

## **ЛЕКЦИЯ №3.**

**Вероятностные методы обработки информации**

# ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

- -это раздел математики, изучающий закономерности в массовых случайных явлениях (*Е.С. Венцель*)
- **Случайное явление** — это явление, которое при неоднократном воспроизведении одного и того же опыта происходит немного по-другому.
- *Например.* Физические измерения (ошибки распределены случайно).
- Влияние случайных помех на работу устройства.
- Рассеивание при стрельбе из орудия, установленного под углом к горизонту.



*...ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ... СУЩЕСТВУЕТ  
СТОЛЬКО, СКОЛЬКО СУЩЕСТВУЕТ ИГРА В  
КОСТИ*

*В.А. НИКИФОРОВСКИЙ*





# **ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТВ**

**Испытание**

**Событие**

**Вероятность события**

# ИСПЫТАНИЯ И ИСХОДЫ

**Испытанием** назовем любой опыт.

**Пример испытания:** подбрасывание игральной кости.

Результат испытания назовем **исходом**.

**Пример исходов:**

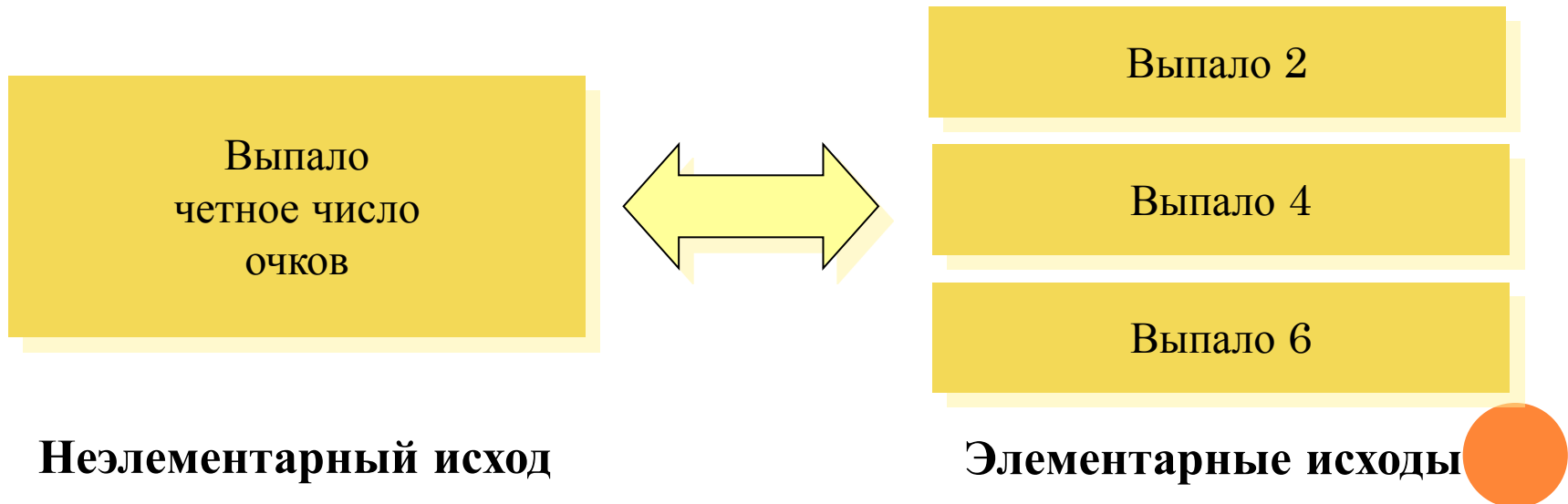
- выпадение единицы
- выпадение четного числа очков
- выпадение не менее четырех очков



# ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ИСХОДЫ

Элементарный исход испытания не может быть разделен на другие исходы.

**Пример.** Исход «Выпадение четного числа» не является элементарным, поскольку может быть разделен на исходы «выпадение двойки», «выпадение четверки» и «выпадение шестерки». Эти три исхода являются элементарными.



## ПРОСТРАНСТВО ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ИСХОДОВ

**Пространство элементарных исходов** включает все элементарные исходы, которые могут произойти в результате испытания.

**Пример.** Пространство элементарных исходов:

«1», «2», «3», «4», «5», «6».



- Определение 1. **Случайным событием**, связанным с данным опытом, называется такое событие, которое может наступить, а может и не наступить при осуществлении данного опыта.
- Случайные события обозначаются латинскими буквами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,...

*Пример.* Опыт: монета бросается один раз.

$A$  – выпадение герба;

$B$  – выпадение решки;

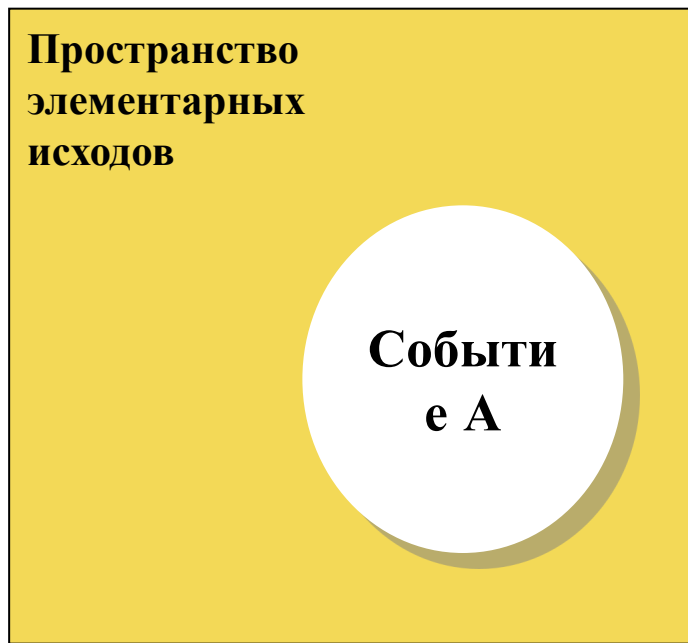
$C$  – зависание монеты в воздухе (или падение на ребро);

$D$  – монета упадет.





**Определение 2.** **Случайное событие** есть некоторое подмножество пространства элементарных исходов испытания.

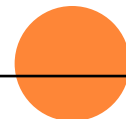


Обозначаем ожидаемое нами событие  $A$ .



## ПРИМЕРЫ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

ИСПЫТАНИЕ	ПРОСТРАНСТВО ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ИСХОДОВ	ПРИМЕРЫ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ
Одна кость	1, 2, 3, 4, 5, 6	«Выпадение 5» «Выпадение четного числа» «Выпадение 7»
Две кости	1-1, 1-2, ..., 6-6	«Выпадение 1 и 7» «Выпадение суммы 7»



## КЛАССИФИКАЦИЯ СОБЫТИЙ

Случайное событие, *связанное с данным опытом*, называется **достоверным**, если оно обязательно наступает в результате данного опыта.

Случайное событие, *связанное с данным опытом*, называется **невозможным**, если оно никогда не наступает в результате данного опыта.

**Пример.** Достоверное событие: при подбрасывании монеты выпадет Орел или Решка.

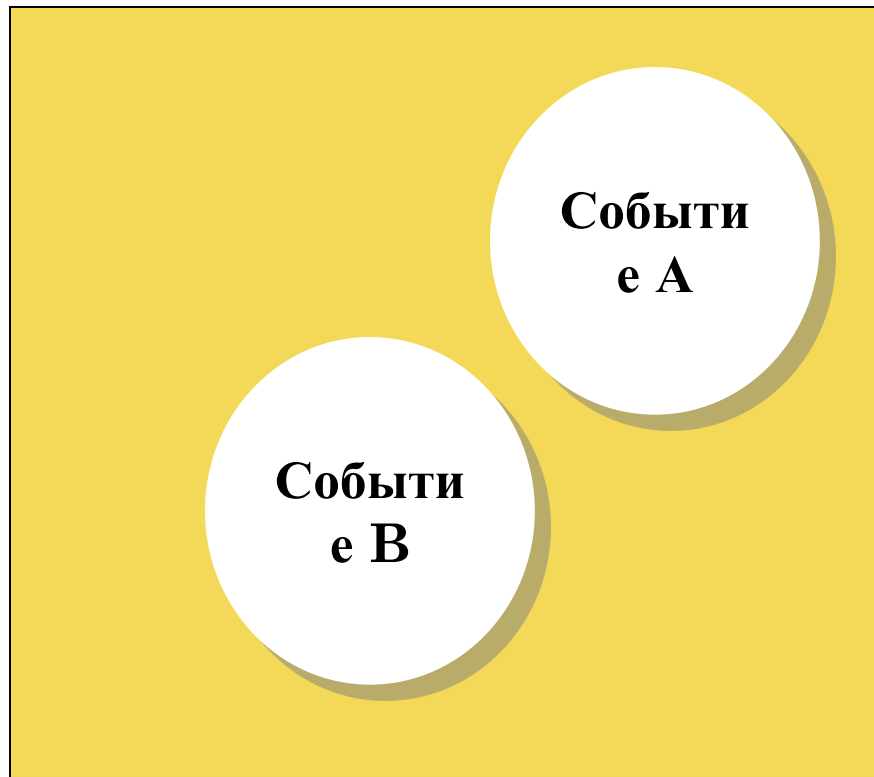
Невозможные события: «Встанет на ребро», «Повиснет в воздухе».



# НЕСОВМЕСТИМЫЕ СОБЫТИЯ

События  $A$  и  $B$  называются **несовместными**, если они не могут произойти одновременно.

В противном случае, эти события являются совместными.



# ПРИМЕРЫ

## *совместные события*

- идет дождь и идет снег;
- человек ест и человек читает;
- выпадет четное число очков и выпадет меньше трех очков и др.

## *несовместные события*

- день и ночь;
- человек читает и человек спит и др.



## Благоприятные исходы

Элементарные исходы, образующие событие  $A$ , назовем **благоприятными**.

Если мы *ожидаем* событие  $A$ , то появление любого элементарного исхода, образующего событие  $A$ , для нас является *благоприятным*.





# **КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ**

## ВЕРОЯТНОСТЬ (КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ)

**Вероятностью события  $A$**  назовем отношение числа благоприятных исходов к общему числу элементарных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где  $m$  – число благоприятных исходов,  
 $n$  – общее число элементарных исходов.





## СВОЙСТВА ВЕРОЯТНОСТИ

**Свойство 1.** Вероятность достоверного события равна единице.

**Свойство 2.** Вероятность невозможного события равна нулю.

**Свойство 3.** Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы:

$$0 \leq p(A) \leq 1$$



ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТНЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А $P(A)=m/n$
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число очков	3	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

## СУММА СОБЫТИЙ

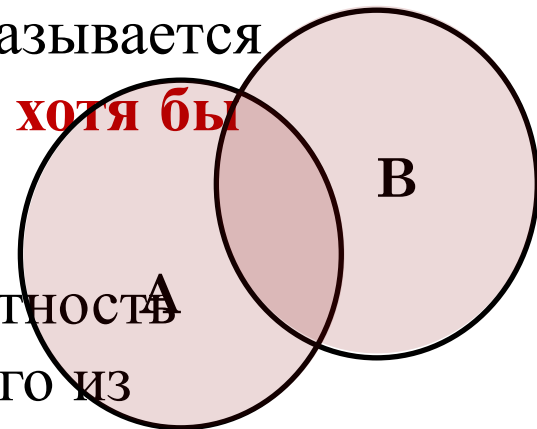
Суммой  $A+B$  случайных событий  $A$  и  $B$  называется событие, состоящее в том, что **произошло хотя бы одно** из них.

Если события  $A$  и  $B$  *несовместны*, то вероятность их суммы равна сумме вероятностей каждого из них:

$$p(A + B) = p(A) + p(B)$$

Если события  $A$  и  $B$  *совместны*, то

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A \cdot B)$$



## ПРОТИВОПОЛОЖНОЕ СОБЫТИЕ

(по отношению к рассматриваемому событию  $A$ ) это событие, которое не происходит тогда и только тогда, когда  $A$  происходит.

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

*Пример.* Выпадение четного числа очков – событие, противоположное выпадению нечетного числа очков.



## НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

- События  $A$  и  $B$  называются независимыми, если появление одного из них не влияет на появление другого.

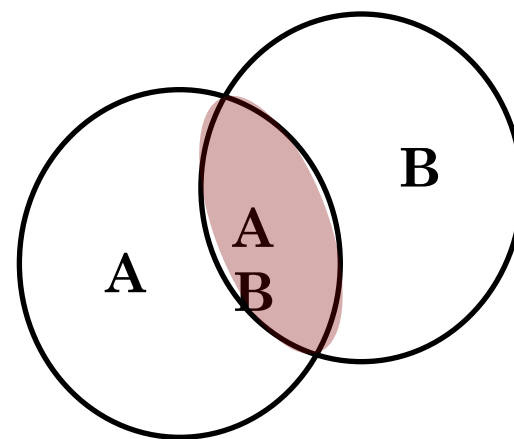


## ПРОИЗВЕДЕНИЕ СОБЫТИЙ

Произведением  $AB$  событий  $A$  и  $B$  называется событие, состоящее в том, что **произошли оба** события.

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению их вероятностей.

$$p(AB) = p(A)p(B)$$



## ВЕРОЯТНОСТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ

**Вероятность произведения двух зависимых событий равна** вероятности одного из этих событий при условии другого, умноженной на вероятность самого условия.

$$p(AB) = p(A/B)p(B)$$



▣ **Пример.** Из урны, содержащей шары белого, синего, чёрного цвета наудачу извлекают 1 шар.

События  $A$  и  $B$  означают появление белого и чёрного шаров соответственно.

Тогда событие  $A + B$  означает появление или чёрного шара или белого, то есть не синего.

▣ **Пример.** Бросается игральная кость один раз.

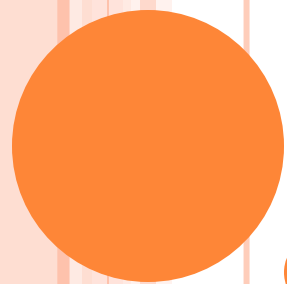
Событие  $A$  - выпадение чётного числа очков.

Событие  $B$  - выпадение числа очков, кратного трём.

▣ Тогда событие  $AB$  – выпадение 6 очков.







***СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!***

