

# Решение заданий №4 теория вероятностей

по материалам открытого банка  
задач ОГЭ по математике  
2020 года

<http://mathege.ru/or/ege/Main.html>

Учитель математики: *Таболina И.А.*

# Определение вероятности



**Вероятностью** события  $A$  называют отношение числа  $m$  благоприятствующих этому событию исходов к общему числу  $n$  всех равновозможных несовместимых событий, которые могут произойти в результате одного испытания или наблюдения:

$$P = \frac{m}{n}$$

Пусть  $k$  – количество бросков монеты, тогда количество всевозможных исходов:  $n = 2^k$ .



Пусть  $k$  – количество бросков кубика, тогда количество всевозможных исходов:  $n = 6^k$ .



# Свойства вероятности



**Свойство 1.** Вероятность достоверного события  $A$  равна единице:  **$P(A) = 1$** .

**Свойство 2.** Вероятность невозможного события  $A$  равна нулю:  **$P(A) = 0$** .

**Свойство 3.** Вероятность случайного события  $A$  есть положительное число, заключенное между нулем и единицей:  **$0 \leq P(A) \leq 1$** .

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 10. Результат округлите до сотых.

283465

Решение.

Игральные кости – это кубики с 6 гранями. На каждой грани расположено от 1 до 6 точек (очков).

Пусть **k** – количество бросков кубика, тогда количество всевозможных исходов: **n = 6<sup>k</sup>**.

В нашем случае две игральные кости, значит **n = 6<sup>2</sup> = 36**.

Подсчитаем количество исходов (вариантов), в которых сумма очков двух кубиков равна 10.

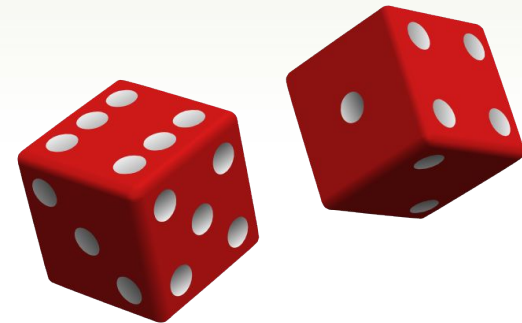
5 и 5; 6 и 4; 4 и 6.

Всего таких 3 варианта, т.е. **m = 3**.

Найдем вероятность:

$$p = m/n = 3/36 = 0,08(3) \approx 0,08.$$

Ответ: 0,08.



В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 22 из Великобритании, 19 из Франции, остальные – из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

Решение.

Всего участвует  $n = 50$  спортсменок, из которых

$m = 50 - 22 - 19 = 9$  спортсменок из Германии.

Вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии, равна

$$p = m/n = 9/50 = 18/100 = 0,18.$$

*Ответ: 0,18.*

Фабрика выпускает сумки. В среднем 9 сумок из 150 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Решение:

Из  $n = 150$  сумок без дефекта  $m = 150 - 9 = 141$  сумка.

Вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов, равна

$$p = m/n = 141/150 = 47/50 = 0,94.$$

**Ответ: 0,94.**

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет оба раза.

315957



Решение.

Всего 4 варианта  $n = 2^2 = 4$ :  $o; o$      $o; p$      $p; p$      $p; o$ .

Благоприятный исход только один  $m = 1$ :  $p; p$ .

Вероятность равна  $p = m/n = 1/4 = 0,25$ .

**Ответ: 0,25.**



В большой партии насосов в среднем на каждые 1992 исправных приходится 8 неисправных насосов, Найдите вероятность того, что один случайно выбранный насос окажется неисправным.



508199

Решение:

Вся партия насосов содержит как исправные, так и неисправные насосы:

$n = 1992 + 8 = 2000$ , из которых только  $m = 8$  являются неисправными.

Вероятность того, что один случайно выбранный насос окажется неисправным равна

$$p = m/n = 8/2000 = 4/1000 = 0,004.$$

**Ответ: 0,004.**



В соревнованиях по толканию ядра участвуют 6 спортсменов из Великобритании, 3 спортсмена из Франции, 6 спортсменов из Германии и 10 – из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Франции.

Решение:

Всего участвует  $n = 6 + 3 + 6 + 10 = 25$  спортсменов.

Вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Франции ( $m = 3$ ), равна

$$p = m/n = 3/25 = 12/100 = 0,12.$$

**Ответ: 0,12.**

Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 40 докладов – первые два дня по 9 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

Всего  $n = 40$  докладов. В последний день конференции запланировано  $m = (40 - 9 \times 2) : 2 = 11$  докладов.

Вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна

$$p = m/n = 11/40 = 275/1000 = 0,275.$$

**Ответ: 0,275.**

Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 16 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Решение:

Всего запланировано  $n = 80$  выступлений.

В третий день конкурса запланировано

$m = (80 - 16) : 4 = 16$  выступлений.

Вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса, равна

$$p = m/n = 16/80 = 2/10 = 0,2.$$

**Ответ: 0,2.**

На конференцию приехали 4 ученых из Швеции, 4 из России и 2 из Италии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвертым окажется доклад ученого из Швеции.

Решение:

Всего участвует  $n = 4 + 4 + 2 = 10$  ученых.

Вероятность того, что четвертым окажется доклад ученого из Швеции ( $m = 4$ ), равна

$$p = m/n = 4/10 = 0,4.$$

**Ответ: 0,4.**

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 12 спортсменов из России, в том числе Святослав Кружкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Святослав Кружкин будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Решение:

Нужно учесть, что количество игроков, с которыми сможет играть Святослав Кружкин равно  $n = 26 - 1 = 25$ , в том числе россиян  $m = 12 - 1 = 11$ , поскольку сам Святослав Кружкин тоже из России.

Вероятность того, что в первом туре Святослав Кружкин будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна

$$p = m/n = 11/25 = 44/100 = 0,44.$$

**Ответ: 0,44.**

В сборнике билетов по химии всего 40 билетов, в 20 из них встречается вопрос по теме «Соли». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Соли».



286309

Решение:

Всего  $n = 40$  билетов. Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Соли» ( $m = 20$ ), равна

$$p = m/n = 20/40 = 1/2 = 0,5.$$

**Ответ: 0,5.**

В сборнике билетов по истории всего 20 билетов, в 12 из них встречается вопрос по теме «Смутное время». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме «Смутное время».

Решение:

Всего  $n = 20$  билетов, из них  $m = 20 - 12 = 8$  – билетов не содержат вопрос по теме «Смутное время».

Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме «Смутное время», равна

$$p = m/n = 8/20 = 4/10 = 0,4.$$

**Ответ: 0,4.**



На чемпионате по прыжкам в воду выступают 50 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 10 прыгунов из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что пятнадцатым будет выступать прыгун из России.

Решение:

Всего участвует  $n = 50$  спортсменов.

Вероятность того, что пятнадцатым будет выступать прыгун из России ( $m = 8$ ), равна

$$p = m/n = 8/50 = 16/100 = 0,16.$$

Ответ: 0,16.



Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 25% этих стекол, вторая – 75%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая – 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение:

Вероятность того, что стекло куплено на первой фабрике и оно бракованное:

$$p_1 = 0,25 \cdot 0,03 = 0,0075.$$

Вероятность того, что стекло куплено на второй фабрике и оно бракованное:

$$p_2 = 0,75 \cdot 0,01 = 0,0075.$$

Поэтому, вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным равна сумме:

$$p = p_1 + p_2 = 0,0075 + 0,0075 = 0,015.$$

**Ответ: 0,015.**

Если шахматист А. играет белыми, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34.

Шахматисты А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.



319555

Решение:

События выиграть белыми и черными фигурами независимы. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей:

$$p = 0,5 \cdot 0,34 = 0,17.$$

**Ответ: 0,17.**

Сева, Слава, Аня, Андрей, Миша, Игорь, Надя и Карина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.



320343

Решение:

Мальчиков среди этих детей  $m = 5$ .

Всего ребят  $n = 8$  человек. Вероятность того, что игру должен будет начинать любой из мальчиков равна

$$p = m/n = 5/8 = 0,625.$$

**Ответ: 0,625.**

В чемпионате мира участвует 12 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по три команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Канады окажется в третьей группе.

Решение:

Всего команд 12, групп – 4.

В каждой группе – 3 команды.

Итак, всего исходов получилось 12, нужных нам – 3 (карточек с номером «3»), значит, вероятность выпадения нужного исхода  $3/12 = 0,25$ .

**Ответ: 0,25.**



На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,15. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение:

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$p = 0,15 + 0,2 = 0,35.$$

**Ответ: 0,35.**

В торговом центре два одинаковых автомата продают чай. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится чай, равна 0,25. Вероятность того, что чай закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня чай останется в обоих автоматах.

Решение:

Пусть события таковы:

$A$  – чай закончится в первом автомате,

$B$  – чай закончится во втором автомате.

$A + B$  – чай закончится хотя бы в одном автомате.

$A \cdot B$  – чай закончится в обоих автоматах.

По условию  $P(A) = P(B) = 0,25$ ;  $P(A \cdot B) = 0,2$ .

События  $A$  и  $B$  являются совместными, следовательно, вероятность того, что чай закончится хотя бы в одном автомате, будет соответствовать сумме этих вероятностей и равна

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,25 + 0,25 - 0,2 = 0,3.$$

Следовательно, вероятность того, что чай останется в обоих автоматах равна противоположной вероятности, т.е.

$$\text{равна } 1 - 0,3 = 0,7.$$

**Ответ: 0,7.**



Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последний два раз промахнулся. Результат округлите до десятых.

Решение:

Поскольку биатлонист попадает в мишени с вероятностью 0,7, то промахивается он с обратной вероятностью  $1 - 0,7 = 0,3$ . Данные события независимы. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей.

1 выстрел: 0,7

2 выстрел: 0,7

3 выстрел: 0,7

4 выстрел: 0,3

По формуле умножения вероятностей независимых событий, получаем, что искомая вероятность равна:

$$0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,1029 \approx 0,1.$$

**Ответ: 0,1.**



В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,09 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.



320581

Решение:

Пусть события таковы:

$A$  – первый автомат неисправен,

$B$  – второй автомат неисправен.

$A \cdot B$  – оба автомата неисправны.

Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий:

$$0,09 \cdot 0,09 = 0,0081.$$

Хотя бы один автомат исправен – это противоположное событие. Следовательно, его вероятность равна

$$1 - 0,0081 = 0,9919.$$

**Ответ: 0,9919.**

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,27. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение:

Пусть события таковы:

$A$  – первая лампа перегорит в течение года,

$B$  – вторая лампа перегорит в течение года,

тогда  $A \cdot B$  – обе лампы перегорят в течение года.

Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий:

$$p_1 = 0,27 \cdot 0,27 = 0,0729.$$

В течение года хотя бы одна лампа не перегорит – это противоположное событие.

Следовательно, его вероятность равна

$$p = 1 - p_1 = 1 - 0,0729 = 0,9271.$$

**Ответ: 0,9271.**

Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,9. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,82. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.



320739

Решение:

Пусть события таковы:

*A* – чайник прослужит больше года,

*B* – чайник прослужит больше двух лет,

*C* – чайник прослужит от года до двух лет,

тогда  $P(A) = P(B) + P(C)$ .

События *A*, *B*, *C* независимы, значит  $P(C) = 0,9 - 0,82 = 0,08$ .

**Ответ: 0,08.**

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 85% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 10% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 55% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение:

Пусть  $x$  – вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Тогда  $(1 - x)$  – вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из второго хозяйства.

Тогда, по формуле полной вероятности получим:

$$0,85x + 0,1(1 - x) = 0,55$$

$$0,75x = 0,45$$

$$x = 0,6$$

**Ответ: 0,6.**

На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной и больше 3?



320853

Решение:

Количество чётных цифр на клавиатуре равно 5:

0, 2, 4, 6, 8;

из них больше 3:

4, 6, 8 – только три,

всего же цифр на клавиатуре 10, тогда вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной и больше 3 равна

$$3/10 = 0,3.$$

**Ответ: 0,3.**

Из множества натуральных чисел от 49 до 64 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 2?

Решение:

*Количество чисел от 49 до 64 равно:*

$$64 - 49 + 1 = 16.$$

*Количество чётных чисел от 49 до 64 равно половине этого числа – 8.*

$$p = 8 / 16 = 0,5.$$

*Ответ: 0,5.*



Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежит 10 револьверов, из них только 5 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.

Решение:

Вероятность того, что ковбой Джон промахнется, если схватит пристрелянный револьвер равна:

$$0,5 \cdot (1 - 0,8) = 0,1$$

Вероятность того, что ковбой Джон промахнется, если схватит непристрелянный револьвер равна:

$$0,5 \cdot (1 - 0,4) = 0,3$$

Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$0,1 + 0,3 = 0,4.$$

**Ответ: 0,4.**

В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдет в магазин?

Решение:

Всего туристов 8, случайным образом из них выбирают двоих.

Вероятность быть выбранным равна

$$P = 2/8 = 0,25.$$

**Ответ: 0,25.**

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» проиграет жребий ровно один раз.

Решение: Обозначим выигрыш жребия команды «Биолог» в матче с одной из трех команд как "Орел". Тогда право проигрыш жребия этой команды – «Решка». Итак, запишем все возможные исходы бросания монеты три раза в таблице:



<b>1</b>	О	О	О	Р	Р	Р	О	Р
<b>2</b>	О	О	Р	О	Р	О	Р	Р
<b>3</b>	О	Р	О	О	О	Р	Р	Р

«О» – орел, «Р» – решка.

Итак, всего исходов получилось  $2^3 = 8$ , нужных нам – 3, следовательно, вероятность выпадения нужного исхода равна:

$$3/8 = 0,375.$$

**Ответ: 0,375.**

Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию « $A = \text{сумма очков равна } 7$ »?

321049

Решение:

В сумме должно выпасть 7 очков. Это возможно, если будут следующие комбинации:

1 и 6

6 и 1

2 и 5

5 и 2

3 и 4

4 и 3

Всего 6 вариантов.

**Ответ: 6.**



В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход  $PP$  (оба раза выпадает решка).

321061



Решение.

Всего 4 варианта:  $o; o$      $o; p$      $p; p$      $p; o$ .

Благоприятных 1:  $p; p$ .

Вероятность равна  $1/4 = 0,25$ .

**Ответ: 0,25.**

На рок-фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Швеции будет выступать после группы из России и после группы из Китая? Результат округлите до сотых.

Решение:

Обозначим для удобства команды из России – Р, Швеции – Ш, Китая – К).

Получим следующие комбинации порядка выступления этих команд:

**Р – Ш – К**

**Р – К – Ш**

**Ш – Р – К**

**Ш – К – Р**

**К – Р – Ш**

**К – Ш – Р**

Швеция находится после России и Китая в двух случаях. Поэтому вероятность того, что группы случайным образом будут распределены именно так, равна

$$P = 2/6 = 1/3 \approx 0,33$$

**Ответ: 0,33.**

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 6 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 4 очка, в случае ничьей – 2 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Решение:

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, команде нужно два варианта: 1) выигрыш и ничья или 2) выигрыш и выигрыш, т. е. команда может получить не меньше 6 очков в двух играх тремя способами:  $4 + 2$ ,  $2 + 4$ ,  $4 + 4$ .

Вероятность «ничьей» равна:  $1 - 0,3 - 0,3 = 0,4$ ;

Вероятность «выигрыш» + «ничья»:  $P(4 + 2) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$ ;

Вероятность «ничья» + «выигрыш»:  $P(2 + 4) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$ ;

Вероятность «выигрыш» + «выигрыш»:  $P(4 + 4) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$ ;

Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме их вероятностей. Отсюда имеем:

$$P = 0,12 + 0,12 + 0,09 = 0,35.$$

**Ответ: 0,35.**



В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 1020 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.



321275

Решение:

Из 2000 тысяч новорожденных  $2000 - 1020 = 980$  девочек.

Поэтому частота рождения девочек равна:

$$980/2000 = 490/1000 = 0,49$$

**Ответ: 0,49.**

При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,1, а при каждом последующем – 0,9. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,95?

Решение:

Найдём вероятность обратного события, т.е. вероятность того, что система не попадет по цели.

При первом выстреле она равна  $p_1 = 1 - 0,1 = 0,9$ .

При двух выстрелах она равна  $p_2 = (1 - 0,1) \cdot (1 - 0,9) = 0,09$ .

При трех:  $p_3 = (1 - 0,1) \cdot (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,9) = 0,009$ .

Таким образом, вероятность того, цель будет поражена после 3 выстрелов, равна  $1 - 0,009 = 0,991 > 0,95$ .

Поэтому достаточно трех выстрелов по мишени чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,95.

**Ответ: 3.**

На борту самолёта 15 мест рядом с запасными выходами и 24 – за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир К. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру К. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

Решение:

В самолете  $15 + 24 = 39$  мест удобны пассажиру К., а всего в самолете 300 мест. Поэтому вероятность того, что пассажиру К. достанется удобное место равна

$$P = 39 : 300 = 0,13.$$

**Ответ: 0,13.**

На олимпиаде по русскому языку 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 120 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Решение:

Всего в запасную аудиторию направили

$$400 - 2 \cdot 120 = 160 \text{ человек.}$$

Поэтому вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории, равна

$$P = 160 : 400 = 0,4.$$

**Ответ: 0,4.**

В классе 51 учащийся, среди них два друга – Андрей и Олег. Класс случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Олег окажутся в одной группе.



321499

Решение:

В каждой группе будет по  $51 : 3 = 17$  человек.

Пусть один из друзей находится в некоторой группе.


Вместе с ним в группе окажутся еще 16 человек из 50 оставшихся учеников.

Вероятность того, что второй товарищ окажется среди этих 16 человек, равна

$$P = 16 : 50 = 0,32.$$

**Ответ: 0,32.**

В группе туристов 32 человека. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 4 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист У. полетит третьим рейсом вертолётa.



**321587**

Решение:

За каждый рейс забрасывают по 4 человека, всего мест 32. Тогда вероятность того, что турист У. полетит третьим рейсом вертолётa, равна:

$$P = 4 : 32 = 0,125.$$

**Ответ: 0,125.**

В фирме такси в наличии 20 легковых автомобилей; 13 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.



508686

Решение:

Машин желтого цвета с черными надписями  $20 - 13 = 7$ , всего машин 20. Поэтому вероятность того, что на случайный вызов приедет машина желтого цвета с черными надписями, равна:

$$P = 7 : 20 = 0,35.$$

**Ответ: 0,35.**

Вероятность того, что новый пылесос в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,083. В некотором городе из 1000 проданных пылесосов в течение года в гарантийную мастерскую поступило 86 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Решение:

Вероятность того, что новый пылесос в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна  $p_1 = 0,083$ .

Частота события «гарантийный ремонт» в этом городе равна

$$p_2 = 86 : 1000 = 0,086.$$

Она отличается от предсказанной вероятности на

$$p_2 - p_1 = 0,086 - 0,083 = 0,003.$$

**Ответ: 0,003.**



При изготовлении подшипников диаметром 61 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,976. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 60,99 мм, или больше, чем 61,01 мм.

Решение:

По условию, диаметр подшипника будет находиться в заданных пределах от 60,99 до 61,01 мм с вероятностью  $p = 0,976$ .

Поэтому искомая вероятность противоположного события равна

$$1 - p = 1 - 0,976 = 0,024.$$

**Ответ: 0,024.**

Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 10 задач, равна 0,75. Вероятность того, что Т. верно решит больше 9 задач, равна 0,8. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 10 задач.



321891

Решение:

Рассмотрим события

$A$  – учащийся Т. решит ровно 10 задач,

$B$  – учащийся Т. решит больше 10 задач.

$A + B$  – учащийся Т. решит больше 9 задач.

Вероятность того, что учащийся решил больше 9 задач можно записать как сумму вероятностей того, что он решил ровно 10 задач и решил больше 10 задач.

События  $A$  и  $B$  несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получим:

$$0,8 = P(A) + 0,75,$$

$$\text{откуда } P(A) = 0,8 - 0,75 = 0,05.$$

**Ответ: 0,05.**

Чтобы поступить в институт на специальность «Переводчик», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 62 баллов по каждому из трёх предметов – математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Социологи», нужно набрать не менее 62 баллов по каждому из трёх предметов – математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент А. получит не менее 62 баллов по математике, равна 0,5, по русскому языку – 0,5, по иностранному языку – 0,9 и по обществознанию – 0,7.

Найдите вероятность того, что А. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.

### Решение:

Вероятность того, что абитуриент А. получит не менее 62 баллов по математике и русскому языку равна

$$p_1 = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

Вероятность того, что абитуриент А. **не получит** нужных баллов по иностранному языку и по обществознанию равна

$$p_2 = (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,7) = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03.$$

А значит, вероятность того, что абитуриент А. **получит** нужные баллы по иностранному языку или по обществознанию равна обратной вероятности  $p_2$

$$1 - p_2 = 1 - 0,03 = 0,97.$$

Искомая вероятность равна произведению  $p_1$  и  $(1 - p_2)$ :

$$p = p_1 \cdot (1 - p_2) = 0,25 \cdot 0,97 = 0,2425.$$

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем  $36,8^{\circ}\text{C}$ , равна  $0,81$ . Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется  $36,8^{\circ}\text{C}$  или выше.

Решение:

Пусть событие  $A$  – в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем  $36,8^{\circ}\text{C}$ .

Событие  $B$  – в случайный момент времени у здорового человека температура окажется  $36,8^{\circ}\text{C}$  или выше.

Это два противоположных события, значит, сумма их вероятностей равна  $1$ .

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 1.$$

$$\text{откуда } P(A) = 1 - 0,81 = 0,19.$$

**Ответ:  $0,19$ .**

В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,5. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение:

Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты одновременно равна:

$$p = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$$

**Ответ: 0,125.**

По отзывам покупателей Игорь Игоревич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,82. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,87. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин **не доставит** товар.

Решение:

Вероятность того, что первый магазин не доставит товар равна:

$$P_1 = 1 - 0,82 = 0,18.$$

Вероятность того, что второй магазин не доставит товар равна:

$$P_2 = 1 - 0,87 = 0,13.$$

Поскольку эти события независимы, вероятность их произведения (оба магазина не доставят товар) равна произведению вероятностей этих событий:

$$P_1 \cdot P_2 = 0,18 \cdot 0,13 = 0,0234.$$

**Ответ: 0,0234.**

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,96. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,55. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 15.

Решение:

Пусть события

$A$  – в автобусе меньше 10 пассажиров,

$B$  – в автобусе от 10 до 15 пассажиров.

Их сумма – событие  $A + B$  – в автобусе меньше 16 пассажиров.

События  $A$  и  $B$  несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получим:  $0,96 = 0,55 + P(B)$ ,  
откуда  $P(B) = 0,96 - 0,55 = 0,41$ .

**Ответ: 0,41.**



Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Стратор», «Протор» и «Ротор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только первую и вторую игры.

Решение: Обозначим право владения первой мячом команды «Стартер» в матче с одной из других трех команд как «Орел». Тогда право владения второй мячом этой команды – «Решка». Итак, напишем все возможные исходы бросания монеты три раза.

«О» – орел, «Р» – решка.



Итак, всего исходов получилось 8, нужных нам – 1, следовательно, вероятность выпадения нужного исхода  $1/8 = 0,125$ .

«Стратор»	«Протор»	«Ротор»
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

**Ответ: 0,125.**



На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Решение:

Пусть фабрика производит  $x$  тарелок. Доля брака, выявленного при контроле качества продукции из общего числа произведенных тарелок составляет

$$0,2 \cdot 0,9 \cdot x = 0,18x$$

В продажу поступят все качественные тарелки  $x - 0,2x = 0,8x$  и не выявленные дефектные тарелки  $0,2x - 0,18x = 0,02x$  :  
 $0,8x + 0,02x = 0,82x$  тарелок.

Поскольку качественных из них  $0,8x$ , вероятность купить качественную тарелку равна:

$$p = \frac{0,8x}{0,82x} = \frac{80}{82} \approx 0,9756 \dots \approx 0,98.$$

**Ответ: 0,98.**

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,7 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 16 июня, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 19 июня в Волшебной стране будет отличная погода.

Решение:

16	17	18	19
x	x	x	o
x	x	o	o
x	o	x	o
x	o	o	o

Для погоды на 16, 17, 18 и 19 июня есть 4 варианта (x – хорошая, o – отличная погода).

Вероятность смены погоды равна  $1 - 0,7 = 0,3$ .  
Найдем вероятности наступления такой погоды:

$$p(xxxo) = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,147;$$

$$p(xxoo) = 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,7 = 0,147;$$

$$p(xoxx) = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,027;$$

$$p(xooo) = 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 0,147.$$

Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$p = 0,147 + 0,147 + 0,027 + 0,147 = 0,468.$$

**Ответ: 0,468.**

В кармане у Димы было четыре конфеты – «Коровка», «Красная шапочка», «Василек», и «Ласточка», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Красная шапочка».



322501

Решение:

*В кармане было 4 конфеты, а потерялась только одна конфета. Поэтому вероятность данного события равна одной четвертой.*

*Ответ: 0,25.*

Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 5, но не дойдя до отметки 11.

322525

Решение:


На циферблате механических часов между отметками 5 и 11 шесть часовых делений. Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна:

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5.$$



**Ответ: 0,5.**

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.



322531

Решение:

Вероятность того, что батарейка исправна, равна  $1 - 0,02 = 0,98$ .  
Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий:

$$0,98 \cdot 0,98 = 0,9604.$$

**Ответ: 0,9604.**

Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 76% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Решение:

Из всех пациентов, поступивших в клинику, 76% действительно больны гепатитом, а  $100\% - 76\% = 24\%$  – не больны.

Положительный результат на гепатит может появиться при двух случаях:

*A* – пациент действительно болен и анализ дал положительный результат;

*B* – пациент не болен, но анализ дал положительный результат.

Найдем вероятность этих событий:

$$P(A) = 0,76 \cdot 0,8 = 0,608,$$

$$P(B) = 0,24 \cdot 0,02 = 0,0048,$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,608 + 0,0048 = 0,6128.$$

**Ответ: 0,6128.**

В среднем из 1500 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.



283625

Решение:

Вся партия насосов содержит как исправные, так и неисправные насосы:

$n = 1500$ , из которых только 9 являются неисправными (подтекают), тогда исправных насосов  $m = 1500 - 9 = 1491$ .

Вероятность того, что один случайно выбранный насос окажется исправным равна

$$p = m/n = 1491/1500 = 994/1000 = 0,994.$$

**Ответ: 0,994.**

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение:

Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий:

$A$  – батарейка действительно неисправна и забракована или

$B$  – батарейка исправна, но по ошибке забракована.

Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

Найдем вероятность этих событий:

$$P(A) = 0,04 \cdot 0,99 = 0,0396,$$

$$P(B) = (1 - 0,04) \cdot 0,02 = 0,0192,$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,0396 + 0,0192 = 0,0588.$$

**Ответ: 0,0588.**



На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу В.



Решение:

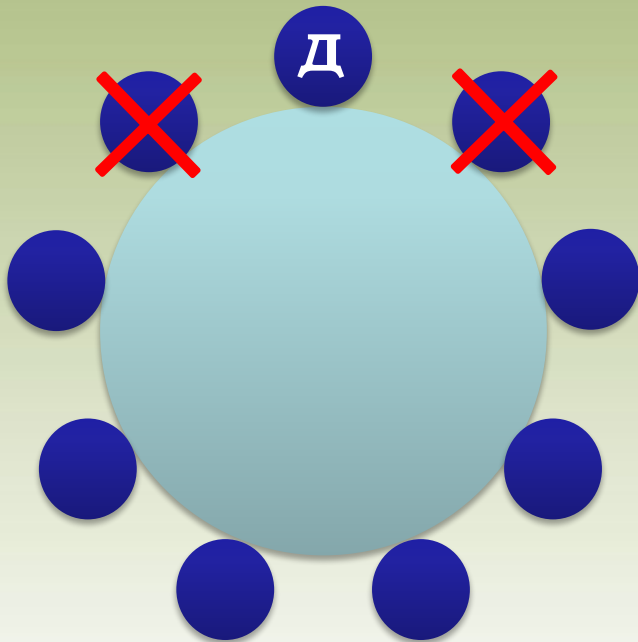
На каждой из двух отмеченных развилок паук с вероятностью 0,5 может выбрать или путь, ведущий к выходу В, или другой путь. Это независимые события, вероятность их произведения (паук дойдет до выхода В) равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность прийти к выходу В равна

$$p = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25.$$

**Ответ: 0,25.**

За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

325945



Решение:

Посадим одну из девочек на любое из 9 мест.

Тогда для второй девочки остается  $n = 9 - 1 = 8$  стульев, два из которых не подходят – это соседние стулья для первой девочки.

Остается  $m = 8 - 2 = 6$  мест.

Вероятность попасть на эти 6 стульев для второй девочки такова:

$$p = m/n = 6/8 = 3/4 = 0,75.$$

**Ответ: 0,75.**

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 141 качественную сумку приходится 9 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами.



508282

Решение:

Всего  $n = 141 + 9 = 150$  сумок (с дефектом и без него).

Вероятность того, что купленная сумка окажется с дефектом ( $m = 9$ ), равна

$$p = m/n = 9/150 = 6/100 = 0,06.$$

Ответ: 0,06.

# Используемые материалы



- *ЕГЭ 2013. Математика. Задача В10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2013.*
- *ЕГЭ: 3000 задач с ответами по математике. Все задания группы В / под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство «Экзамен», 2012. – 543 с.*
- <http://mathege.ru/or/ege/Main.html> – *Материалы открытого банка заданий по математике 2016 года*

