

A handwritten mathematical equation on a white background. The equation is $\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\quad}$. The number 2 under the square root on the left is crossed out with a diagonal line. The right side of the equation shows an equals sign followed by a square root symbol and an empty box for the radicand. There is a small, faint logo in the bottom right corner of the white box.

Иррациональные уравнения

Определение: Иррациональными называются уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня(радикала)

$$\sqrt{f(x)} = g(x)$$

Например:

р:

1. $\sqrt{x+12} - x = 0$, 2. $\sqrt[3]{x-1} = x$, 3. $x + \sqrt{2} = 0$.

Иррациональные уравнения содержат радикалы. Чтобы избавиться от радикалов, необходимо возвести обе части уравнения в одну и ту же степень с натуральным показателем.

Если:

- Возводим в нечетную степень, то получаем равносильное уравнение;**
- Возводим в четную степень, то можем получить посторонние корни. В этом случае делаем проверку.**

Решение иррациональных уравнений с радикалами чётной степени

Решим совместными усилиями иррациональное $\sqrt{x + 12} - x = 0$.
уравнение:

Решение:

Уединим радикал : $\sqrt{x + 12} = x$.

Возведем обе части уравнения в квадрат: $(\sqrt{x + 12})^2 = x^2$.

Решим полученное уравнение:

$$x^2 - x - 12 = 0.$$

Тогда $D = 49$, $x = -3$, $x = 4$.

Проверка: -3 : $\sqrt{-3 + 12} - (-3) = 0$,

$$\sqrt{9 + 3} = 0$$

$$6 = 0 - \text{не}$$

верно, т.е. -3

посторонний

корень

4 : $\sqrt{4 + 12} - 4 = 0$,

$$\sqrt{16} - 4 = 0,$$

$$4 - 4 = 0;$$

$$0 = 0 - \text{верно,}$$

Ответ: 4

Решение иррациональных уравнений с радикалами нечётной степени

Решим совместными усилиями иррациональное уравнение: $\sqrt[7]{x+5} + 2 = 0$.

Решение:

Уединим радикал : $\sqrt[7]{x+5} = -2$.

Возведем обе части уравнения в 7 степень: $x + 5 = -128$.

Решим полученное уравнение: $x = -128 - 5$,
 $x = -133$.

Ответ: -133

Сегодня мы познакомились с решением иррациональных уравнений и убедились в необходимости делать проверку, если возводили обе части уравнения в четную степень.

Спасибо за внимание!