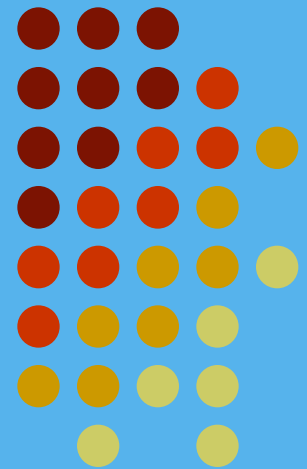


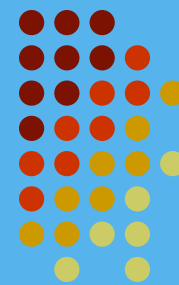
# Теория механизмов и машин

## Лекция 13 Синтез зубчатых передач.

Лектор: ассистент каф. 202  
Светличный Сергей Петрович  
ауд. 246 м.к

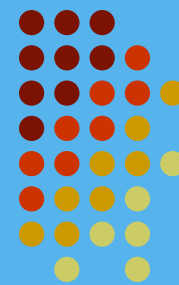


# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



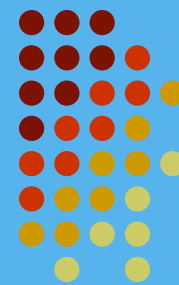
- Зубчатые колеса, нарезанные инструментальной рейкой, могут образовывать три вида передач:
- Положительную передачу, когда коэффициент суммы смещений положителен:  $x_{\Sigma} = (x_1 + x_2) > 0$
- Отрицательную передачу, когда  $x_{\Sigma} < 0$
- Нулевую передачу, когда  $x_{\Sigma} = 0$

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



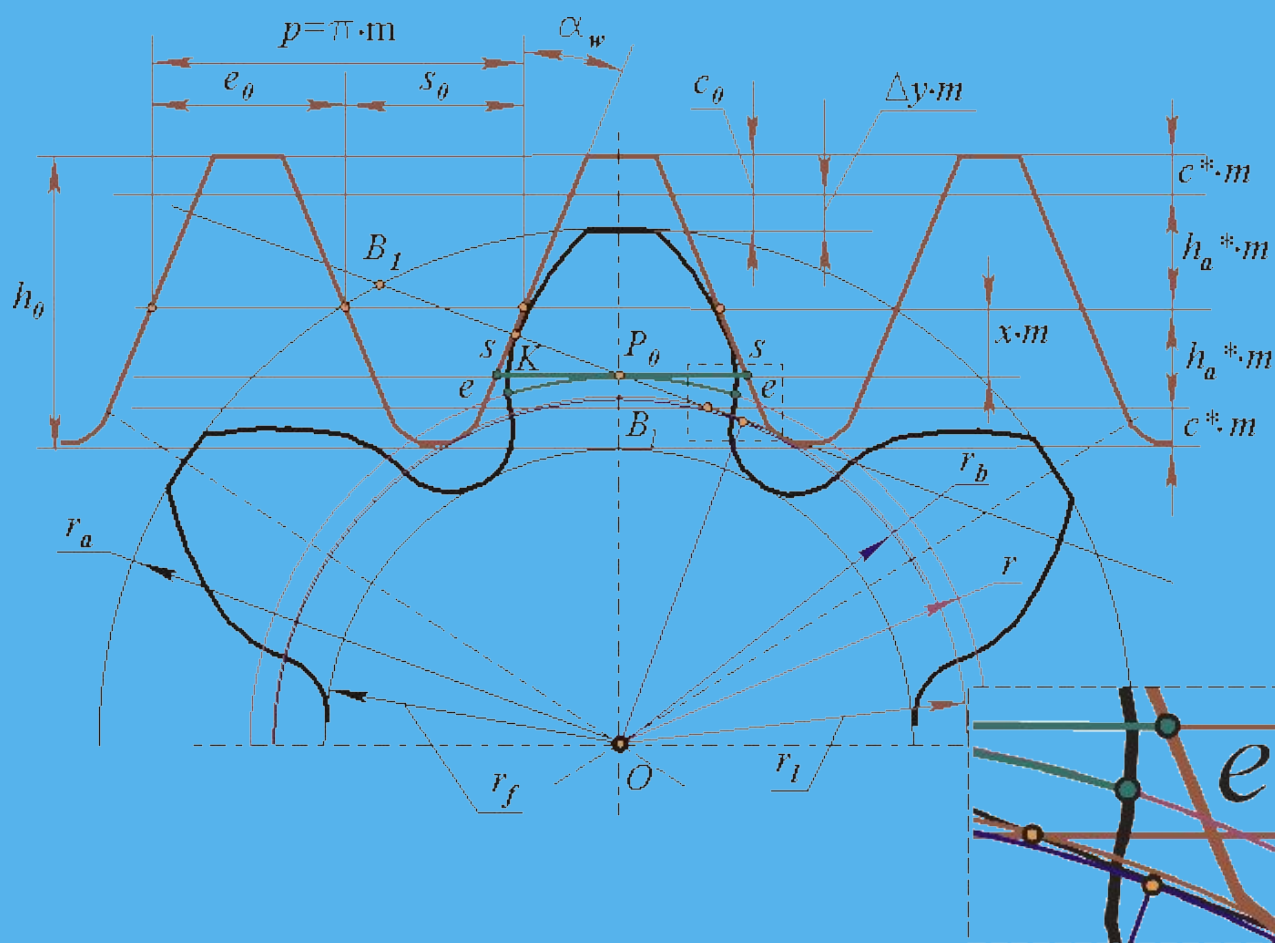
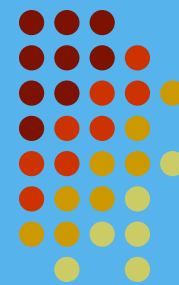
- Положительная передача может состоять: из двух положительных колес; из одного положительного, а другого нулевого, из одного положительного, а другого отрицательного (если положительный коэффициент смещения по абсолютной величине больше отрицательного).

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.

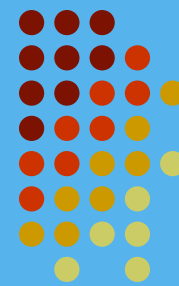


- В отрицательную передачу могут входить: два отрицательных колеса; одно отрицательное, а другое нулевое; одно отрицательное, а другое положительное (если отрицательный коэффициент смещения по абсолютной величине больше положительного).
- Нулевая передача может быть образована парой нулевых колес или положительным и отрицательным колесом с равными коэффициентами смещения.

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



- Радиус делительной окружности  $r = \frac{mz}{2}$

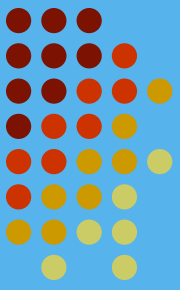
- Радиус основной окружности

$$r_b = r \cdot \cos \alpha = \frac{mz}{2} \cos \alpha$$

- Радиус окружности впадин

$$r_f = r - h_a^* \cdot m - c^* \cdot m + x \cdot m = m \left( \frac{z}{2} - h_a^* - c^* + x \right)$$

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



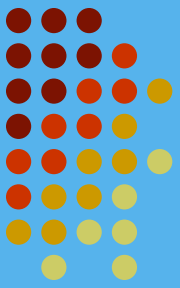
- Радиус окружности, проходящей через граничную точку L:

$$r_l = \sqrt{\rho_l^2 + r_b^2} \quad \rho_l = r_b \operatorname{tg} \alpha_l$$

$$\operatorname{tg} \alpha_l = \operatorname{tg} \alpha - \frac{(h_a^* - x)m}{r_b \cdot \sin \alpha}$$

$$\rho_l = r_b \operatorname{tg} \alpha - \frac{(h_a^* - x)m}{\sin \alpha} = \frac{mz}{2} \sin \alpha - \frac{(h_a^* - x)m}{\sin \alpha}$$

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



- Толщина зуба по дуге делительной окружности.

$$s = e = \frac{\pi m}{2} + 2\Delta = \frac{\pi m}{2} + 2xmtg\alpha$$

- Толщина зуба по дуге окружности произвольного радиуса  $r_y$

$$s_y = 2r_y\psi_y = 2r_y(\psi + \theta - \theta_y) = 2r_y\left(\frac{s}{2r} + inv\alpha - inv\alpha_y\right)$$



# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.

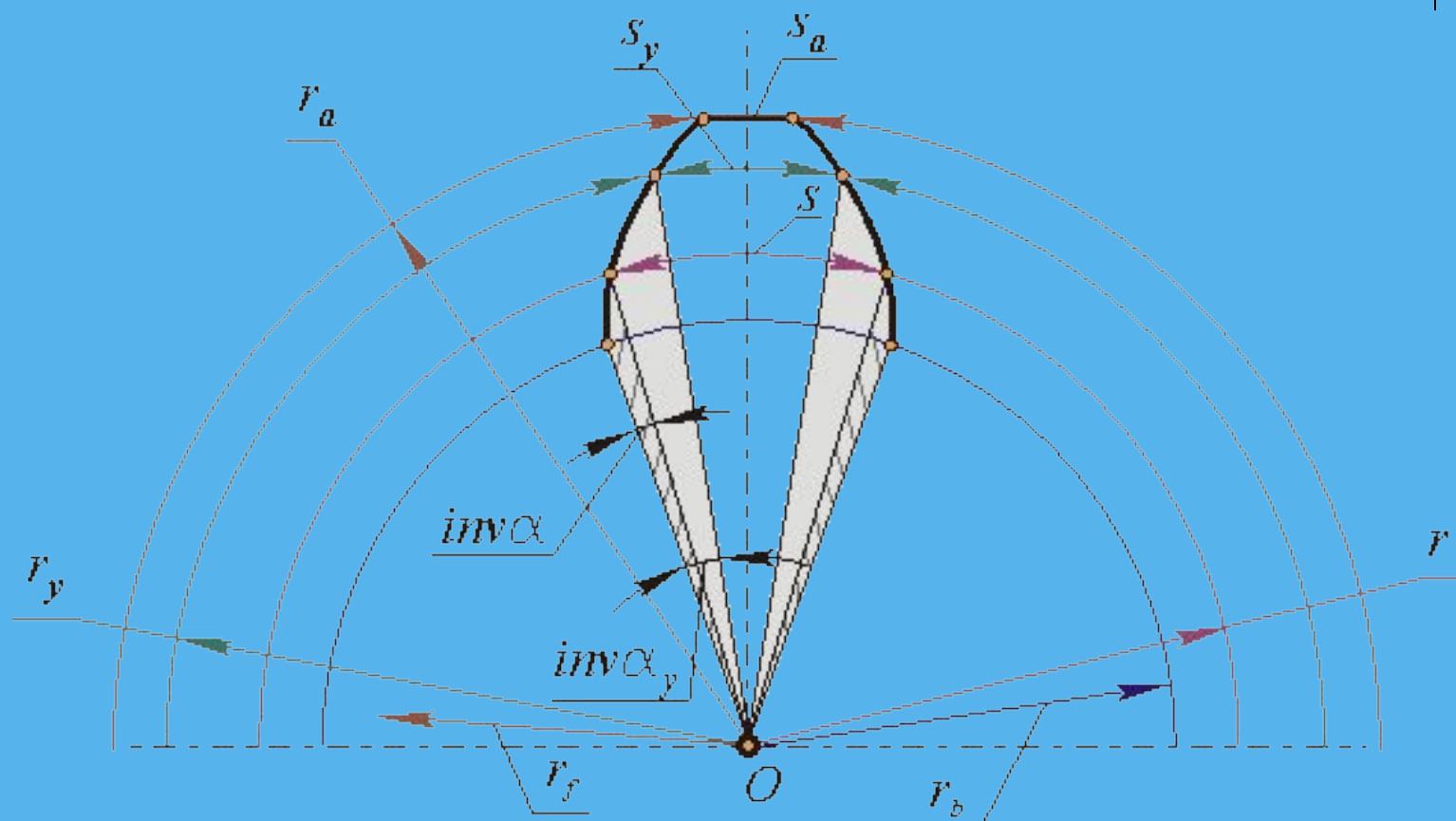
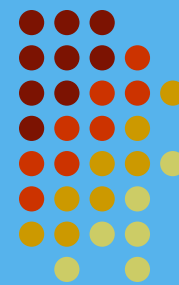
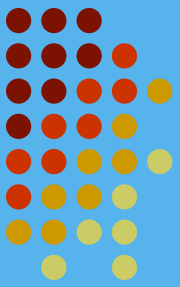


рис 12.2

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



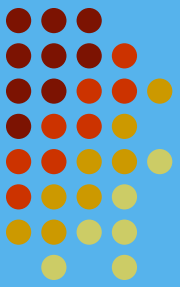
- Угол зацепления определен из условия зацепления без боковых зазоров

$$inv\alpha_w = \frac{(s_1 + s_2)z_1 - 2\pi r_1}{2r_1(z_1 + z_2)} + inv\alpha$$

$$inv\alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2)tg\alpha}{z_1 + z_2} + inv\alpha$$

- Для положительной передачи:  $\alpha_w > \alpha$ , для отрицательной передачи  $\alpha_w < \alpha$ , для нулевой передачи  $\alpha_w = \alpha$

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



- Радиус начальной окружности

$$r_w = \frac{r_b}{\cos \alpha_w} \quad r_w = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{mz}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$$

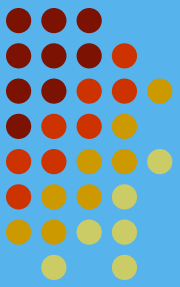
- Межосевое расстояние

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$$

- Делительное межосевое расстояние  
нулевой передачи:

$$a = r_1 + r_2 = \frac{m}{2} (z_1 + z_2)$$

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.

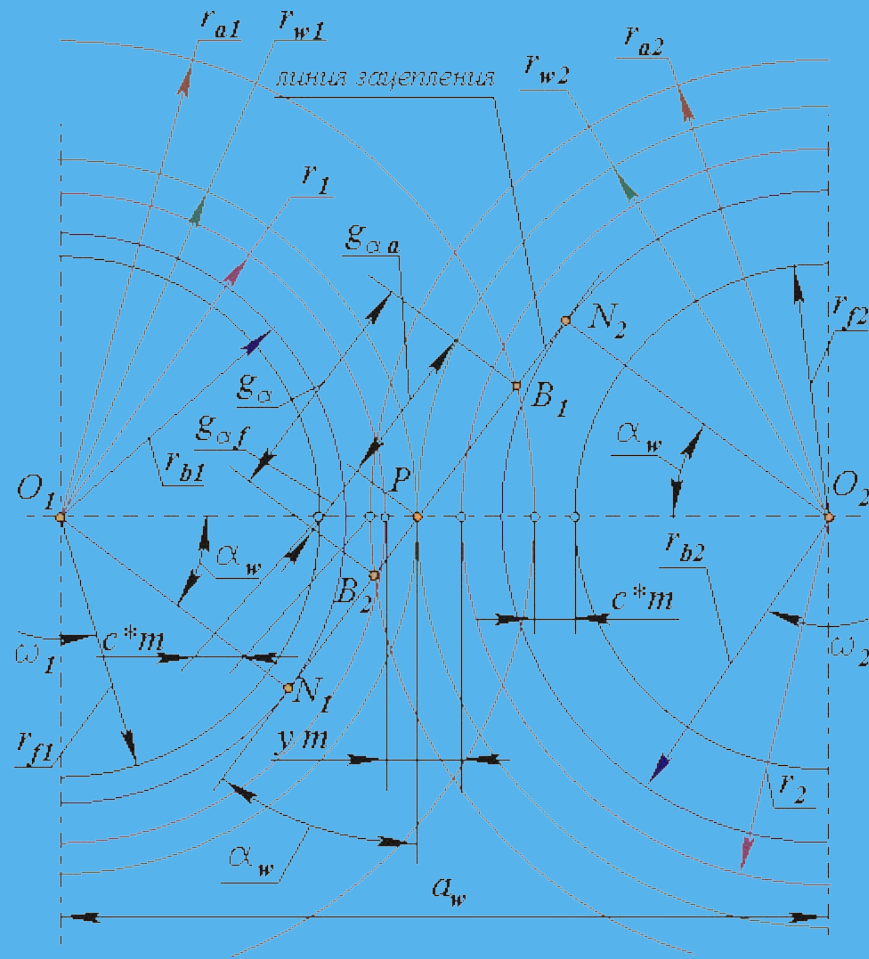
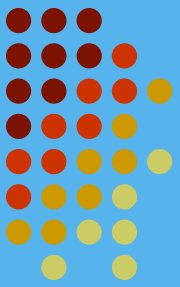


- Делительное межосевое расстояние нулевой передачи:

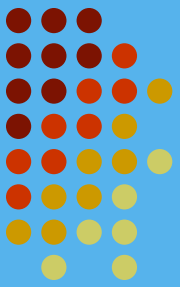
$$a_w = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$$

- При  $x_\Sigma \neq 0$   $a_w - a < (x_1 + x_2)m$
- Разность  $a_w - a$  называется воспринимаемым смещением

# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



- Отношение воспринимаемого смещения к модулю называется коэффициентом воспринимаемого смещения:

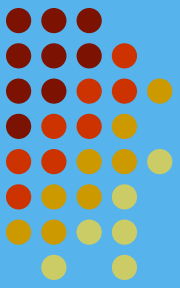
$$y = \frac{a_w - a}{m}$$

- Величина на которую надо сблизить оси колес, чтобы устранить боковой зазор между зубьями, называется уравнительным смещением –  $\Delta y \cdot m$

- Коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_{\Sigma} - y$$

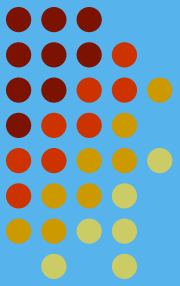
# Геометрический расчет ЗП, образованных из колес, нарезанных инструментальной рейкой.



- Радиус окружности вершин зубьев

$$r_a = r + h_a^* m + xm - \Delta y m = m \left( \frac{z}{2} + h_a^* + x - \Delta y \right)$$

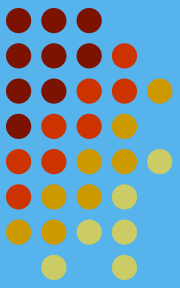
# Интерференция зубьев, нарезанных реечным инструментом.



- Интерференцией называется такое явление, когда часть пространства оказывается одновременно занята двумя взаимодействующими зубьями. При этом траектория относительного движения точки, принадлежащей кромке зуба одного колеса, накладывается на переходную кривую другого.
- В реальных условиях встреча кромки зуба одного колеса с переходной поверхностью зуба другого колеса приводит к заклиниванию зубчатой передачи.

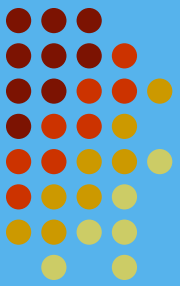


# Интерференция зубьев, нарезанных реечным инструментом.



- Установим условия, при соблюдении которых интерференции зубьев не будет.
- Участки профилей зубьев от точки  $a_1$  до окружности вершин первого колеса и от точки  $b_1$  до окружности вершин второго колеса являются активными профилями зубьев, а точки  $a_1$  и  $b_1$  – нижними точками активных профилей зубьев.

# Интерференция зубьев, нарезанных реечным инструментом.



- Интерференция будет отсутствовать, если:

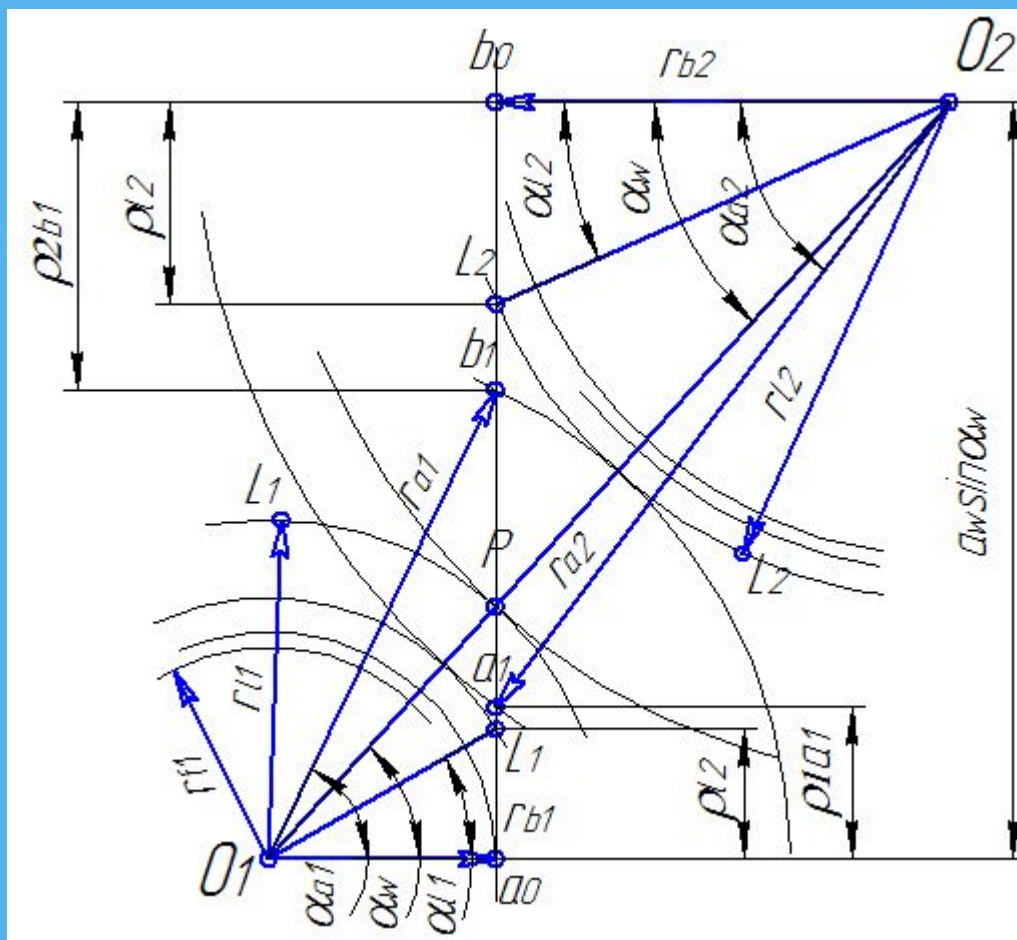
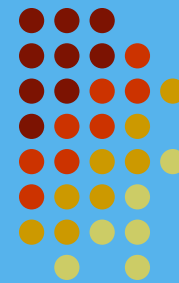
$$\rho_{l_1} \leq \rho_{1_{a_1}} \quad \rho_{l_2} \leq \rho_{2_{b_1}}$$

- где  $\rho_{l_1}$  и  $\rho_{l_2}$  - радиусы кривизны профилей зубьев в граничных точках  $L_1$  и  $L_2$

- $$\rho_{l_1} = \frac{mz_1}{2} \sin \alpha - \frac{(h_a^* - x_1)m}{\sin \alpha}$$

$$\rho_{l_2} = \frac{mz_2}{2} \sin \alpha - \frac{(h_a^* - x_2)m}{\sin \alpha}$$

# Интерференция зубьев, нарезанных реечным инструментом.



# Интерференция зубьев, нарезанных реечным

## инструментом.

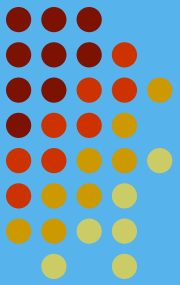
- $\rho_{1_{a_1}}$  и  $\rho_{2_{b_1}}$  - радиусы кривизны активных профилей зубьев в нижних точках.

$$\rho_{1_{a_1}} = a_0 b_0 - a_1 b_0 = a_w \sin \alpha_w - r_{b_2} \operatorname{tg} \alpha_{a_2}$$

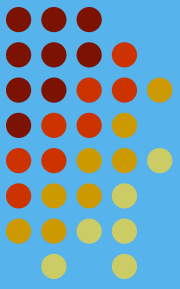
$$\rho_{2_{b_1}} = a_0 b_0 - b_1 a_0 = a_w \sin \alpha_w - r_{b_1} \operatorname{tg} \alpha_{a_1}$$

$$\rho_{1_{a_1}} = m \cos \alpha \left[ (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{z_2}{2} \operatorname{tg} \alpha_{a_2} \right]$$

$$\rho_{2_{b_1}} = m \cos \alpha \left[ (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{z_1}{2} \operatorname{tg} \alpha_{a_1} \right]$$

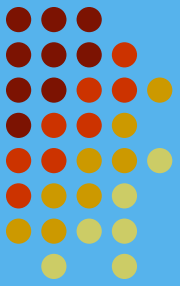


# Качественные показатели зубчатого зацепления.



- Качественные показатели дают возможность произвести оценку передачи при ее проектировании в отношении плавности и бесшумности зацепления, возможного износа и прочности зубьев колес.
- К качественным показателям зацепления относятся: коэффициент торцевого перекрытия ( $\varepsilon_\alpha$ ), удельные скольжения профилей зубьев ( $u_1$ ) и ( $u_2$ ), геометрический коэффициент удельного давления ( $v$ ).

# Коэффициент торцевого перекрытия.

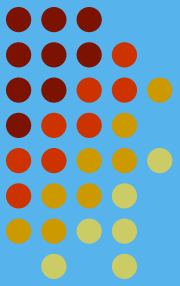


- Коэффициентом перекрытия называется величина отношения угла перекрытия зубчатого колеса к его угловому шагу, где под углом перекрытия понимают угол, на который поворачивается колесо за время зацепления одной пары зубьев

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha}}{\tau}$$



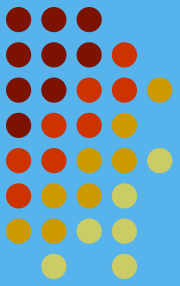
# Коэффициент торцевого перекрытия.



- Коэффициент перекрытия определяет величину зоны двухпарного контакта, когда одновременно зацепляются два последовательно расположенных зуба.
- Коэффициент перекрытия влияет на плавность работы и безударность.
- Коэффициент торцевого перекрытия должен быть больше единицы, с тем, чтобы вторая пара взаимодействующих зубьев успела войти в зацепление, прежде чем первая пара выйдет из зацепления.



# Коэффициент торцевого перекрытия.

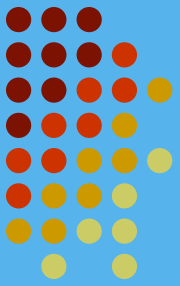


- Геометрический коэффициент перекрытия – отношение дуги зацепления к окружному шагу:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{a_{\text{б}} - a_{\text{в}}}{P_w} = \frac{(ab)}{P_b} = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha_w}$$

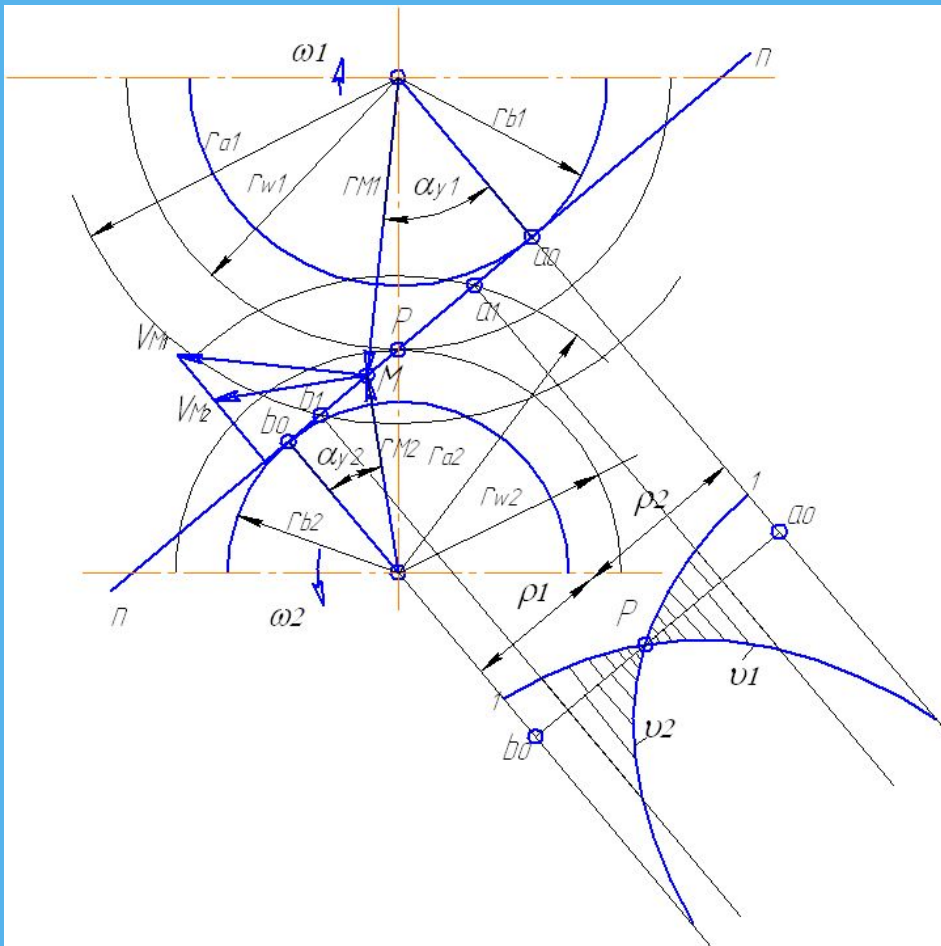
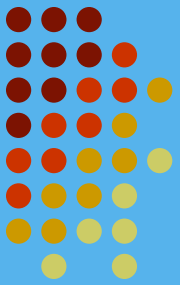
$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a_2} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a_1} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{2\pi}$$

# Коэффициент торцевого перекрытия.



- Коэффициент торцевого перекрытия не зависит от модуля, увеличивается при увеличении чисел зубьев  $z_1$  и  $z_2$  и уменьшается при увеличении  $\alpha_w$ .
- Для прямозубого внешнего зацепления
$$1,05 \leq \varepsilon_{\alpha} < 1,98$$

# Удельные скольжения



$$v_{\tilde{n}\tilde{e}} = v_{M_1M_2} = v_{M_1}^{\tau} - v_{M_2}^{\tau}$$

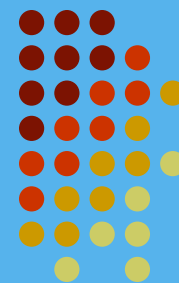
$$v_{\tilde{n}\tilde{e}} = v_{M_2M_1} = v_{M_2}^{\tau} - v_{M_1}^{\tau}$$

$$v_{\tilde{n}\tilde{e}} = Mp(\omega_1 + \omega_2) = Mp\omega^r$$

$$\mathcal{G}_1 = \frac{v_{\tilde{n}\tilde{e}}}{v_{\dot{I}_1}^{\tau}}$$

$$\mathcal{G}_2 = \frac{v_{\tilde{n}\tilde{e}}}{v_{\dot{I}_2}^{\tau}}$$

# Удельные скольжения

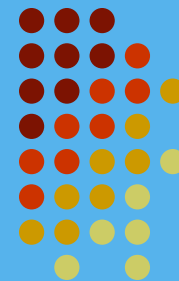


- Для оценки абразивного износа поверхности зуба принято удельное скольжение – отношение скорости скольжения к скорости перемещения точки контакта по поверхности зуба.

$$\mathcal{G}_1 = 1 - \frac{v_{M_2}^\tau}{v_{\dot{I}_1}^\tau}$$

$$\mathcal{G}_2 = 1 - \frac{v_{M_1}^\tau}{v_{\dot{I}_2}^\tau}$$

# Удельные скольжения



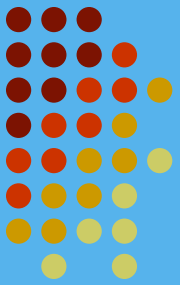
$$v_{M_1}^{\tau} = v_{M_1} \sin \alpha_{y_1} = \omega_1 r_{M_1} \sin \alpha_{y_1} = \omega_1 \rho_1$$

$$v_{M_2}^{\tau} = v_{M_2} \sin \alpha_{y_2} = \omega_2 r_{M_2} \sin \alpha_{y_2} = \omega_2 \rho_2$$

$$g_1 = 1 - \frac{\omega_2 \rho_2}{\omega_1 \rho_1} = 1 - \frac{z_1 \rho_2}{z_2 \rho_1}$$

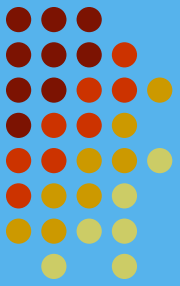
$$g_2 = 1 - \frac{\omega_1 \rho_1}{\omega_2 \rho_2} = 1 - \frac{z_2 \rho_1}{z_1 \rho_2}$$

# Геометрический коэффициент удельного давления



- Основной причиной выхода из строя закрытых, хорошо смазанных передач является усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев, вызываемое переменными контактными напряжениями.
- Если принять эвольвентные поверхности на отдельных участках зубьев за поверхности круговых цилиндров, радиусы которых равны радиусам кривизны эвольвентных поверхностей в точках их контакта, то максимальное контактное напряжение можно определить по формуле Герца:

# Геометрический коэффициент удельного давления



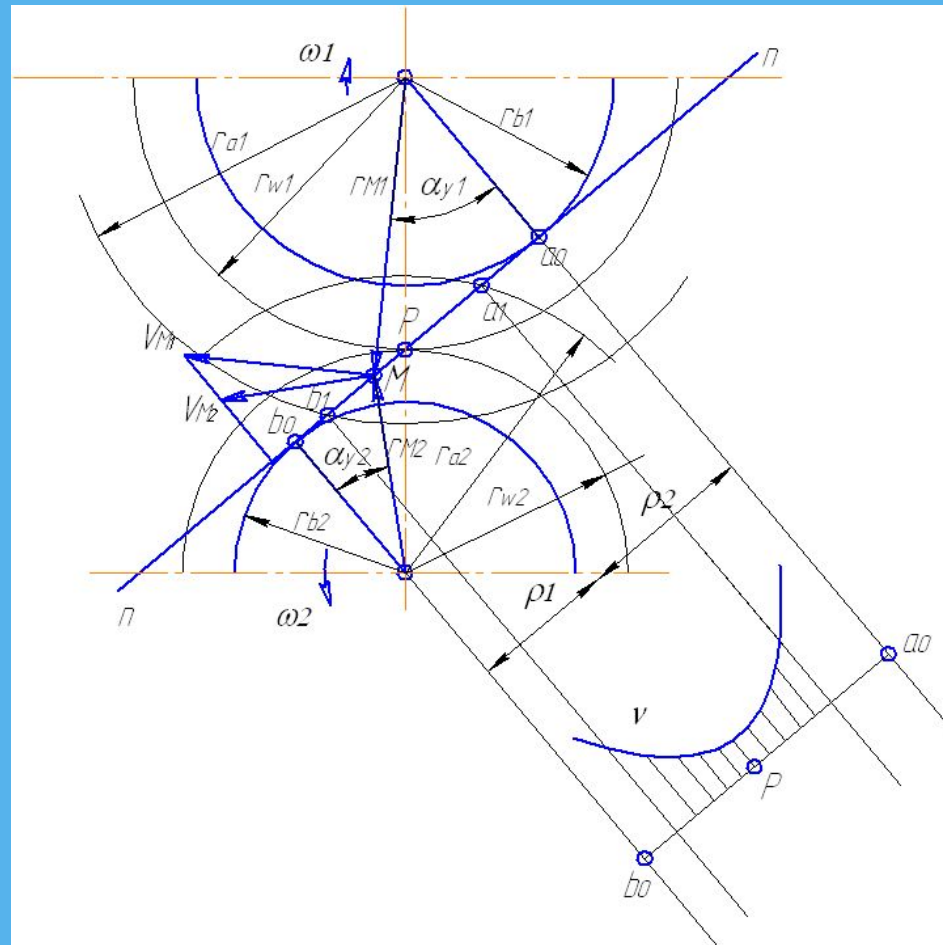
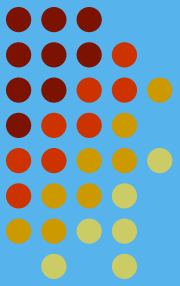
$$\sigma_{\dot{e}} = 0,418 \sqrt{\frac{D_i \dot{A}_{i\delta}}{b \rho_{i\delta}}}$$

где  $P_n$  – нормальное давление на зубьях;

$E_{i\delta} = \frac{2\dot{A}_1\dot{A}_2}{\dot{A}_1 + \dot{A}_2}$  - приведенный модуль упругости материала зубчатых колес;

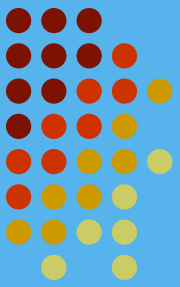
$b$  – ширина обода колеса;  $\frac{1}{\rho_{i\delta}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}$  - величина, обратная приведенному радиусу кривизны (знак минус для внутреннего зацепления).

# Геометрический коэффициент удельного давления





# Геометрический коэффициент удельного давления



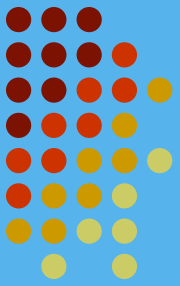
- Геометрическим коэффициентом удельного давления называется отношение модуля к приведенному радиусу кривизны:

$$\nu = \frac{m}{\rho_{i\delta}}$$

$$\sigma_{\hat{e}} = 0,418 \sqrt{\frac{D_i \dot{A}_{i\delta}}{b \cdot m}} \sqrt{\nu}$$

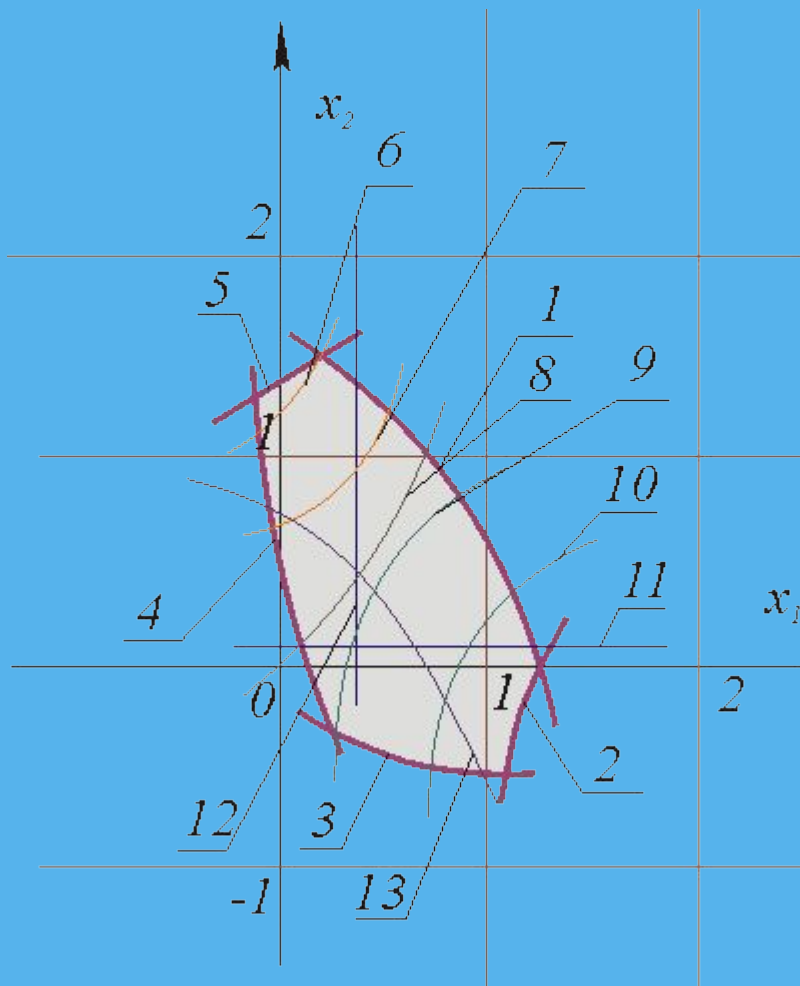
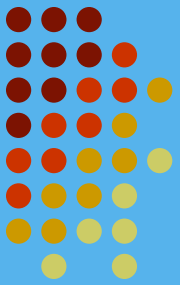
$$\nu = m \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2}$$

# Блокирующий контур



- Блокирующим контуром называется совокупность линий, построенных в системе координат  $x_2$  и  $x_1$  для определенной зубчатой пары и ограничивающих область допустимых значений коэффициентов смещения.

# Блокирующий контур



1 – коэффициент торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha=1$ ;

2 – толщина зуба колеса  $z_1$  по окружности вершин  $Sa_1=0$ ;

3 - допустимое подрезание колеса  $z_2$ ;

4 - допустимое подрезание колеса  $z_1$ ;

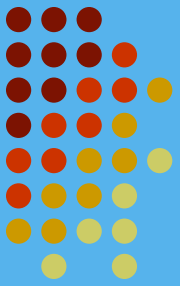
5 – интерференция или заклинивание с переходной кривой колеса  $z_2$ ;

6 – линия  $Sa_2=0,25$  m;

7 - линия  $Sa_2=0,4$  m;

8 – линия выравненных удельных скольжений;

# Блокирующий контур



- 9 – линия  $Sa_1=0,4$  m;
- 10 – линия  $Sa_1=0,25$  m;
- 11 – линия  $x_2=x_{2min}$ ;
- 12 – линия  $x_1=x_{1min}$ ;
- 13 – линия  $\epsilon\alpha =1,2$