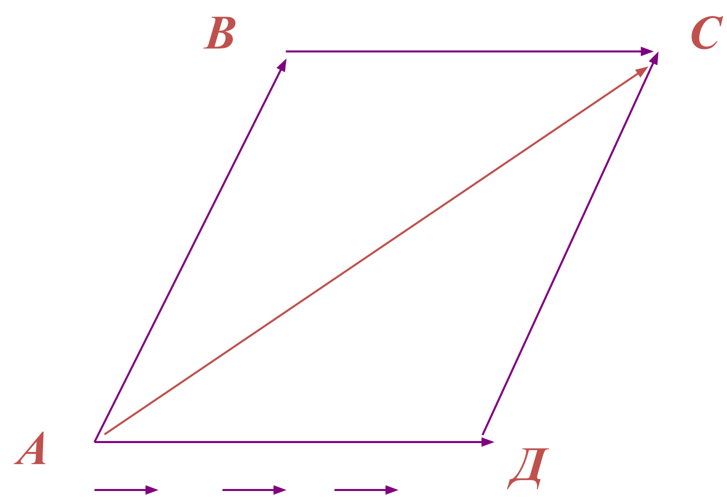
- ПРАВИЛО

ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



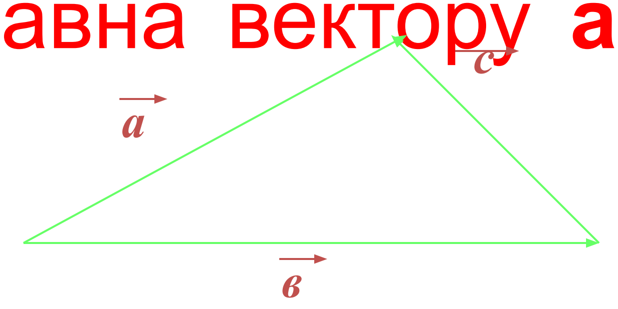
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AД}=\overrightarrow{AC}$

ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

- **Разностью векторов а** и **в** называется такой вектор, сумма которого с вектором **в** равна вектору **а.**



$$\vec{a} - \vec{в} = \vec{c}$$

$$\vec{в} + \vec{c} = \vec{a}$$

ЗАКРЕПЛЕНИЕ ИЗУЧЕННОГО

ЗАДАНИЯ (устно)

1).Укажите на рисунке 1:

а) сонаправленные векторы

б) противоположно направленные векторы

в) равные векторы

2).Укажите на рисунке 2:

а) пары коллинеарных векторов

б) векторы , длины которых равны (трапеция равнобедренная)

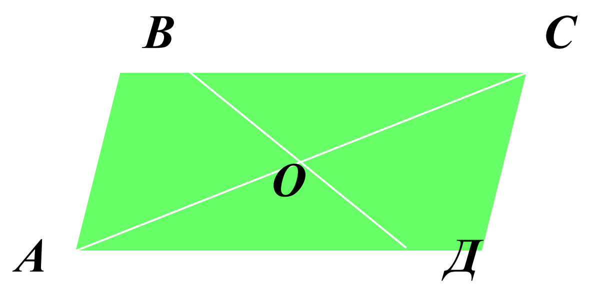


Рис.1

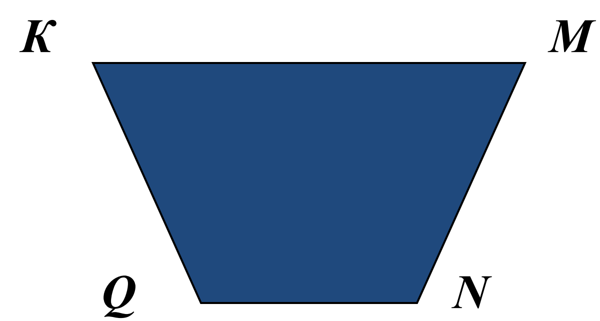


Рис. 2

3).<u>На рис. 3 изображён треугольник MNL Найти:</u>

- а) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NL}$
- б) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{ML}$
- в) $\overrightarrow{ML} - \overrightarrow{MN}$

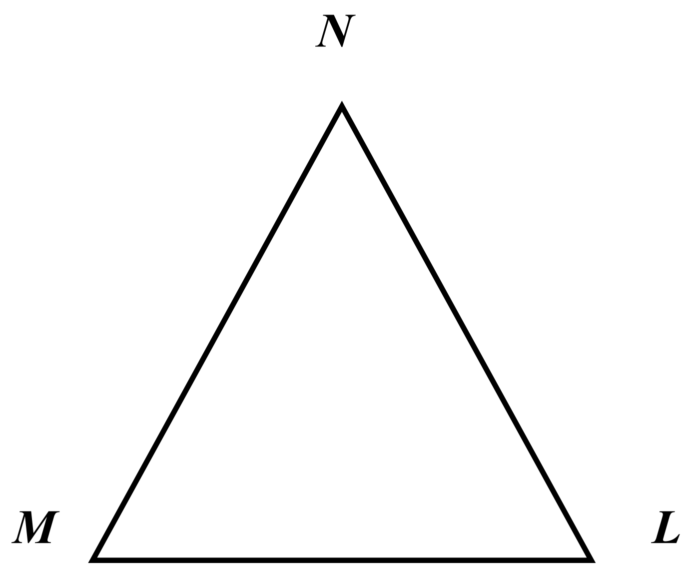


Рис.3

4).На рис.4 изображён параллелограмм MNKE. Найти:

- $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ME}$
- $\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EK}$
- $\overrightarrow{KN} + \overrightarrow{KE}$

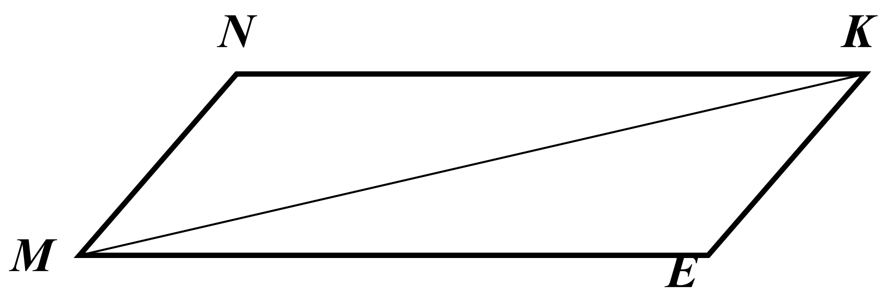


Рис.4

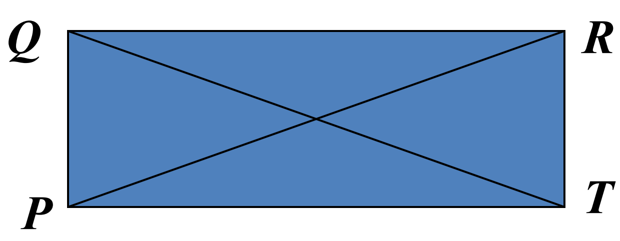
П Р О В Е Р Ь   С Е Б Я !

1). Верно ли утверждение:

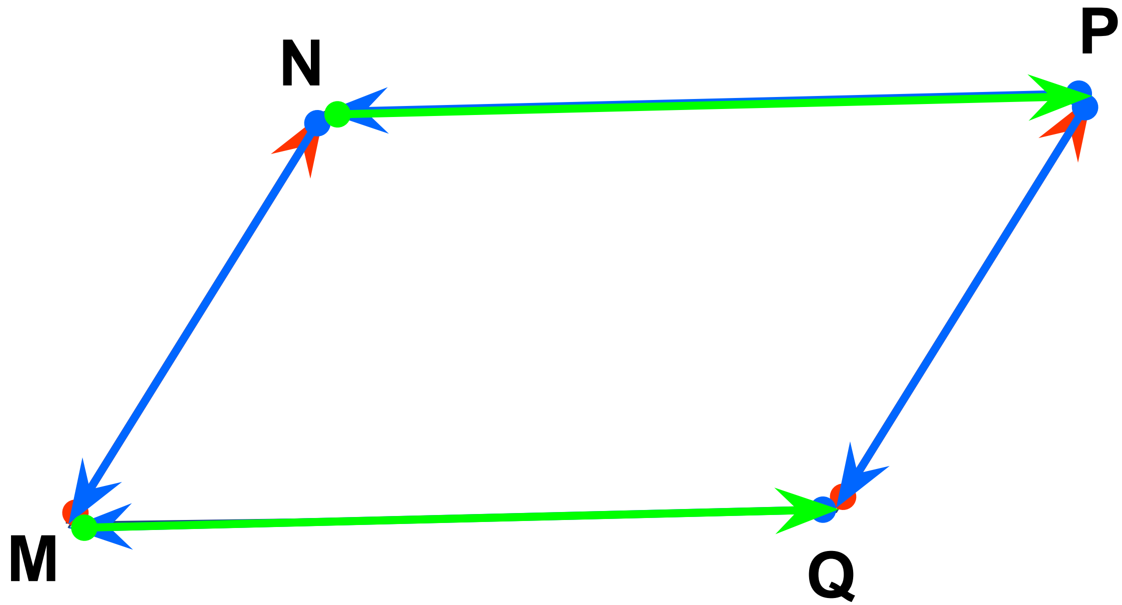
- а) Если $\vec{a}=\vec{b}$, то $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$
- б) Если $\vec{a}=\vec{b}$, то $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны
- в) Если $\vec{a}=\vec{b}$, то $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$
- г) Если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$, то $\vec{a} = \vec{b}$

2). Дан прямоугольник PQRT. Найти:

- а) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$
- б) $\overrightarrow{PT} - \overrightarrow{PQ}$
- в) $\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{RQ}$

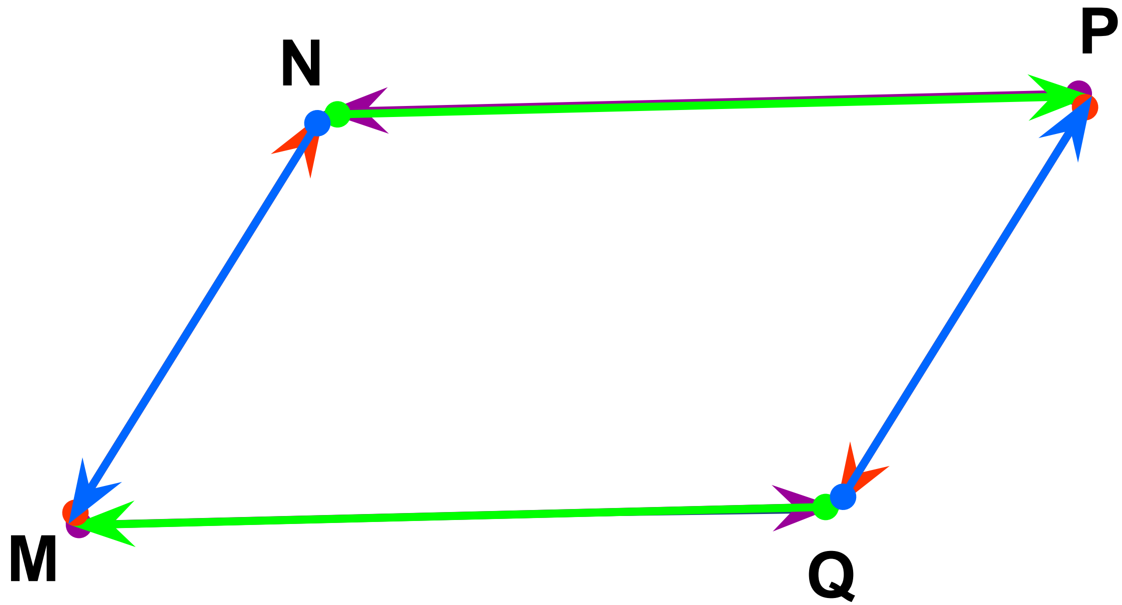


№ 747 Укажите пары коллинеарных (сонаправленных) векторов, которые определяются сторонами параллелограмма MNPQ.



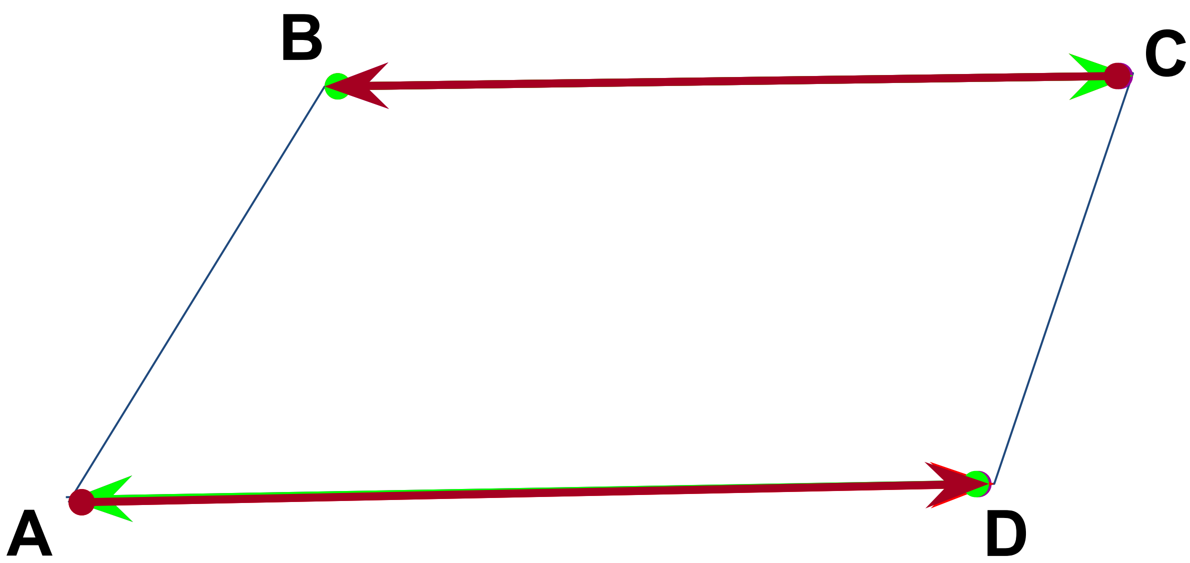
$\overrightarrow{MN} \uparrow\uparrow \overrightarrow{QP}$ $\overrightarrow{NM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{PQ}$ $\overrightarrow{QM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{PN}$ $\overrightarrow{MQ} \uparrow\uparrow \overrightarrow{NP}$

№ 747 Укажите пары коллинеарных (противоположно направленных) векторов, которые определяются сторонами параллелограмма MNPQ.



$\overrightarrow{MN} \uparrow\downarrow \overrightarrow{PQ}$ $\overrightarrow{NM} \uparrow\downarrow \overrightarrow{QP}$ $\overrightarrow{MQ} \uparrow\downarrow \overrightarrow{PN}$ $\overrightarrow{QM} \uparrow\downarrow \overrightarrow{NP}$

№ 747 Укажите пары коллинеарных (сонаправленных) векторов, которые определяются сторонами трапеции ABCD с основаниями AD и BC.



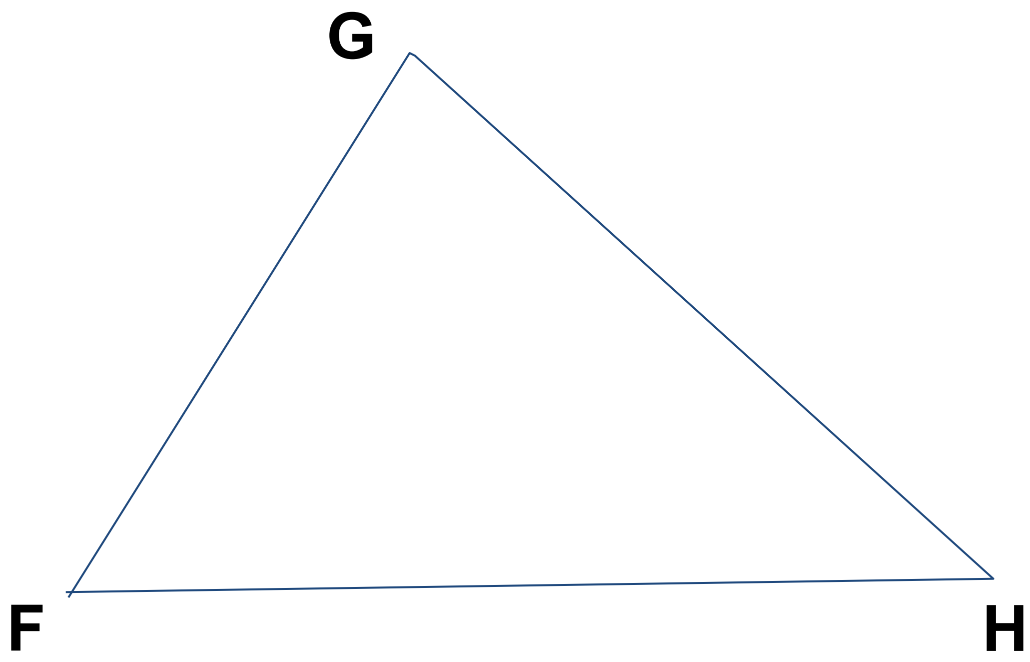
$\overrightarrow{CB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DA}$ $\overrightarrow{BC} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AD}$

Сонаправленные векторы

$\overrightarrow{BC} \uparrow\downarrow \overrightarrow{DA}$ $\overrightarrow{CB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{AD}$

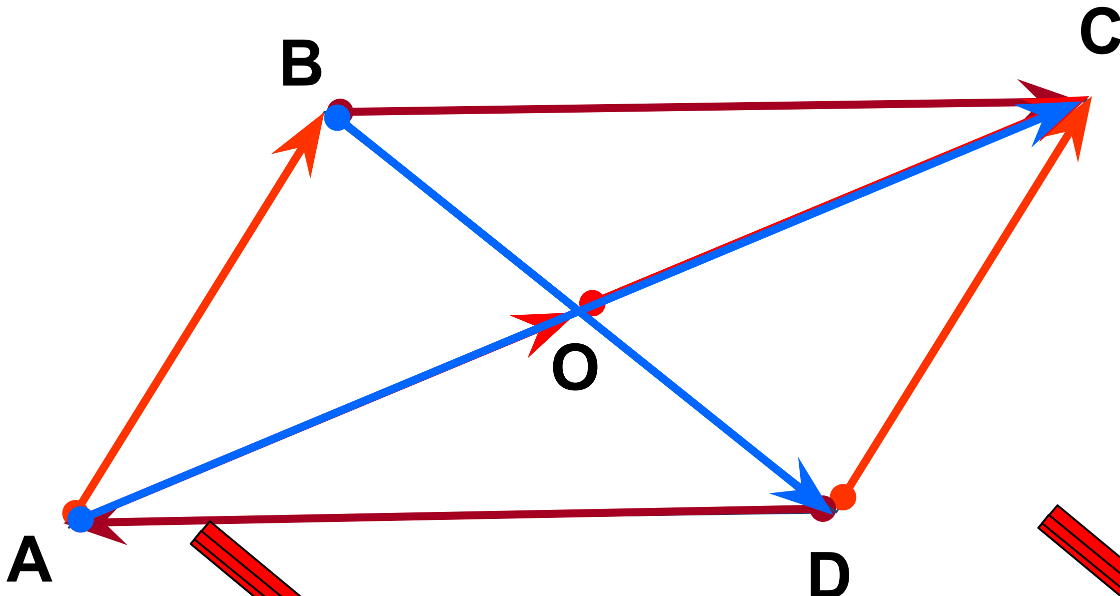
Противоположно направленные векторы

№ 747 Укажите пары коллинеарных векторов, которые определяются сторонами треугольника FGH.



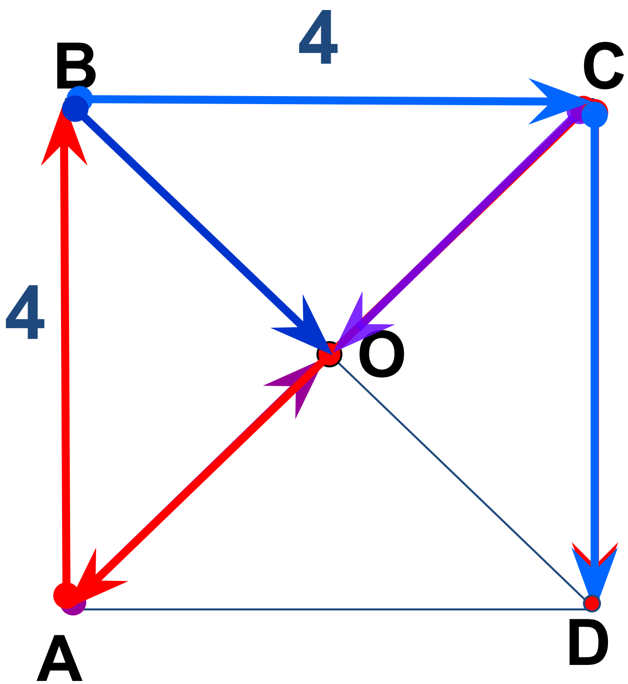
Коллинеарных векторов нет

№ 748 В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке О. Равны ли векторы. Обоснуйте ответ.



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{BC} \neq \overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BD}$.

ABCD – квадрат, AB = 4. Заполните пропуски:



1. $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ – …

2. $\overrightarrow{BC}$ … $\overrightarrow{CD}$, так как …

3. $|\overrightarrow{AO}|$ = …

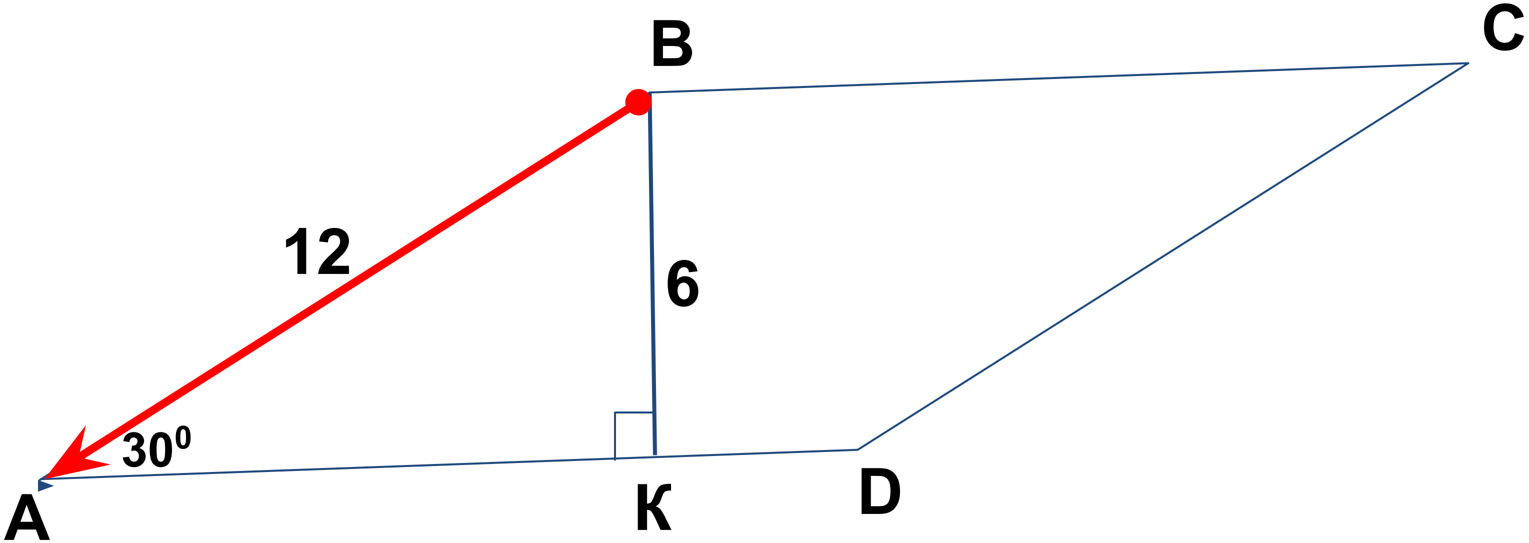
4. $\overrightarrow{BO} \neq \overrightarrow{AO}$, так как …

5. $\overrightarrow{CO} \neq \overrightarrow{CA}$, так как …

6. $\overrightarrow{DD} \uparrow\uparrow$ … , $|\overrightarrow{DD}|$ = …

ABCD – параллелограмм.

По данным рисунка найти $|\overrightarrow{AB}| = 12$



ABC – равнобедренный треугольник.

O – точка пересечения медиан.

По данным рисунка найти $|\overrightarrow{DO}| = 2$

$|\overrightarrow{BO}| = 4$