



Алгебра логики и таблицы ИСТИННОСТИ

Лекция № 4

Основные понятия

- **Логика** - это наука о формах и способах мышления. Это учение о способах их рассуждений и доказательств.
- **Понятие** - это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющие отличать их от других.
- **Высказывание** - это формулировка своего понимания окружающего мира. Высказывание является повествовательным предложением, в котором что-либо утверждается или отрицается.

- 
- **Умозаключение** - это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (знание или вывод).
 - **Логическая переменная** - это простое высказывание, содержащее только одну мысль.



Ее символическое обозначение - латинская буква (например, А, В, Х, Y и т.д.).

Значением логической переменной могут быть только константы ИСТИНА и ЛОЖЬ (1 и 0).

□ Составное высказывание - логическая функция, которая содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций.

Ее символическое обозначение - $F(A, B...)$

Логические связи

№	Логическая связь	Название	Обозначение	Высказывание	Математическая запись
1	и	конъюнкция логическое умножение	\wedge , & *, And	A и B	$A \wedge B$, $A \& B$ $A * B$, $A \text{ And } B$
2	или	дизъюнкция логическое сложение	\vee +, Or	A или B	$A \vee B$ $A + B$, $A \text{ Or } B$
3	не	инверсия, логическое отрицание	\neg , Not	не A	$\neg A$, Not A
4	Если...то	импликация, логическое следование	\rightarrow , \Rightarrow	Если A, то B	$A \rightarrow B$ $A \Rightarrow B$
5	тогда и только тогда	эквивалентность, равносильность, логическое тождество	\leftrightarrow , \equiv \Leftrightarrow , \sim	A тогда и только тогда, когда B	$A \leftrightarrow B$, $A \equiv B$ $A \Leftrightarrow B$, $A \sim B$

Таблицы истинности

□ **Таблица истинности** — таблица, определяющая значение ложного высказывания при всех возможных значениях простых высказываний

Конъюнкция			Дизъюнкция			Инверсия		Импликация			Эквивалентность		
A	B	$A \wedge B$	A	B	$A \vee B$	A	$\neg A$	A	B	$A \rightarrow B$	A	B	$A \equiv B$
0	0	0	0	0	0			0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1			1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны			Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, и истинным в остальных случаях			Вывод: результат будет ложным, если исходное выражение истинно, и наоборот		Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда из истинного основания (A) следует ложное следствие (B)			Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны		

□ Если составное высказывание (логическую функцию) выразить в виде формулы, в которую войдут логические переменные и знаки логических операций, то получится **логическое выражение**, значение которого можно вычислить.

Значением логического выражения могут быть только ЛОЖЬ или ИСТИНА.



При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций, а именно:

1) действия в скобках;

2) инверсия (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow), эквивалентность (\equiv).

Для составления таблицы необходимо:

1. Выяснить количество строк в таблице (вычисляется как 2^n+1 , где n — количество переменных).
2. Выяснить количество столбцов = количество переменных + количество логических операций.
3. Установить последовательность выполнения логических операций.
4. Построить таблицу, указывая названия столбцов и возможные наборы значений исходных логических переменных.
5. Заполнить таблицу истинности по столбцам.

Пример 1

- Построим таблицу истинности для выражения $F = (A \vee B) \& (\neg A \vee \neg B)$.
- Количество строк = 2^2 (2 переменных) + 1 (заголовки столбцов) = 5.
- Количество столбцов = 2 логические переменные (A, B) + 5 логических операций (\vee , $\&$, \neg , \vee , \neg) = 7.
- Расставим порядок выполнения операций: 1 5 2 4 3

$$(A \vee B) \& (\neg A \vee \neg B)$$

A	B	$A \vee B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$	$(A \vee B) \& (\neg A \vee \neg B)$
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Логические схемы

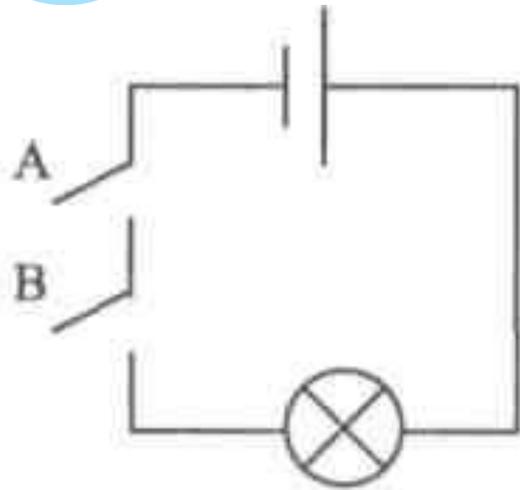


Схема 1.

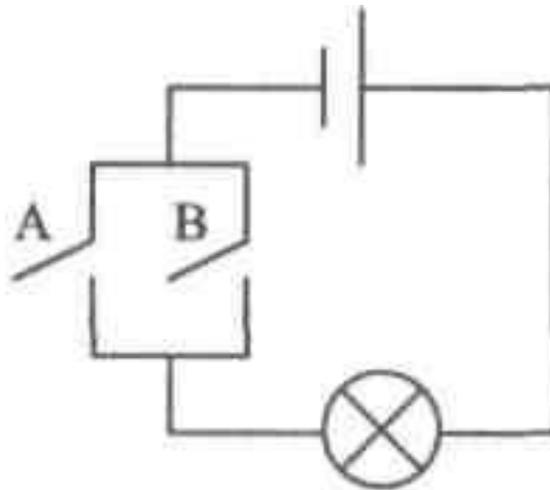


Схема 2.

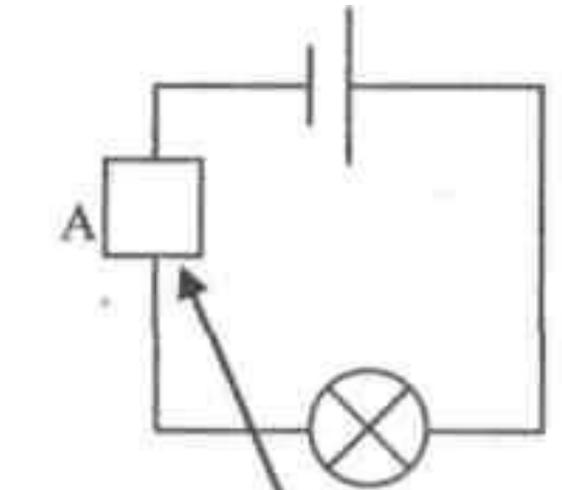


Схема 3.
(автоматический ключ)

Конъюнкция			Дизъюнкция			Инверсия	
A	B	Результат	A	B	Результат	A	
1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1		
0	0	0	0	0	0		
Конъюнктор			Дизъюнктор			Инвертор	

Элементы, реализующие базовые логические операции, назвали базовыми логическими элементами или **вентилями** и характеризуются они не состоянием контактов, а наличием сигналов на входе и выходе элемента.

Их названия и условные обозначения являются стандартными и используются при составлении и описании логических схем компьютера.

Правило построение логических схем

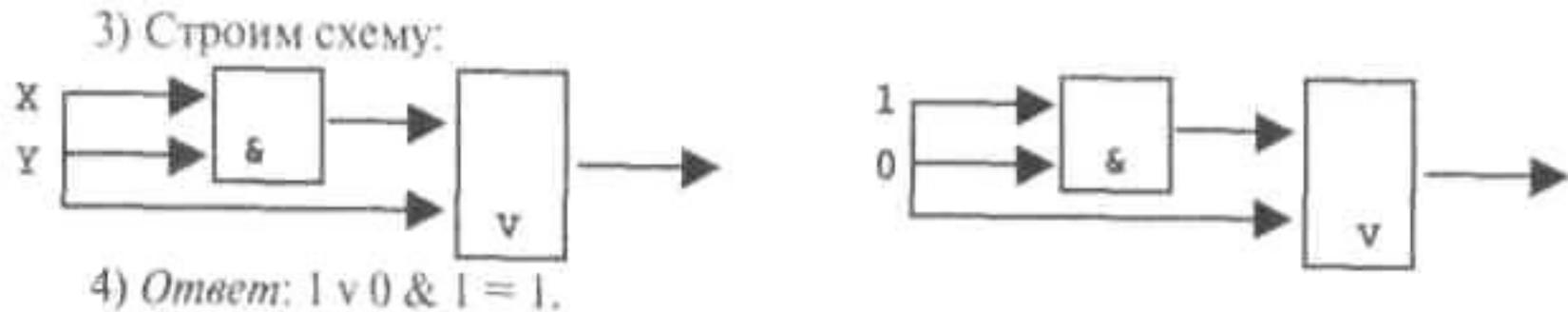
- 1) Определить число логических переменных.
- 2) Определить количество базовых логических операций и их порядок.
- 3) Изобразить для каждой логической операции соответствующий ей вентиль.
- 4) Соединить вентили в порядке выполнения логических операций.

Пример 2

Пусть $X =$ истина, $Y =$ ложь. Составить логическую схему для следующего логического выражения: $F = X \vee Y \& X$.

Две переменные - X и Y . 2 1

Две логические операции: $X \vee Y \& X$.



Задание 1.

**Составьте таблицы истинности для
следующих логических
выражений:**

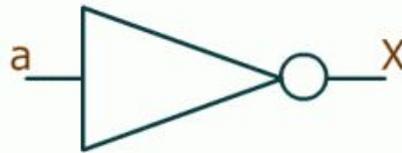
1. $F = (X \& \neg Y) \vee Z.$
2. $F = X \& Y \vee X.$
3. $F = \neg(X \vee Y) \& (Y \vee X).$
4. $F = \neg((X \vee Y) \& (Z \vee X)) \& (Z \vee Y).$
5. $F = A \& B \& C \& \neg D.$
6. $F = (A \vee B) \& (\neg B \vee A \vee B)$

Основные вентили: НЕ, ИЛИ-НЕ, И-НЕ

Обозначения

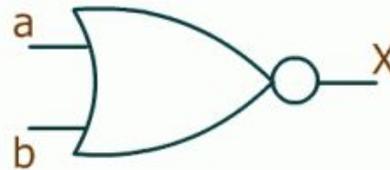
Таблицы истинности

НЕ



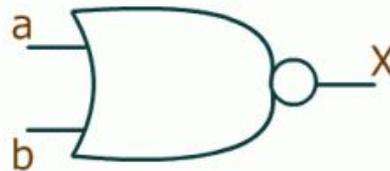
a	X
0	1
1	0

ИЛИ-НЕ



a	b	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

И-НЕ

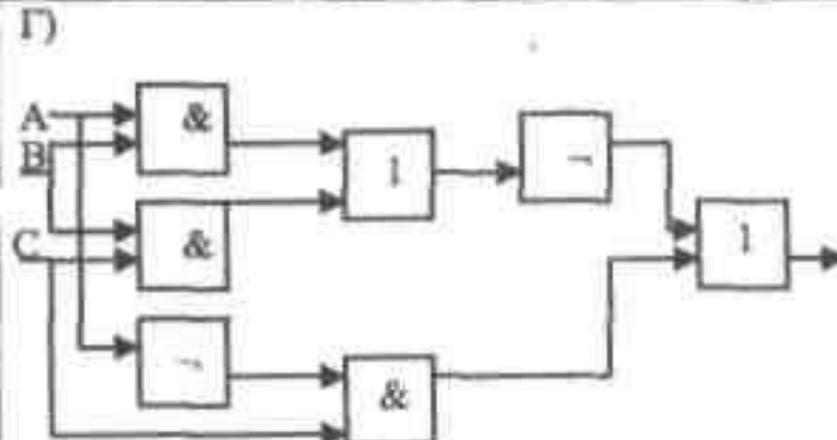
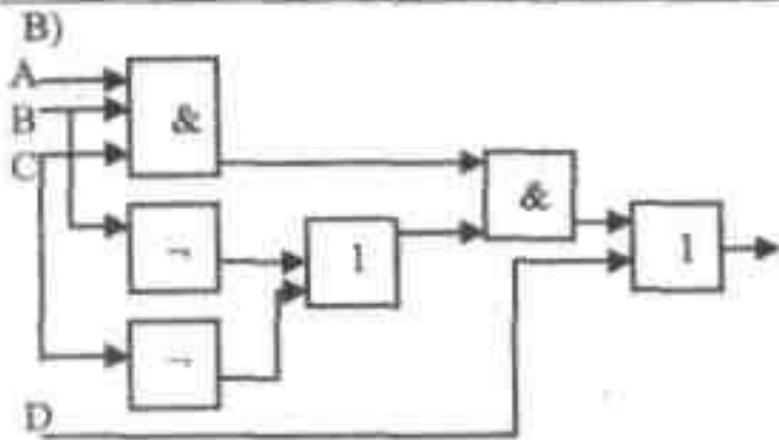
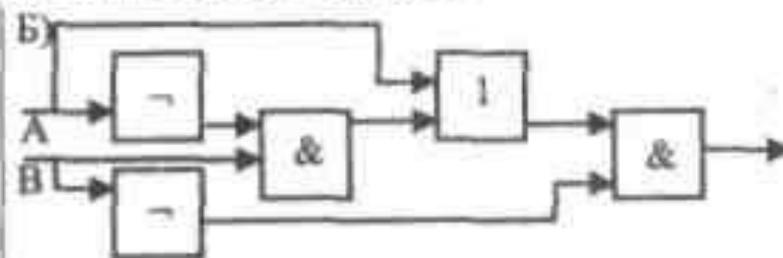
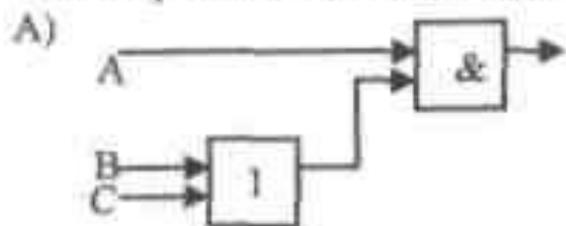


a	b	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Вход		Выход										
десятичный	двоичный				поворот				назад	вперед	скор	
	8	4	2	1	HRT	HLT	SRT	SLT	R	F	SLO	MED
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
2	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
5	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
6	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
9	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
10	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
11	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
12	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
13	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
15	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0

Задание 2.

Постройте логическое выражение по логической схеме:

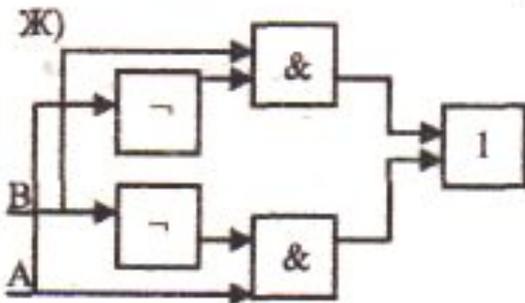
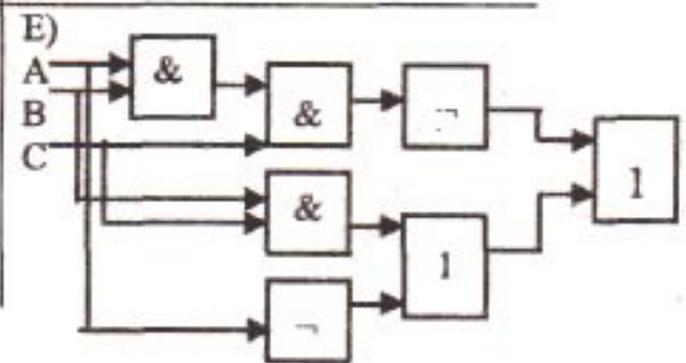
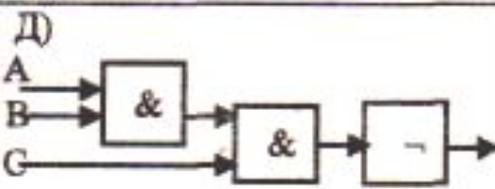
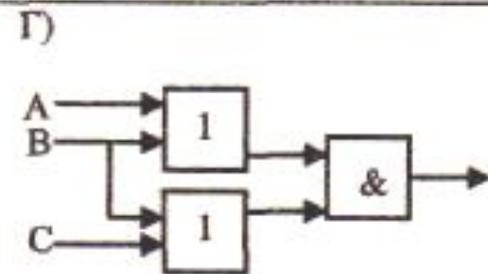
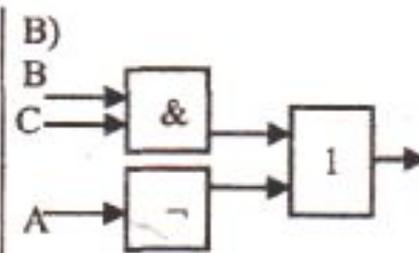
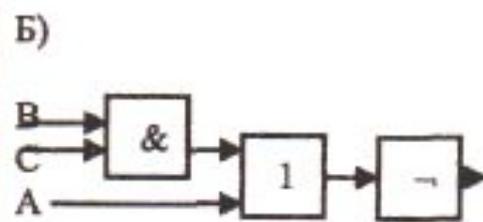
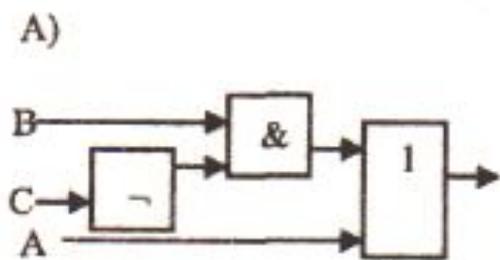


Задание 3.

- Постройте логическую схему, соответствующую логическому выражению, и найдите значение логического выражения:
1. $F = A \vee B \& \neg C$, если $A=1, B=1, C=1$.
 2. $F = \neg(A \vee B \& C)$, если $A=0, B=1, C=1$.
 3. $F = \neg A \vee B \& C$, если $A=1, B=0, C=1$.
 4. $F = (A \vee B) \& (C \vee B)$, если $A=0, B=1, C=0$.
 5. $F = \neg(A \& B \& C)$, если $A=0, B=0, C=1$.
 6. $F = (A \& B \& C) \vee (B \& C \vee \neg A)$, если $A=1, B=1, C=0$.
 7. $F = B \& \neg A \vee \neg B \& A$, если $A=0, B=0$.

Задание 4.

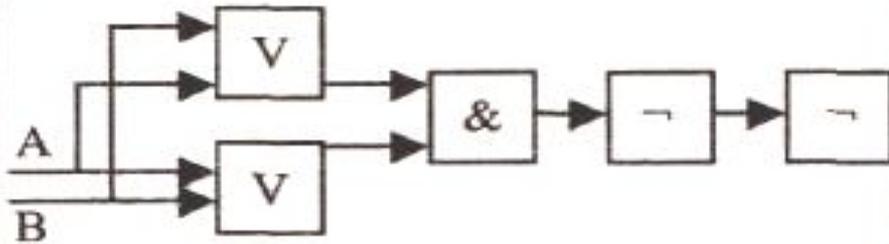
□ Постройте логические выражения к логическим схемам:



Задание 5.

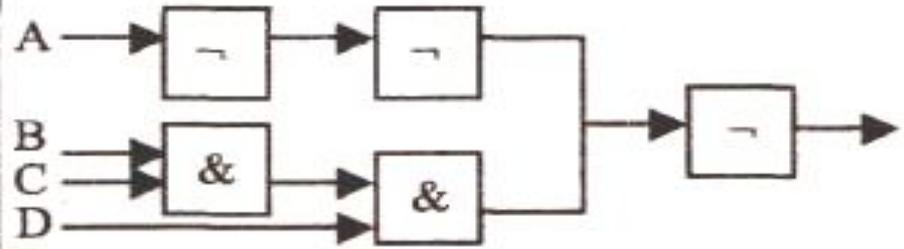
Вариант 1

1. Составьте логическую схему к выражению: $F = (A \vee B) \& (A \& B)$.
2. Составьте логическое выражение по схеме:



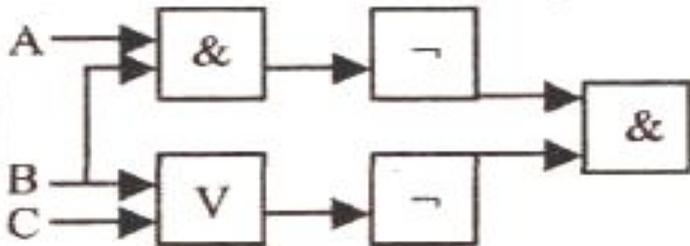
Вариант 2

1. Составьте логическую схему к выражению: $F = A \vee B \& (A \& B)$.
2. Составьте логическое выражение по схеме:



Вариант 3

1. Составьте логическую схему к выражению: $F = (A \& B \& C) \vee D$.
2. Составьте логическое выражение по схеме:



Вариант 4

1. Составьте логическую схему к выражению: $F = A \vee B \& A$.
2. Составьте логическое выражение по схеме:

