

Подготовка к ЕГЭ: системы счисления

Автор: Мочалова Марина
Владимировна, учитель информатики
ГБОУ лицей №144 Калининского р-на г.
Санкт-Петербург

Задание 1 (Демо-2015, задание 4)

Сколько единиц в двоичной записи числа 519?

Вариант 1 (*прямой перевод*):

переводим число 519 в двоичную систему: $519 =$

1000000111_2

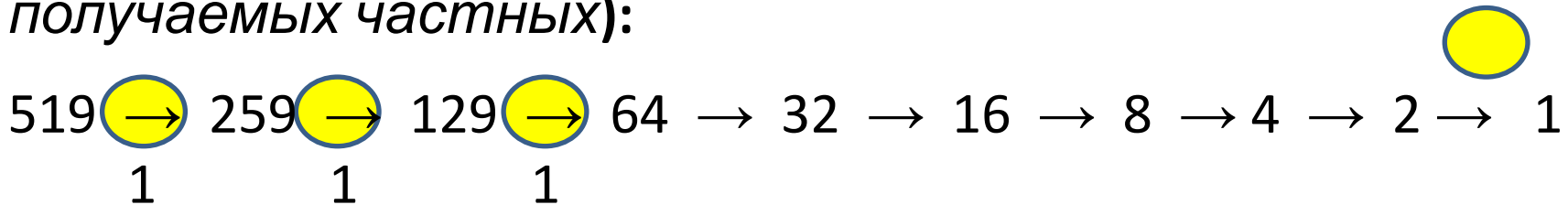
Ответ: 4

Вариант 2 (*разложение на сумму степеней двойки*):

$$519 = 512 + 4 + 2 + 1 = 2^9 + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

Ответ: 4

Вариант 3 (*определение количества нечетных чисел при последовательном делении на 2 исходного числа и получаемых частных*):



Ответ: 4

Проверь себя!

Задание 2 (<http://ege.yandex.ru>)

Сколько единиц в троичной записи десятичного числа 243?

Ответ: 1

Задание 3 (<http://ege.yandex.ru>)

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 242?

Ответ: 6

Задание 4 (<http://ege.yandex.ru>)

Сколько единиц в троичной записи десятичного числа 242?

Ответ: 0

Задание 5 (<http://ege.yandex.ru>)

Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 5 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1) 15_{10} 2) 77_8 3) 345_8 4) FA_{16}

Решение:

Для решения задачи необходимо перевести в двоичную систему счисления все числа.

Первое число переводим любым методом, поскольку оно небольшое. Например, разложим его на сумму степеней двойки:

$$15 = 8 + 4 + 2 + 1 = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 1111_2$$

Три следующих числа переводим, используя таблицы соответствия двоичной-восьмиричной и двоичной-шестнадцатиричной (таблицы соответствия систем счисления, родственных двоичной).

$$\begin{aligned} 77_8 &= 111\ 111_2 \\ 345_8 &= 11\ 100\ 101_2 \\ FA_{16} &= 1111\ 1010_2 \end{aligned}$$

Как видим, два числа имеют в двоичной системе счисления 5 единиц – число $15_{10} = 1111_2$ и число $345_8 = 11\ 100\ 101_2$. В нашем случае в ответе требуется указать наибольшее из них – это число 345_8 .

Ответ: 3)

Проверь себя!

Задание 6

Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 4 единицы. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1) 14_{10} 2) 341_8 3) 71_8 4) $F7_{16}$

Ответ: 2)

Задание 7

Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 6 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1) FA_{16} 2) 25_{10} 3) 345_8 4) 77_8

Ответ: 1)

Задание 8

Даны 4 числа, они записаны с использованием разных систем счисления. Укажите среди них то число, двоичная запись которого содержит ровно шесть «1». Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1) $6310_{10} * 410_{10}$ 2) 3338_{10} 3) $F816_{16} + 110_{10}$ 4) 111001112_{10}

Ответ: 1)

Задание 9 (ФИПИ, открытый банк заданий)

Укажите наибольшее основание системы счисления, в которой запись числа 15 имеет ровно 3 значащих разряда.

Решение:

Поскольку по условию задачи запись числа 15 в системе счисления с основанием p имеет три значащих разряда, то можно записать

$$100_p \leq 15 < 1000_p \quad \text{или} \quad p^2 \leq 15 < p^3$$

Решаем первую часть неравенства: $p^2 \leq 15$. Получаем: $p < 4$. Поскольку имеем строгое неравенство, ответом не может быть $p=4$. Поэтому ответом будет $p=3$.

Проверяем вторую часть неравенства для $p=3$:

$$p^3 > 15 \quad 3^3 > 15 \quad 27 > 15$$

Ответ: 3

Проверь себя!

Задание 10 (ФИПИ, открытый банк заданий)

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 19 имеет ровно 3 значащих разряда.
(3)

Задание 11

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 65 имеет ровно 3 значащих разряда.
Ответ: 5

Задание 12

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 130 имеет ровно 4 значащих разряда.
Ответ: 5

Задание 13

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 65 имеет ровно 3 значащих разряда.

Ответ: 5

Задание 14 (ФИПИ открытый банк заданий)

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 97 имеет ровно 3 значащих разряда.

Ответ: 6

Задание 15 (ФИПИ открытый банк заданий)

В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 16 записывается как 100. Укажите это основание

Решение:

Запишем условие задачи: $16 = 100_p$ (p – искомое основание системы счисления).

Решаем уравнение: $16 = p^2$ и получаем $p=4$

Ответ: 4

Задание 16

Десятичное число 65 в некоторой системе счисления записывается как 230. Определите основание системы счисления.

Решение

По условию задачи: $65 = 230_p$, где p – искомое основание системы счисления.

Представим это равенство в десятичной системе счисления: $65 = 2 \cdot p^2 + 3 \cdot p$

Получаем квадратное уравнение $2p^2 + 3p - 65 = 0$

Находим его корни, учитывая, что основание системы счисления p – натуральное число ($p \geq 2$).

Получаем $p=5$.

Ответ: 5

Проверь себя!

Задание 17

В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 26 записывается как 101. Укажите это основание.

Ответ: 5

Задание 18

В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 27 записывается как 1000. Укажите это основание.

Ответ: 3

Задание 19

В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 37 записывается как 101. Укажите это основание.

Ответ: 6

Задание 20

В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 37 записывается как 123. Укажите это основание.

Ответ: 5

Задание 21

Решите уравнение $1D_{16} + 72_8 = X_2$. Основание системы счисления в ответе не указывать.

Решение

Как видно из условия, все числа в задании представлены в системах счисления, родственных двоичной (8-ричной и 16-ричной).

Искомое число записано в двоичной системе счисления, поэтому для решения нужно все числа записать в двоичной системе счисления, затем выполнить их сложение.

$$1D_{16} = 11101_2 \quad 72_8 = 111010_2$$

Собирая всё в одно уравнение, получаем

$$X_2 = 11101_2 + 111010_2$$

Выполняем сложение, получаем результат: $X_2 = 1010111_2$

Ответ: 1010111

Задание 22

Решите уравнение $121_x + 1 = 101_7$. Ответ дайте в троичной системе счисления.

Решение

Переведём все числа в десятичную систему счисления:

$$121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1 \quad 101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$$

Собираем всё в одно уравнение, получаем

$$x^2 + 2x + 1 + 1 + 50x^2 + 2x - 48 = 0$$

Это уравнение имеет два решения, $x=6$ и $x=-8$; основание системы счисления – натуральное число, поэтому ответ $x=6$

Переводим ответ в троичную систему: $6 = 2 \cdot 3^1 = 20_3$.

Ответ: 20_3

Проверь себя!

Задание 23

Решите уравнение $42_5 + x = 1123_4$. Ответ дайте в шестричной системе счисления. Основание системы счисления не указывать.

Ответ: 153

Задание 24

Решите уравнение $12_3 + 12_x = 12_8$

Ответ: 3

Задание 25

Решите уравнение $100_7 + x = 230_5$

Ответ: 16

Задание 26

Решите уравнение $21_5 + 11_3 = 120_x$

Ответ: 3

Задание 27

Найдите наименьшие значения x и y , при которых существует равенство $147 + x = 14y$. Ответ запишите в троичной системе счисления через запятую. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1) запишем равенство в десятичной системе счисления:

$$1 \cdot 7 + 4 + x = y + 4 \quad 11 + x = y + 4$$

2) Из условия следует, что $y \geq 5$ (т.к. число 14_y в системе счисления с основанием y содержит значащие цифры 1 и 4). Минимальное значение $y_{\min} = 5$.

3) Минимальное значение $x_{\min}$ получается при минимальном значении $y_{\min}$.

4) При $y_{\min} = 5$ получаем $x_{\min} = 2$.

5) Переводим 2 и 5 в троичную систему счисления: $2 = 2_3$
 $5 = 12_3$.

Проверь себя!

Задание 28

Решите уравнение $425 + x = 11234$ Ответ дайте в шестиричной системе счисления. основание системы счисления не указывать.

Ответ: 153

Задание 29

Решите уравнение $123 + 12x = 128$

Ответ: 3

Задание 30

Решите уравнение $1007 + x = 2305$

Ответ: 16

Задание 31

Решите уравнение $215 + 113 = 120x$

Ответ: 3

Задание 32

Даны числа $a = 9216$ и $b = 2248$. Для какого двоичного числа c выполняется неравенство $a < c < b$?

- 1) 10010011 2) 10001110 3) 10001010 4) 10001100

Решение: необходимо все числа перевести в одну и ту же систему счисления.

Вариант 1 (через десятичную систему счисления):

$$a = 9 \cdot 16 + 2 = 146 \quad b = 2 \cdot 64 + 2 \cdot 8 + 4 = 148$$

- 1) 147 2) 142 3) 138 4) 135

Находим значение c , лежащее в интервале от a до b .

Ответ: 1)

Вариант 2 (через двоичную систему счисления):

$$a = 10010010_2 \quad b = 10010100_2$$

Находим значение c , лежащее в интервале от a до b .

Ответ: 1)

Решать задачу через переводы чисел в восьмиричную или шестнадцатиричную системы счисления – нерационально, хотя для любителей оных – пожалуйста!

Проверь себя!

Задание 33 – (ФИПИ)

Даны числа $a = 3D_{16}$ и $b = 778$. Для какого двоичного числа c выполняется неравенство $a < c < b$?

- 1) 111101 2) 111110 3) 111111 4) 111010

Ответ: 2)

Задание 34 – (ФИПИ)

Даны числа $a = 5D_{16}$ и $b = 1378$. Для какого двоичного числа c выполняется неравенство $a < c < b$?

- 1) 1011110 2) 1001101 3) 1001111 4) 1011100

Ответ: 1)

Задание 35

Даны числа $a = 8B_{16}$ и $b = 2158$. Для какого двоичного числа c выполняется неравенство $a < c < b$?

- 1) 10010011 2) 10001100 3) 10001010 4) 10001100

Ответ: 2)

Задание 36 (<http://ege.yandex.ru>)

Сколько есть систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 2?

Решение:

по условию число 22 в некоторой системе счисления с основанием p оканчивается на 2, значит, его можно записать в виде $22 = k \cdot p + 2$, где $k = 1, 2, 3, \dots$. Получаем $k \cdot p = 20$, т.е. значения p являются делителями числа 20. Это числа 4, 5, 10, 20, всего их 4.

Ответ: 4

Задание 37 (ФИПИ)

Укажите в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 4?

Решение:

по условию число 22 в системах счисления с основанием p должно оканчиваться на 4, значит, его можно записать в виде $22 = k \cdot p + 4$, где $k = 1, 2, 3, \dots$. Получаем $k \cdot p = 18$, т.е. значения p являются делителями числа 18. Это числа 2, 3, 6, 9, 18, всего их 5. Но в двоичной и троичной системах счисления нет цифры 4. Значит, ответом будут три основания $p=6$, $p=9$ и $p=18$.

Ответ: 6, 9, 18

Задание 38 - <http://ege.yandex.ru>

В системах счисления с основанием p запись числа 77 оканчивается на 0, а запись числа 29 – на 1. Чему равно это число?

Решение:

1) поскольку число 77 в p -ричной системе счисления оканчивается на 0, то основание p является делителем числа 77, т.е. возможны значения $p=7$, $p=11$, $p=77$

2) поскольку число 29 в p -ричной системе счисления оканчивается на 1, то основание p является делителем числа 28, т.е. возможны значения $p=2$, $p=4$, $p=7$, $p=14$, $p=28$

3) общим основанием для обоих чисел является $p=7$

Ответ: 7

Проверь себя!

Задание 39 (ФИПИ)

Укажите в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 24 оканчивается на 3?

Ответ: 7,21

Задание 40 (ФИПИ)

Сколько существует систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 7?

Ответ: 4

Задание 41 (ФИПИ)

Сколько существует систем счисления, в которых запись числа 28 оканчивается на 4?

Ответ: 4