

Методическая разработка урока геометрии
в 11 классе по теме
«Основные формулы метода координат в
пространстве» Урок №1
(профильный уровень)

Автор разработки:
Малинская Елена Геннадьевна
учитель математики
МАОУ гимназии № 40 имени Ю. А. Гагарина
г. Калининград, 2015 г.



Цели:

- *Изучить основные формулы метода координат в пространстве*
- *Рассмотреть методику использования данных формул при решении задач*
- *Применить изученный материал при решении задач методом координат*



Повторяем теорию:

- *Как находят координаты вектора, если известны координаты его начала и конца?*

$$\overrightarrow{AB} \{x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A\}$$

- *Как находят координаты середины отрезка?*

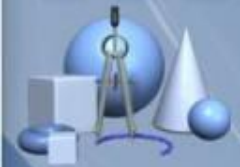
$$\frac{x_A + x_B}{2}; \quad \frac{y_A + y_B}{2}; \quad \frac{z_A + z_B}{2}$$

- *Как находят длину вектора?*

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- *Как находят расстояние между точками?*

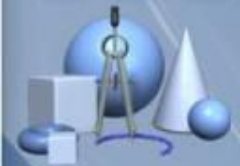
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$



Повторяем теорию:

- *Какие векторы называются перпендикулярными?*
- *Что называется скалярным произведением векторов?*
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$$
- *Чему равно скалярное произведение перпендикулярных векторов?* **0**
- *Чему равен скалярный квадрат вектора?*

Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.



Введение

- **В стереометрии используется два основных метода решения задач. Первый метод основан на аксиомах, теоремах и свойствах фигур. Он требует логической последовательности практических рассуждений. Второй метод – это метод координат или координатно-векторный метод, его можно успешно применять при решении большого числа задач, в том числе, задач Единого Государственного экзамена (задания С2 или № 17). А так как, эти задания - повышенной сложности, то они приносят учащимся хорошие баллы при сдаче ЕГЭ.**
- **Сущность метода координат как метода решения задач состоит в том, что, задавая фигуры уравнениями и выражая в координатах различные геометрические соотношения, мы можем решать геометрическую задачу средствами алгебры.**
- **В отношении школьного курса геометрии можно сказать, что в некоторых случаях метод координат дает возможность строить доказательства и решать многие задачи более рационально, красиво, чем чисто геометрическими способами.**



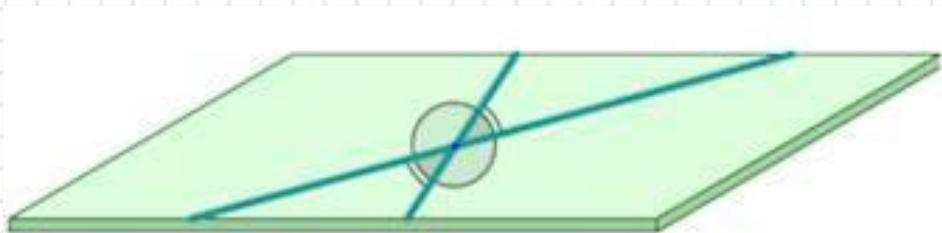
Этапы решения задач методом координат

- 1. Выбор системы координат в пространстве
- 2. Нахождение координат необходимых точек и векторов, или уравнения плоскостей, кривых и фигур
- 3. Решение примера, используя ключевые задачи или формулы данного метода
- 4. Переход от аналитических соотношений к метрическим.

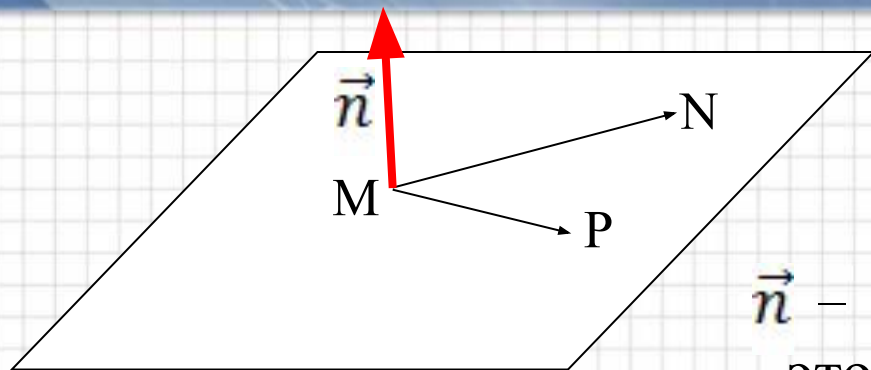
Угол между прямыми а и в

$$\cos \varphi = \frac{|a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

где $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$,



Вектор нормали к плоскости



\vec{n} – вектор нормали плоскости
– это вектор перпендикулярный
этой плоскости

Уравнение плоскости:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

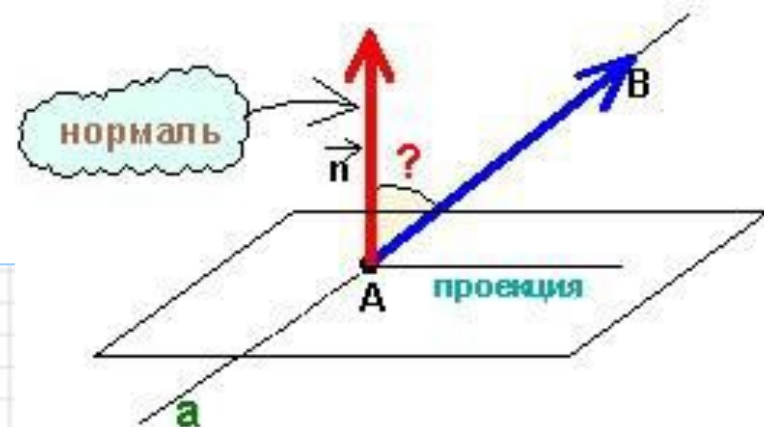
где A, B, C – координаты вектора нормали плоскости,

$$\vec{n} \{A, B, C\}$$

Угол между прямой и плоскостью

1. Найти координаты направляющего вектора прямой $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$
2. Написать уравнение плоскости и определить координаты вектора нормали $\vec{n}(A; B; C)$

$$3. \sin \varphi = \frac{|a_1 A + a_2 B + a_3 C|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



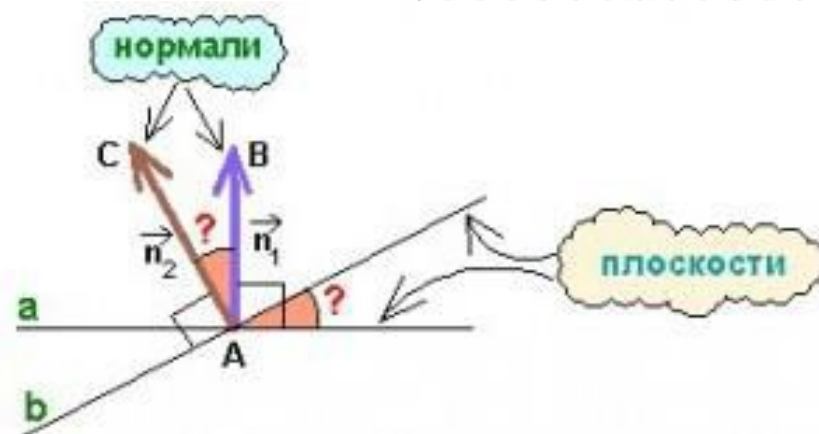


Угол между плоскостями

1. Написать уравнения плоскостей α и β
2. Определить координаты векторов нормали

$\vec{n}_1(A_1; B_1; C_1), \vec{n}_2(A_2; B_2; C_2),$

$$3. \cos \varphi = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$





Расстояния в пространстве

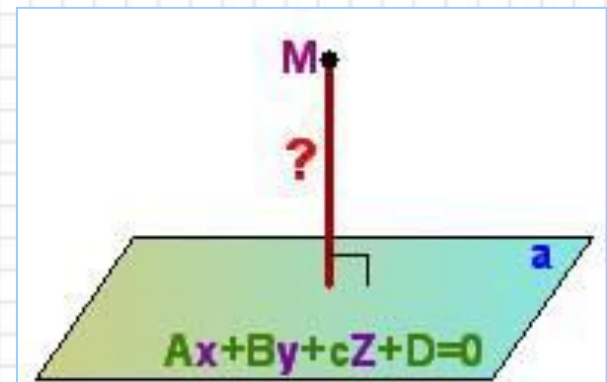
- *Расстояние между двумя точками A и B*

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

- *Расстояние от точки A до плоскости*

$$\rho(A; \alpha) = \frac{|X_0 A + Y_0 B + Z_0 C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

где $\vec{n}(A; B; C)$ и $A(X_0; Y_0; Z_0)$



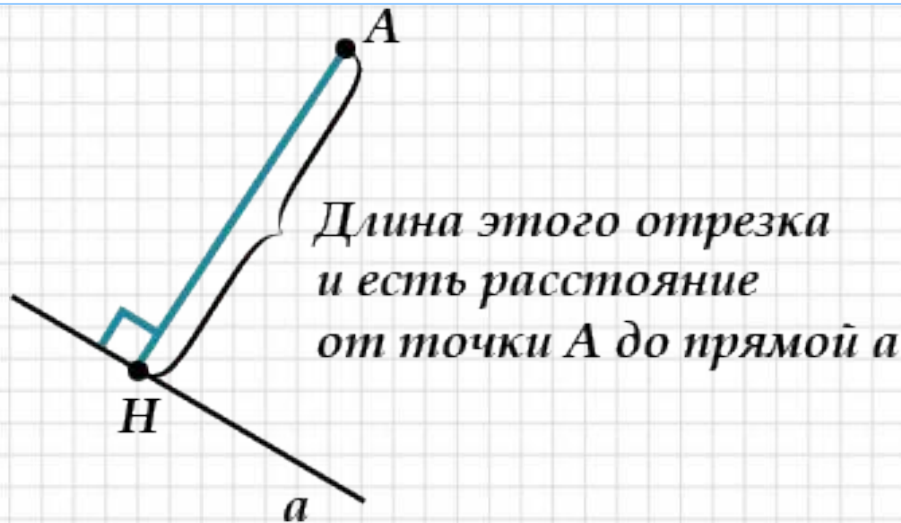
Расстояние от точки М до прямой а

1. Задать $AH \perp a$, где H - основание перпендикуляра

2. Найти координаты точки H , используя условие

$$\overline{AH} * \bar{a} = 0$$

3. $|AH| = \rho(A; \alpha) = \sqrt{(x_A - x_H)^2 + (y_A - y_H)^2 + (z_A - z_H)^2}$

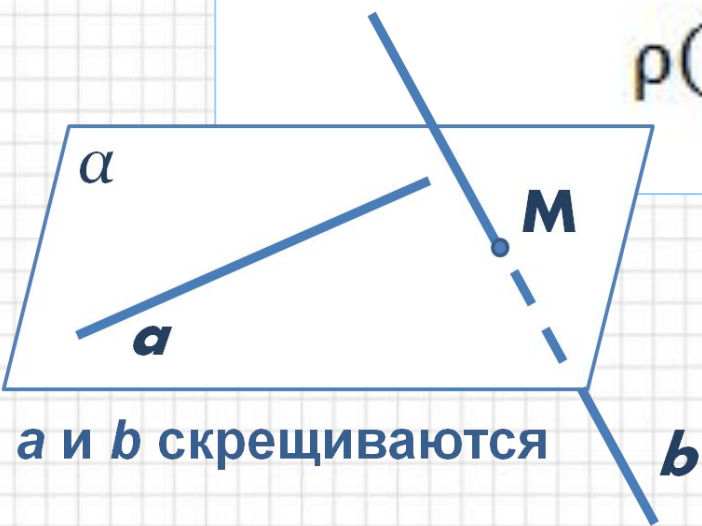




Расстояние между скрещивающимися прямыми a и b

1. Найти координаты некоторой точки $A \in a$
2. Определить плоскость $\alpha \parallel a, b \in \alpha$
- 3.

$$\rho(A; \alpha) = \frac{|X_0A + Y_0B + Z_0C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



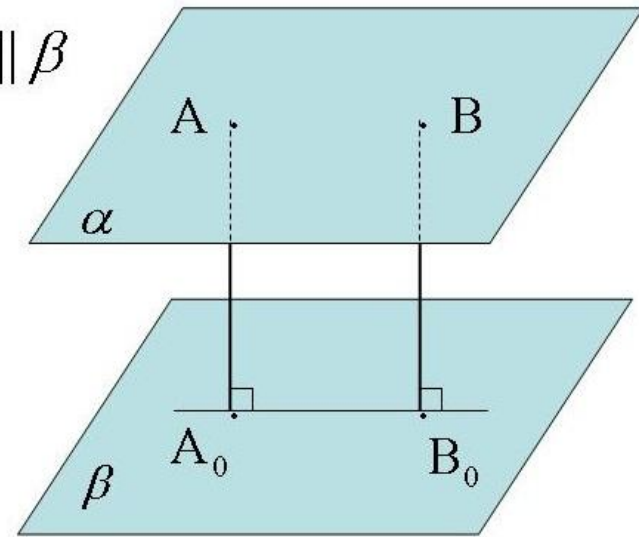
Расстояние между параллельными плоскостями

$$\alpha: \underline{Ax + By + Cz} + D_1 = 0$$

$$\beta: \underline{Ax + By + Cz} + D_2 = 0$$

$$\rho(\beta; \alpha) = \frac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \text{ где } \vec{n}_1 = \vec{n}_2 = \vec{n}; \vec{n}(A; B; C)$$

$\alpha \parallel \beta$



Дано: $A(3;-2;4)$ $B(4;-1;2)$ $C(6;-3;2)$ $D(7;-3;1)$

Найти: угол между прямыми AB и CD .

Ваши предложения...

1. Найдем координаты векторов

$$\overrightarrow{AB} \{1;1;-2\} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{CD} \{1;0;-1\}$$

2. Воспользуемся формулой:

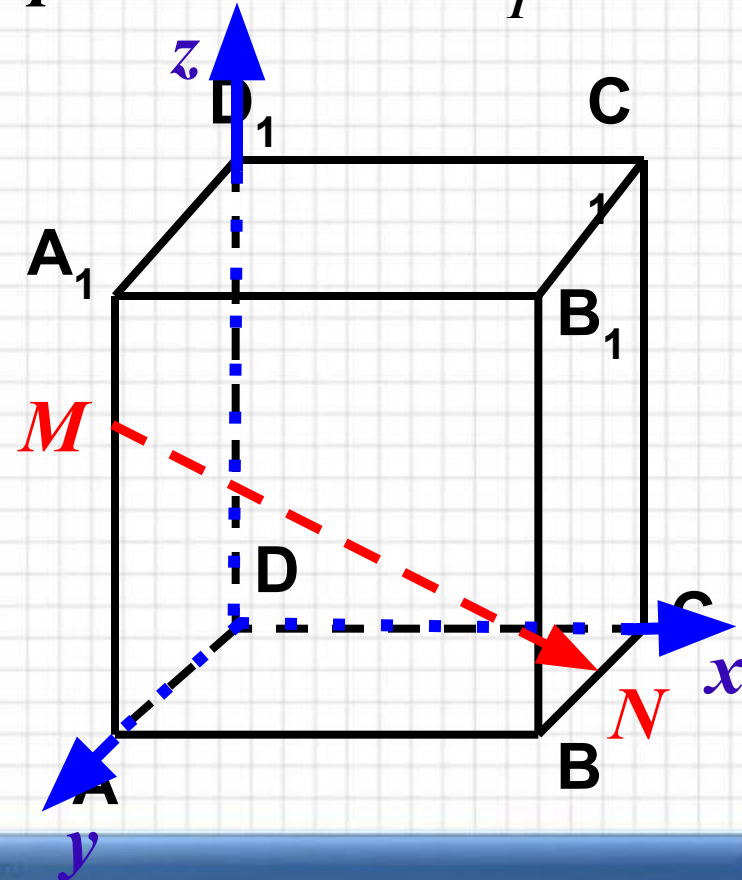
$$\cos \varphi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

Дано: куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, точка M принадлежит AA_1 ; $AM : MA_1 = 3 : 1$; N – середина BC
 Вычислить косинус угла между прям. MN и DD_1

1. Введем систему координат.
2. Рассмотрим DD_1 и MN .
3. Пусть $AA_1 = 4$, тогда
 $M(0; 4; 3)$ $N(4; 2; 0)$
4. Найдем координаты векторов DD_1 и MN .
5. По формуле найдем $\cos \varphi$.

Ответ: $\frac{3}{\sqrt{29}}$





Подведение итогов

- Метод координат является необходимой составляющей при изучении геометрии в школе. Этот метод позволяет упростить процесс и сократить ход решения задачи, помогает учащимся при сдаче ЕГЭ, а, в дальнейшем, и при изучении математики в высших учебных заведениях.
- *Домашнее задание:*
- *п. 48 № 467 (а)- двумя способами,*