

ЛЕКЦИЯ №3.

Вероятностные методы обработки информации

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

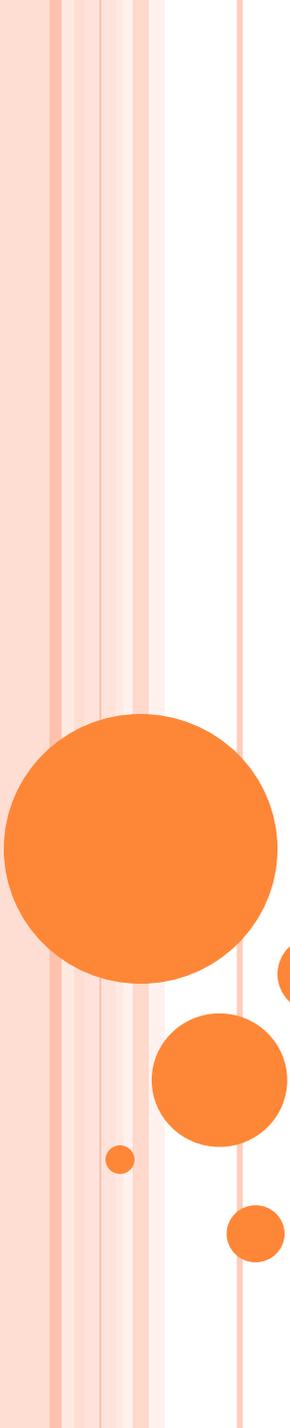
- -это раздел математики, изучающий закономерности в массовых случайных явлениях (*Е.С. Венцель*)
- **Случайное явление** — это явление, которое при неоднократном воспроизведении одного и того же опыта происходит немного по-другому.
- *Например.* Физические измерения (ошибки распределены случайно).
- Влияние случайных помех на работу устройства.
- Рассеивание при стрельбе из орудия, установленного под углом к горизонту.



*...ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ... СУЩЕСТВУЕТ
СТОЛЬКО, СКОЛЬКО СУЩЕСТВУЕТ ИГРА В
КОСТИ*

В.А. НИКИФОРОВСКИЙ





ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТВ

Испытание

Событие

Вероятность события

ИСПЫТАНИЯ И ИСХОДЫ

Испытанием назовем любой опыт.

Пример испытания: подбрасывание игральной кости.

Результат испытания назовем **исходом**.

Пример исходов:

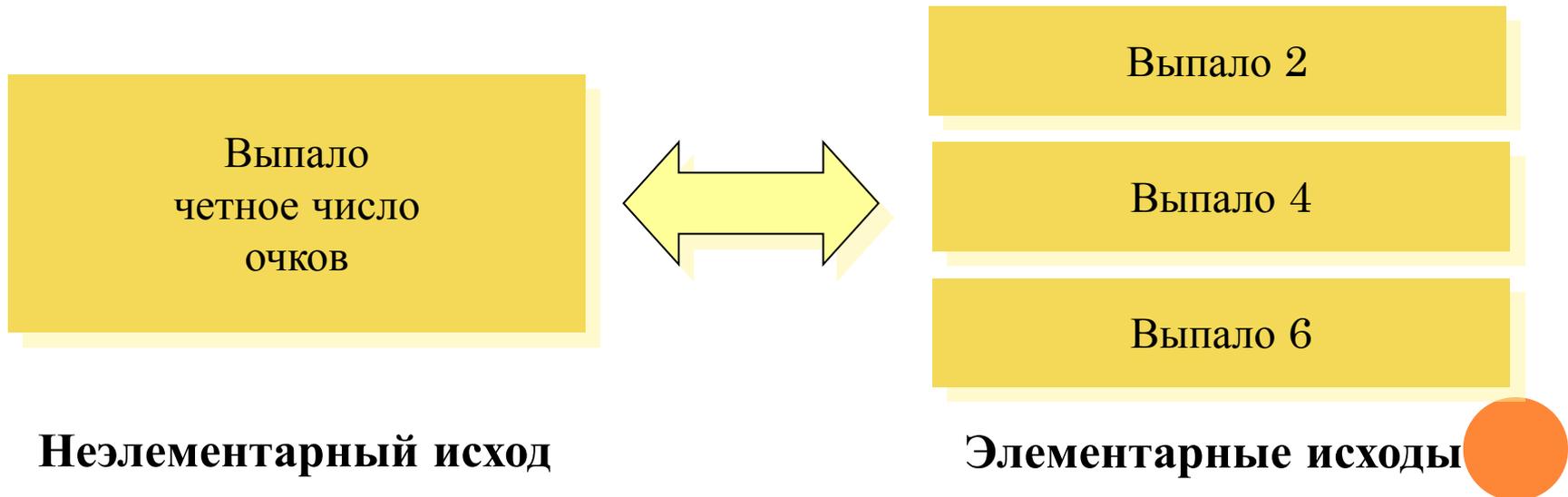
- выпадение единицы
- выпадение четного числа очков
- выпадение не менее четырех очков



ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ИСХОДЫ

Элементарный исход испытания не может быть разделен на другие исходы.

Пример. Исход «Выпадение четного числа» не является элементарным, поскольку может быть разделен на исходы «выпадение двойки», «выпадение четверки» и «выпадение шестерки». Эти три исхода являются элементарными.



ПРОСТРАНСТВО ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ИСХОДОВ

Пространство элементарных исходов включает все элементарные исходы, которые могут произойти в результате испытания.

Пример. Пространство элементарных исходов:

«1», «2», «3», «4», «5», «6».



- Определение 1. **Случайным событием**, связанным с данным опытом, называется такое событие, которое может наступить, а может и не наступить при осуществлении данного опыта.
- Случайные события обозначаются латинскими буквами A , B , C , D ,...

Пример. Опыт: монета бросается один раз.

A – выпадение герба;

B – выпадение решки;

C – зависание монеты в воздухе (или падение на ребро);

D – монета упадет.



Определение 2. **Случайное событие** есть некоторое подмножество пространства элементарных исходов испытания.

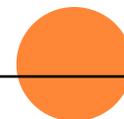


Обозначаем ожидаемое нами событие A .



ПРИМЕРЫ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

ИСПЫТАНИЕ	ПРОСТРАНСТВО ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ИСХОДОВ	ПРИМЕРЫ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ
Одна кость	1, 2, 3, 4, 5, 6	«Выпадение 5» «Выпадение четного числа» «Выпадение 7»
Две кости	1-1, 1-2, ..., 6-6	«Выпадение 1 и 7» «Выпадение суммы 7»



КЛАССИФИКАЦИЯ СОБЫТИЙ

Случайное событие, *связанное с данным опытом*, называется **достоверным**, если оно обязательно наступает в результате данного опыта.

Случайное событие, *связанное с данным опытом*, называется **невозможным**, если оно никогда не наступает в результате данного опыта.

Пример. Достоверное событие: при подбрасывании монеты выпадет Орел или Решка.

Невозможные события: «Встанет на ребро», «Повиснет в воздухе».



НЕСОВМЕСТИМЫЕ СОБЫТИЯ

События A и B называются **несовместными**, если они не могут произойти одновременно.

В противном случае, эти события являются совместными.



ПРИМЕРЫ

совместные события

- идет дождь и идет снег;
- человек ест и человек читает;
- выпадет четное число очков и выпадет меньше трех очков и др.

несовместные события

- день и ночь;
- человек читает и человек спит и др.



Благоприятные исходы

Элементарные исходы, образующие событие A , назовем **благоприятными**.

Если мы *ожидаем* событие A , то появление любого элементарного исхода, образующего событие A , для нас является *благоприятным*.





КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

ВЕРОЯТНОСТЬ (КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ)

Вероятностью события A назовем отношение числа благоприятных исходов к общему числу элементарных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где m – число благоприятных исходов,
 n – общее число элементарных исходов.



СВОЙСТВА ВЕРОЯТНОСТИ

Свойство 1. Вероятность достоверного события равна единице.

Свойство 2. Вероятность невозможного события равна нулю.

Свойство 3. Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы:

$$0 \leq p(A) \leq 1$$



ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТНЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А $P(A)=m/n$
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число очков	3	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

СУММА СОБЫТИЙ

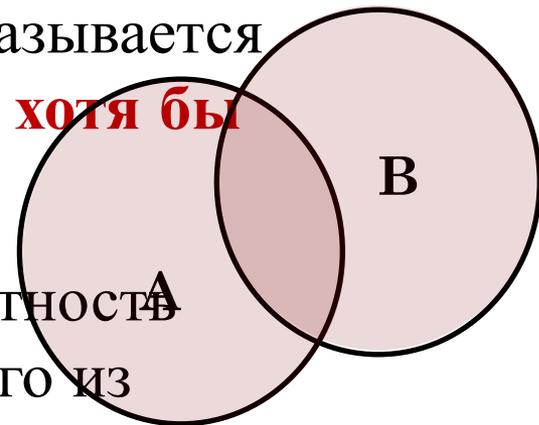
Суммой $A+B$ случайных событий A и B называется событие, состоящее в том, что **произошло хотя бы одно** из них.

Если события A и B *несовместны*, то вероятность их суммы равна сумме вероятностей каждого из них:

$$p(A + B) = p(A) + p(B)$$

Если события A и B *совместны*, то

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A \cdot B)$$



ПРОТИВОПОЛОЖНОЕ СОБЫТИЕ

(по отношению к рассматриваемому событию A) это событие, которое не происходит тогда и только тогда, когда A происходит.

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

Пример. Выпадение четного числа очков – событие, противоположное выпадению нечетного числа очков.



НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

- События A и B называются независимыми, если появление одного из них не влияет на появление другого.

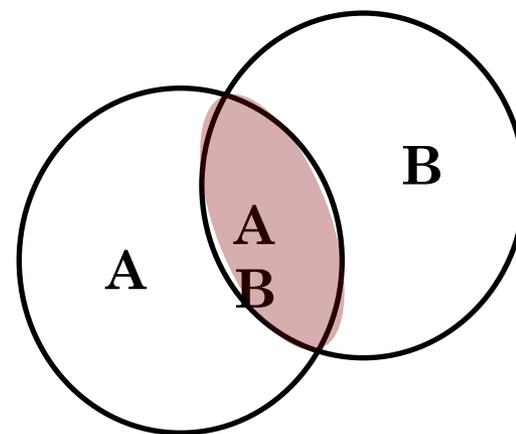


ПРОИЗВЕДЕНИЕ СОБЫТИЙ

Произведением AB событий A и B называется событие, состоящее в том, что **произошли оба** события.

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению их вероятностей.

$$p(AB) = p(A)p(B)$$



ВЕРОЯТНОСТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Вероятность произведения двух зависимых событий равна вероятности одного из этих событий при условии другого, умноженной на вероятность самого условия.

$$p(AB) = p(A/B)p(B)$$



▣ **Пример.** Из урны, содержащей шары белого, синего, чёрного цвета наудачу извлекают 1 шар.

События A и B означают появление белого и чёрного шаров соответственно.

Тогда событие $A + B$ означает появление или чёрного шара или белого, то есть не синего.

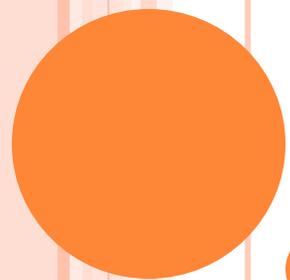
▣ **Пример.** Бросается игральная кость один раз.

Событие A - выпадение чётного числа очков.

Событие B - выпадение числа очков, кратного трём.

▣ Тогда событие AB – выпадение 6 очков.





СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

