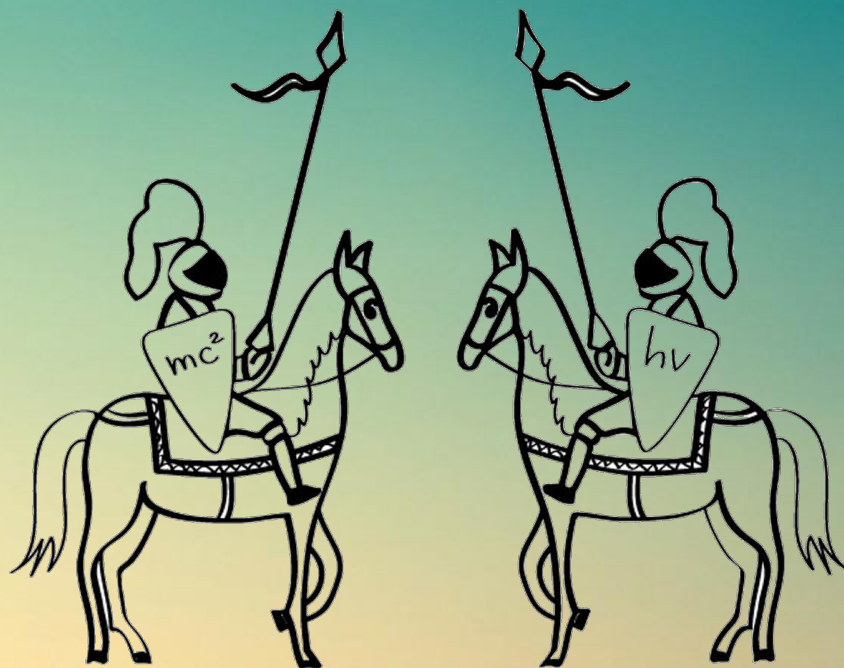


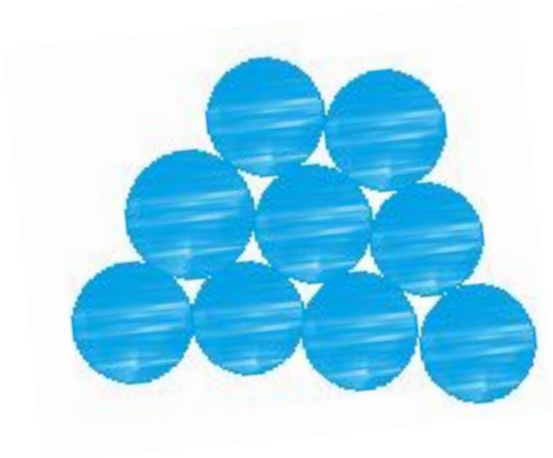
# Турнир Юных Физиков 2015



# Формулировка задачи

Доля пространства, занятого частицами сыпучего материала, зависит от формы частиц. Насыпьте в коробку несферических частиц — таких как рисовые зёрна, спички или драже M&M's. Как зависят от существенных параметров такие характеристики, как координационное число, ориентационный порядок или объёмная доля случайной плотной упаковки?

# Форма частиц



Объемная доля случайной упаковки.

Мы предположили, что чем ближе форма частиц, занимающих место в пространстве, к сферическим, тем больше у этих частиц объемная доля случайной упаковки.

# Форма частиц

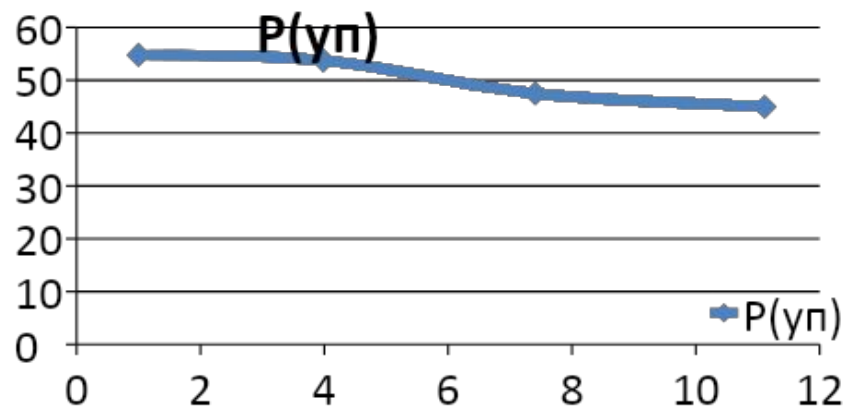
Результаты измерений:

	Vo (не тр.)	Vo(тр.)	V (не тр.)	V (тр.)	ρо трясти	ρо не трясти
Длинные 1,5см	7,5	5,5	10	10	45	25
Короткие тонкие 1,0 см	6,5	4,2	10	8	47,5	35
Толстые 1,0 см	6	3,7	10	8	53,75	40
Случайно (1,0-1,5 см)	7,2	3,5	10	7	50	28
Шарики (R=4,5 мм)	3,4	3,3	7,4	7,3	54,79	54,05

$$\rho_o = \frac{V - V_o}{V} * 100\%$$

# Форма частиц

Отношение полуосей частиц  
влияет на объемную долю  
упаковки.



Толщина (мм)	Длина (мм)	Отн. полуосей	P(уп)
1,35	15,00	11,11111	45
1,35	10,00	7,407407	47,5
2,51	10,00	3,984064	53,75
4,50	4,50	1	54,79

# Форма частиц



## Вывод:

Чем ближе форма частицы к сферической, тем больше объемная доля случайно плотной упаковки. Для несферических частиц их встряхивание значительно увеличивает ОДУ, в отличие от сферических.

# Давление

Объемная доля случайной упаковки. Мы предположили, что чем больше давление верхних частиц на нижние, тем больше доля случайно плотной упаковки в этом месте.



# Давление

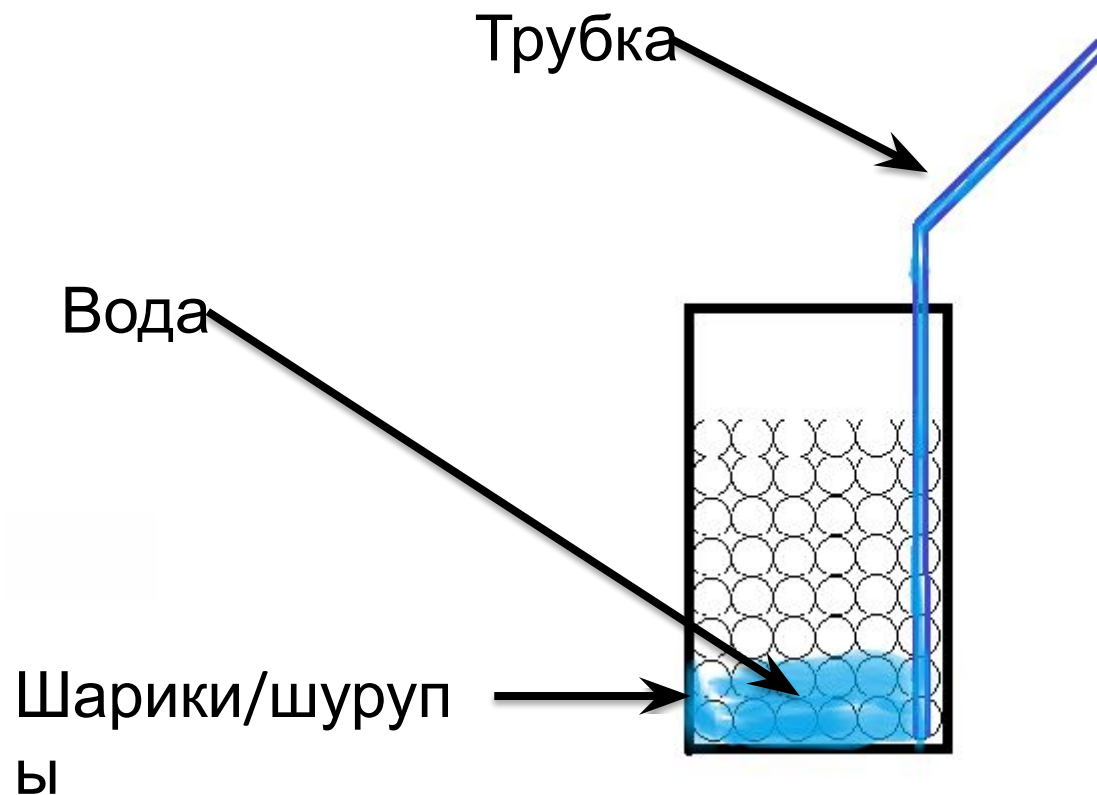
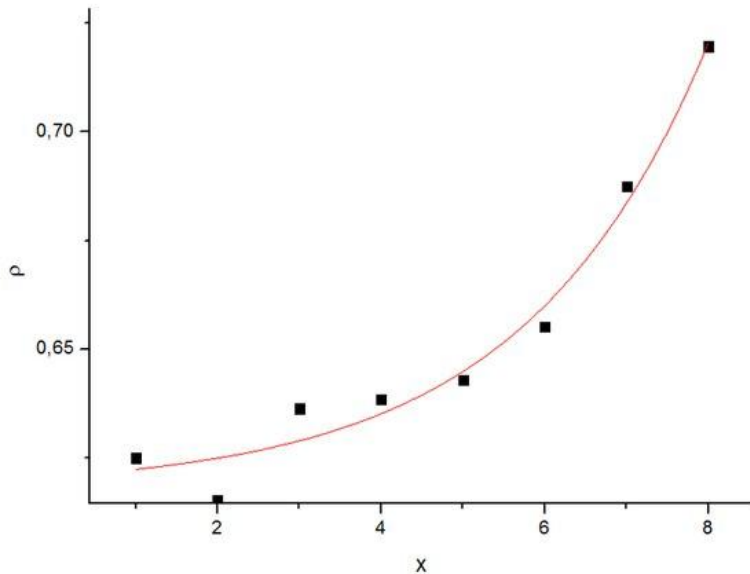


Схема эксперимента:

# Давление



# Давление



A handwritten diagram of a fluid element in a tube. The tube has a cross-sectional area  $S$ . The fluid element has a length  $dx$  and is located at a depth  $x_0$  from the surface. The pressure at the top of the element is  $P$  and at the bottom is  $P + \Delta P$ . The weight of the fluid element is  $F = mg = \rho(x_0) \cdot Vg = P$ .

$$P(x_0 + dx) = P(x_0) + \Delta P$$
$$F = \frac{mg}{S} = \frac{\rho(x_0) \cdot Vg}{S} = P$$
$$P = \frac{\rho(x_0) S dx g}{S} = \rho(x_0) dx g;$$
$$P(x_0 + dx) = P(x_0) + k \rho(x_0) \cdot dx;$$
$$dP = P(x_0 + dx) - P(x_0);$$
$$d\rho(x_0) = k \rho(x_0) dx;$$
$$dP = k \rho dx;$$
$$\frac{dP}{\rho} = k dx; \quad \int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho} = k \int_0^x dx;$$
$$\ln \frac{P}{P_0} = kx \Big|_0^x; \quad \ln P - \ln P_0 = k(x-0);$$
$$\ln \frac{P}{P_0} = kx; \quad e^{\ln \frac{P}{P_0}} = e^{kx};$$
$$\frac{P}{P_0} = e^{kx}; \quad P = P_0 e^{kx}$$

Математическая модель:

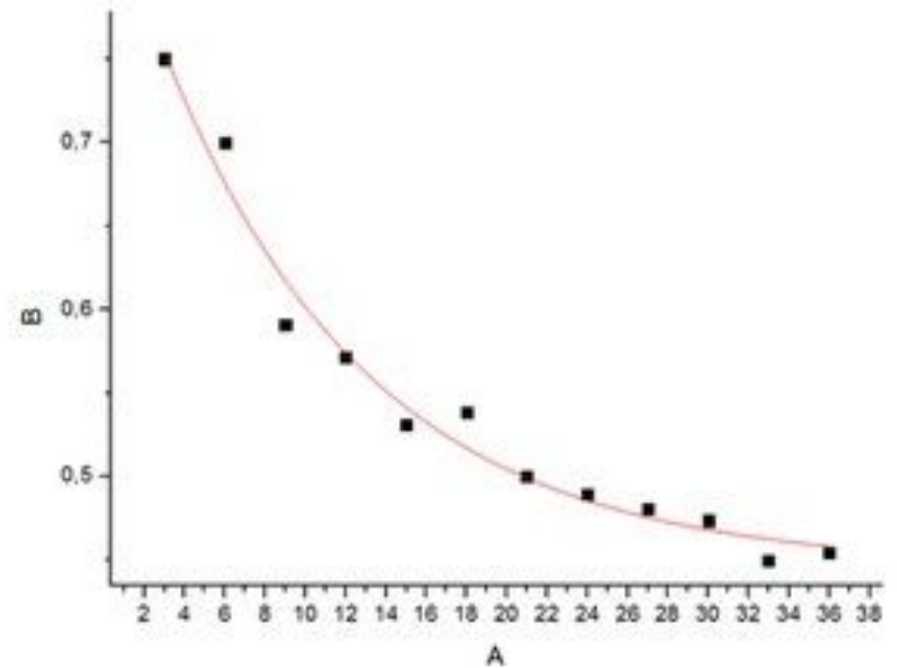
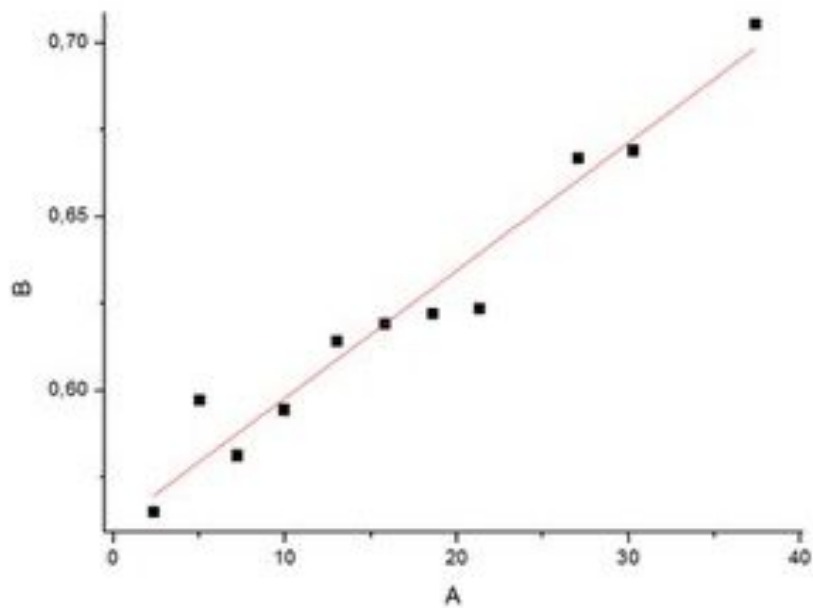
# Давление

$V_{\text{довав}}$ (мл)	$V_{\text{ср}}$ (мл)	$\Delta V_{\text{ср}}$ (мл)
1,0	2,3	2,7
1,0	5,0	2,2
1,0	7,2	2,7
1,0	9,9	3,1
1,0	13,0	2,8
1,0	15,8	2,8
1,0	18,5	2,7
1,0	21,3	2,9
2,0	27,0	3,2
1,0	30,2	3,6
2,0	37,4	

$V_{\text{добав}}$ (мл)	$V_{\text{ср воды}}$ (мл)	$\Delta V_{\text{ср}}$ (мл)
3	12	8
3	20	2
3	22	6
3	28	4
3	32	7
3	39	3
3	42	5
3	47	5
3	52	5
3	57	3
3	60	6
3	66	

Результаты эксперимента с железными шариками:

# Давление



Полученные результаты

# Вывод

Зависимости плотности упаковки от нагружения, оказываемого верхними частицами, не наблюдается

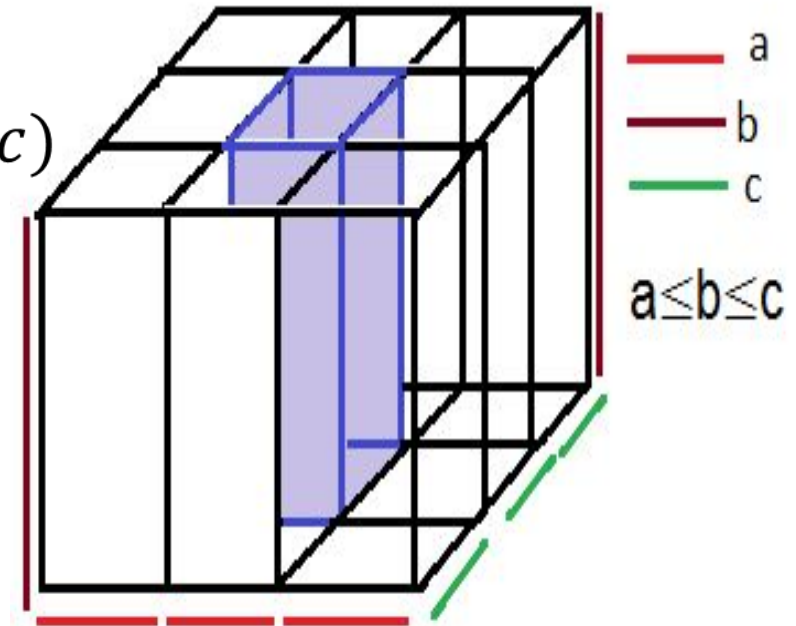
## Координационное число

Координационное число. Мы предположили, что у материальных частиц существует область, в которую точно попадет  $N_i$  частиц.

# Координационное число

$$N_i = \frac{10}{V_i} * k * \frac{\rho}{100\%} * a(ab + bc + ac)$$

$N_i$  – координационное число  
 $V_i$  – объем одной частицы  
 $a, b, c$  – линейные измерения частицы  
 $k$  – коэффициент, характеризующий количество незанятого частицами пространства у стенок сосуда, который возникает по причине ограниченности объема  
 $\rho$  - плотность упаковки



$$a \leq b \leq c$$

Математическая модель:



# Координационное число

	Спички	Шарики	Диски
a (мм)	2,1	4,2	5,88
b (мм)	2,1	4,2	5,88
c (мм)	40	4,2	2,31
$V_i$ (мм <sup>3</sup> )	176,4	74,1	79,9
$V_{\text{воды}}$ (мл)	17	3	4
$V_{\text{общ}}$ (мл)	24	5,1	7,5
$\rho$	0,29	0,41	0,47
$N_i$	5,99k	12,35k	21,21k
n	6,75	8,70	7,30

Результаты эксперимента:

# Координационное число



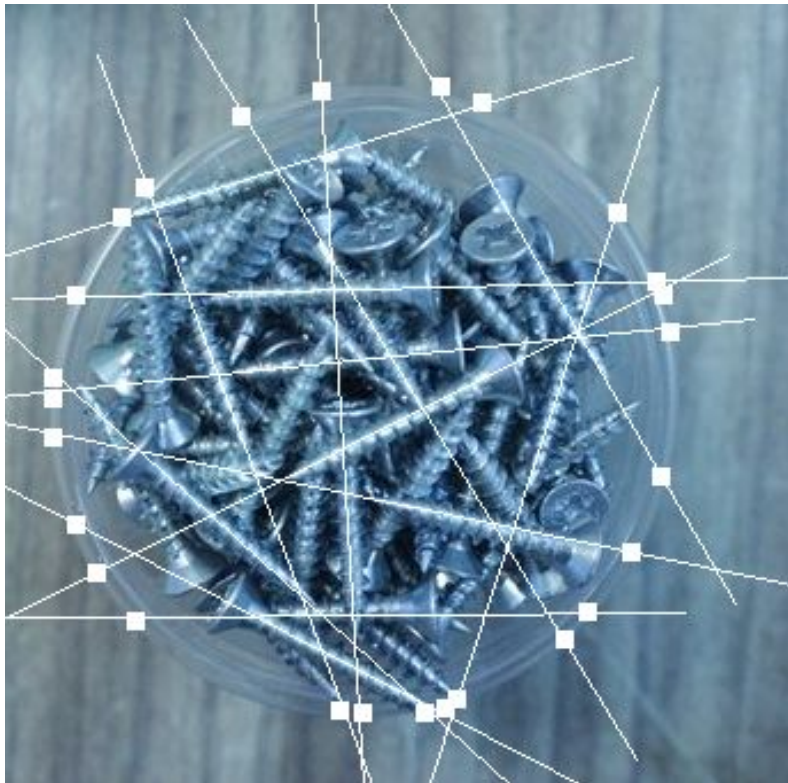
## Вывод:

Чем больше незанятое пространство у стенок сосуда, тем меньше  $k$  и наоборот. Также  $k \sim \frac{b}{a}$ , где  $a$  – наименьшее линейное измерение,  $b$  – наибольшее.

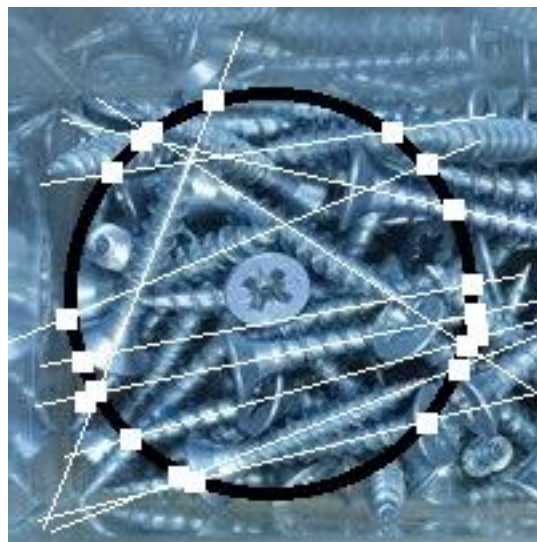
# Ор-й порядок

Ориентационный порядок. Исследуем ориентационный порядок на примере гвоздей.

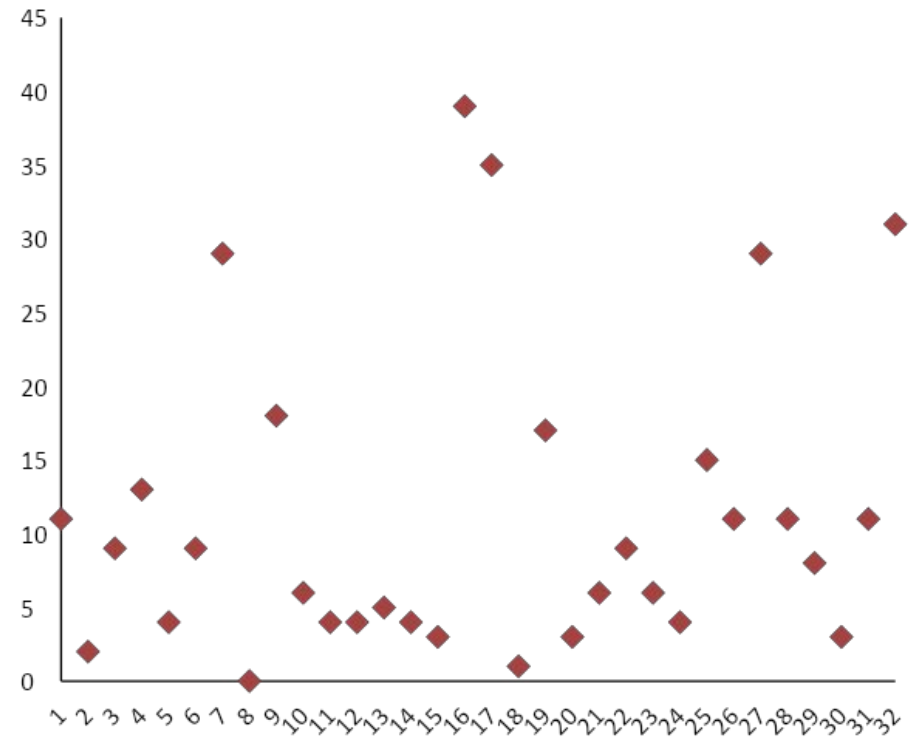
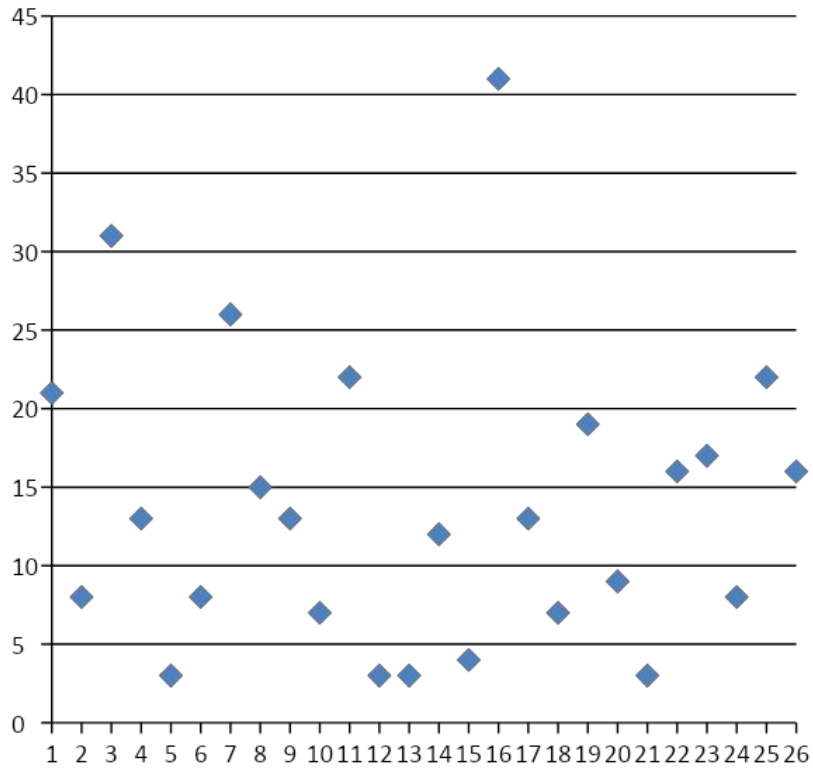
# Ор-й порядок



# Ор-й порядок



# Ор-й порядок



# Список литературы

Дж.Займан. Модели беспорядка/ В.Л. Бонч-Бруевич и др. М: Москва «Мир», 1982 - 591



# ИТОГИ

- Чем ближе форма частиц к сферическим, тем больше объемная доля случайной плотной упаковки
- «Плотность» упаковки не зависит от нагрузки, обусловленной высотой слоя частиц
- У частиц есть пространство, куда точно попадет  $N_i$  частиц

# Спасибо за внимание!

