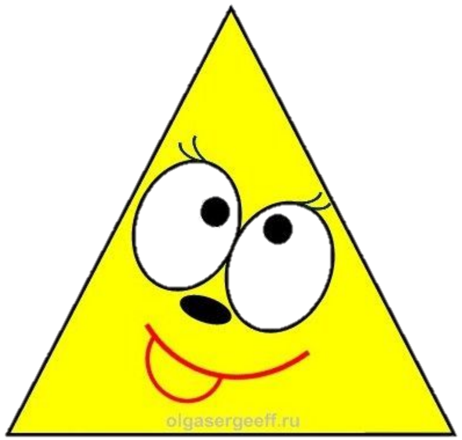
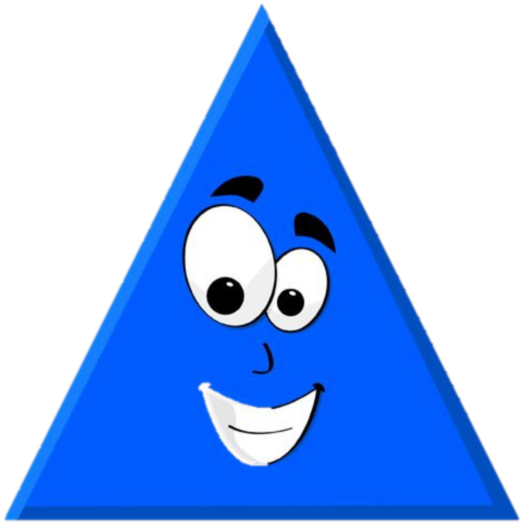
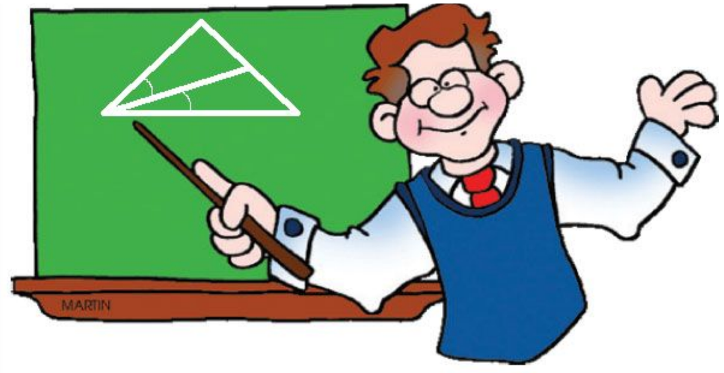
Рациональные методы решения задач. Свойства биссектрис (и не только) треугольника.





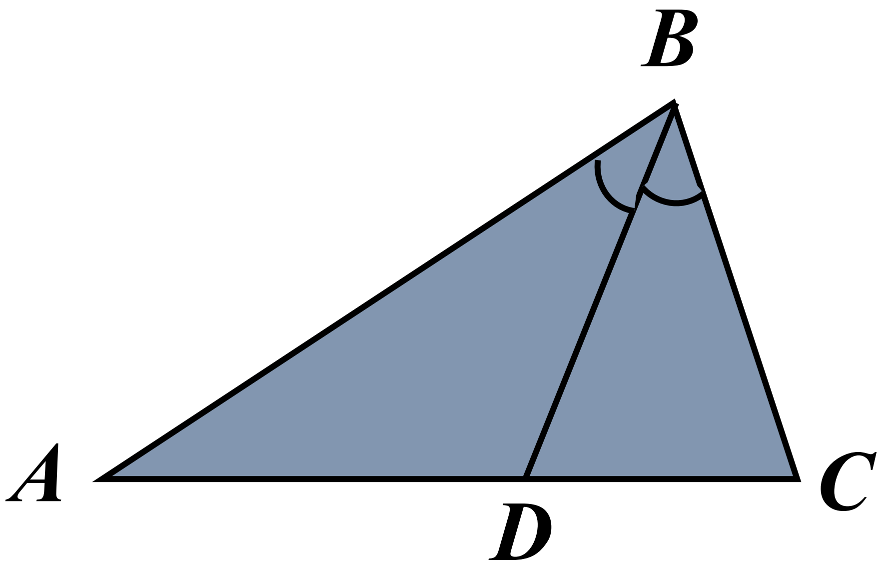
Тематическая подготовка к ОГЭ.

Что мы знаем о биссектрисе треугольника из школьного учебника?



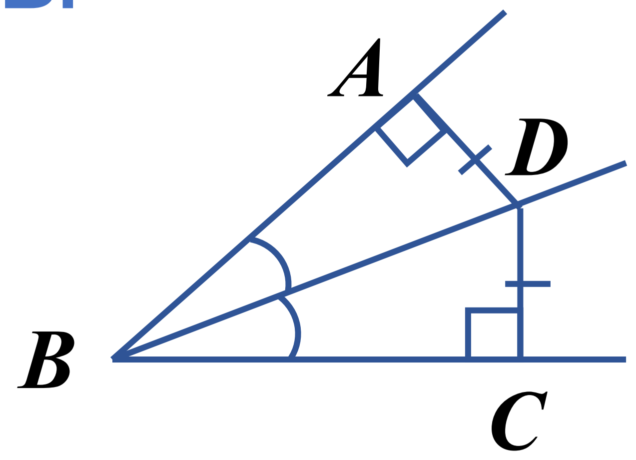
Определение

Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы внутреннего угла треугольника, соединяющий вершину с точкой на противолежащей стороне этого треугольника.

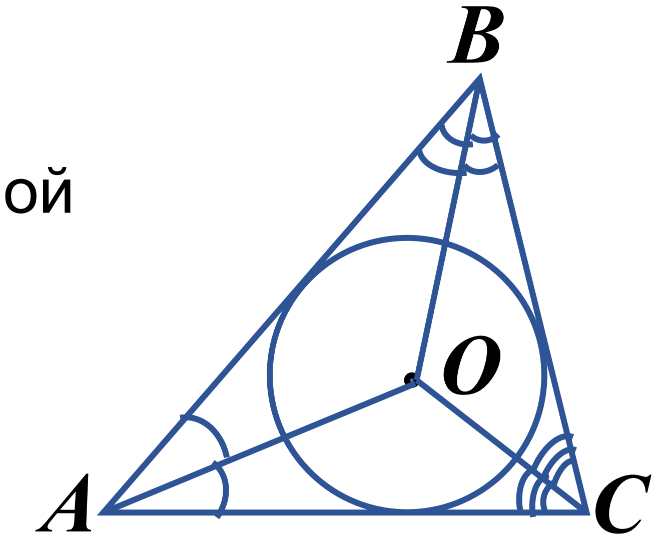


Свойства биссектрисы

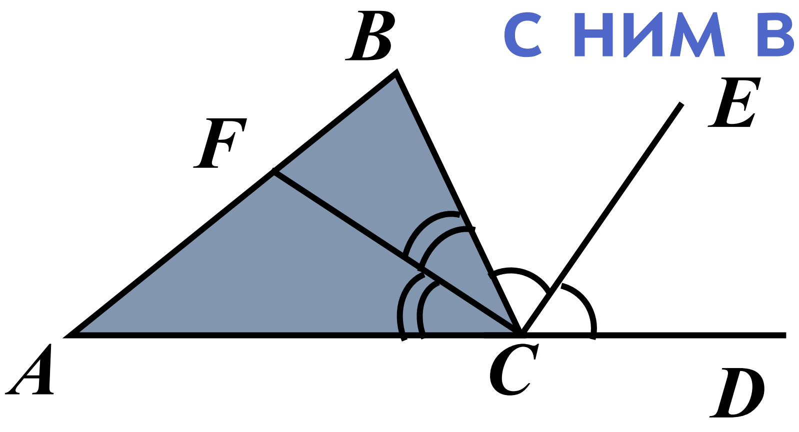
Биссектриса угла – это геометрическое место точек, равноудаленных от сторон этого угла.



Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в одной точке. Это точка
называется центром вписанной окружности.



Биссектриса внешнего угла треугольника перпендикулярна биссектрисе смежного с ним внутреннего угла.



Дано: ΔABC, $\angle BCD$ — внешний угол при вершине C,

CE — биссектриса $\angle BCD$, CF — биссектриса $\angle ACB$.

Доказать: $\angle FCE$=90º.

Доказательство:

$\angle ACB + \angle BCD = 180^0$

$\angle FCB = \frac{1}{2}\angle ACB$

$\angle ECB = \frac{1}{2}\angle DCB$

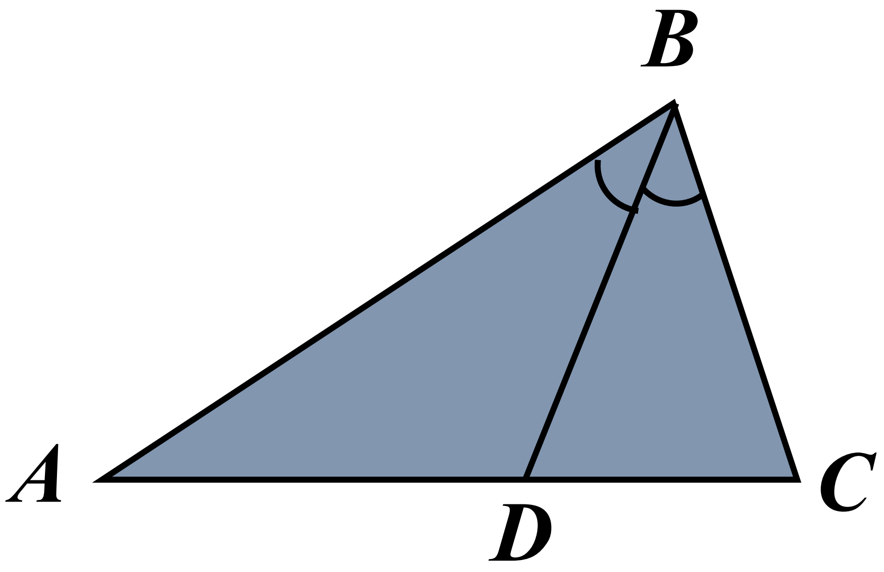
$\Rightarrow \angle FCB + \angle ECB = \frac{1}{2}\angle ACB + \frac{1}{2}\angle DCB =$

$= \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle DCB) = \frac{1}{2}\cdot 180^0 = 90^0$

Свойство биссектрисы внутреннего угла треугольника

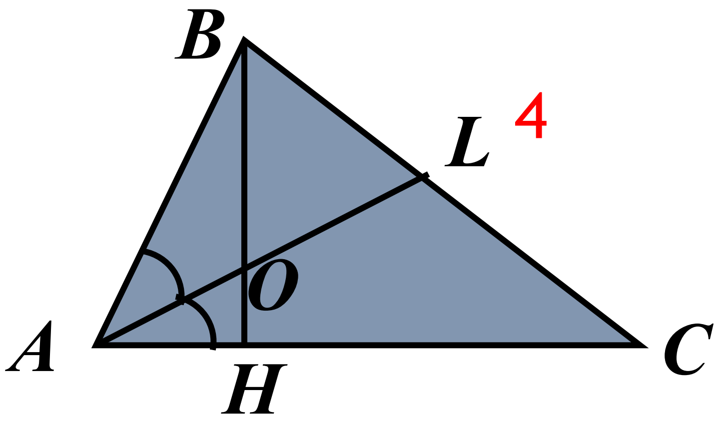
В треугольнике биссектриса делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам.

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$



Доказательство:

Задача 1. В треугольнике ABC биссектриса AL и высота BH пересекаются в точке O. Найти радиус описанной вокруг треугольника ABC окружности, если известно, что $BC=4$, а $BO:OH=5:3$.



Дано: ΔABC

AL – биссектриса

BH – высота

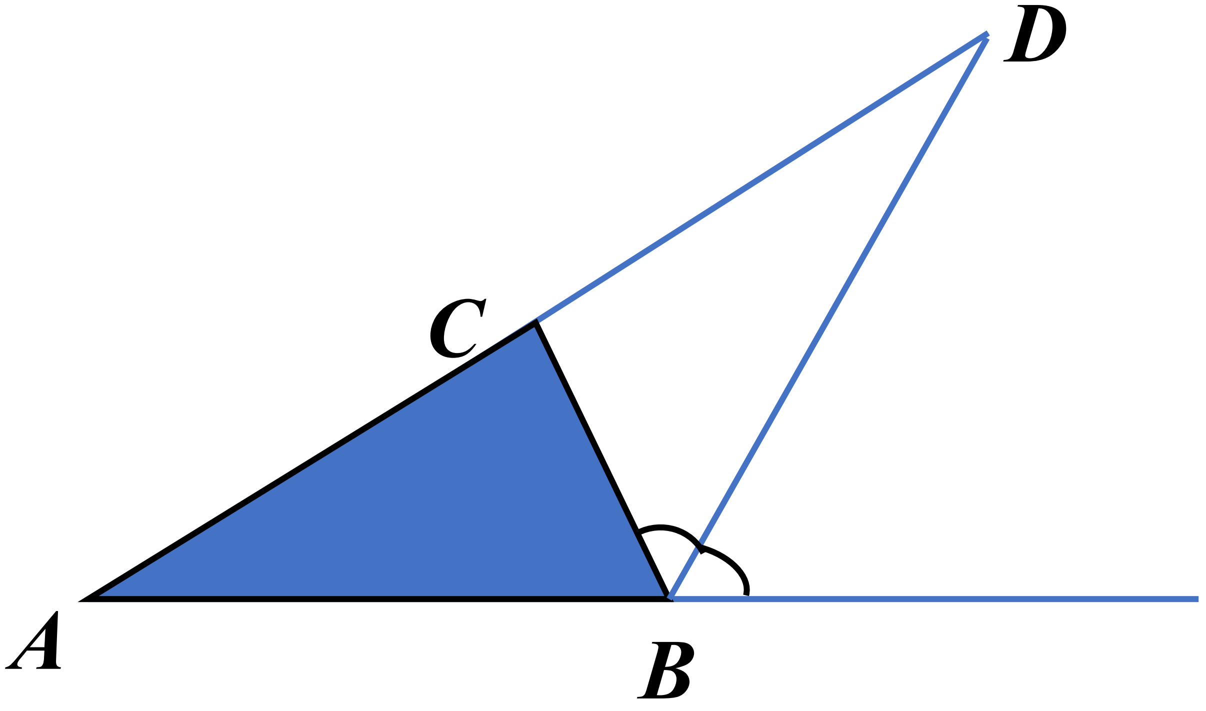
$BC=4$, $BO:OH=5:3$

Найти: R.

Свойство биссектрисы внешнего угла треугольника

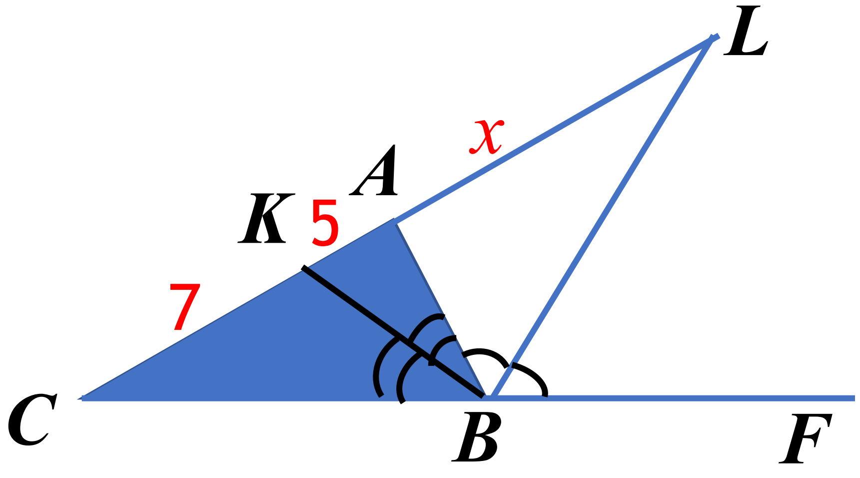
Биссектриса внешнего угла треугольника делит продолжение противоположной стороны на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам.

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC}$$



Доказательство:

Задача 2. Биссектриса внутреннего угла B треугольника ABC рассекает сторону AC на отрезки $AK = 5$, $KC = 7$. На каком расстоянии от вершин A и C пересечет продолжение AC биссектриса внешнего угла B?



Дано: ΔABC

BL – биссектриса $\angle ABF$

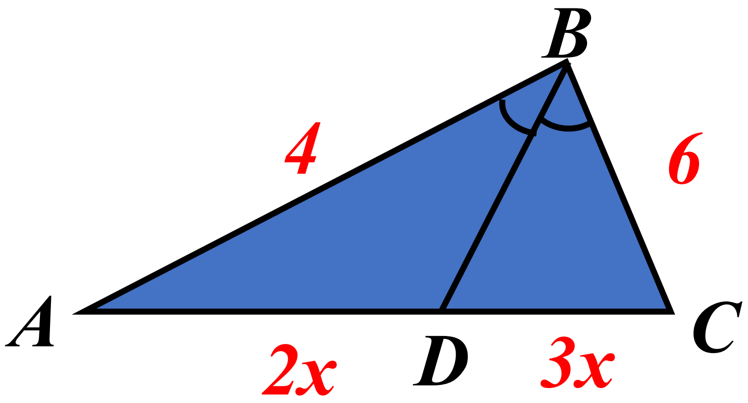
BK - биссектриса $\angle ABC$

$AK = 5$, $KC = 7$

Найти: AL, CL

Решение:

Задача 3. Дан ΔABC, в котором угол B равен 30^0, $AB = 4$, $BC = 6$. Биссектриса угла B пересекает сторону AC в точке D. Определите площадь треугольника ABD.



Дано: ΔABC, $\angle ABC = 30^0$

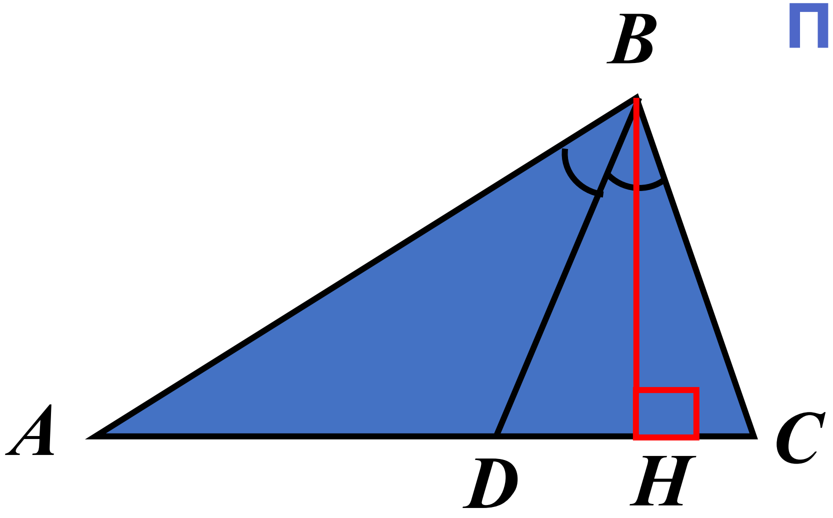
BD – биссектриса

$AB = 4$, $BC = 6$

Найти: S_{ABD}

Решение:

Биссектриса угла треугольника делит его площадь на части, пропорциональные прилежащим сторонам.



Дано: ΔABC; BD – биссектриса

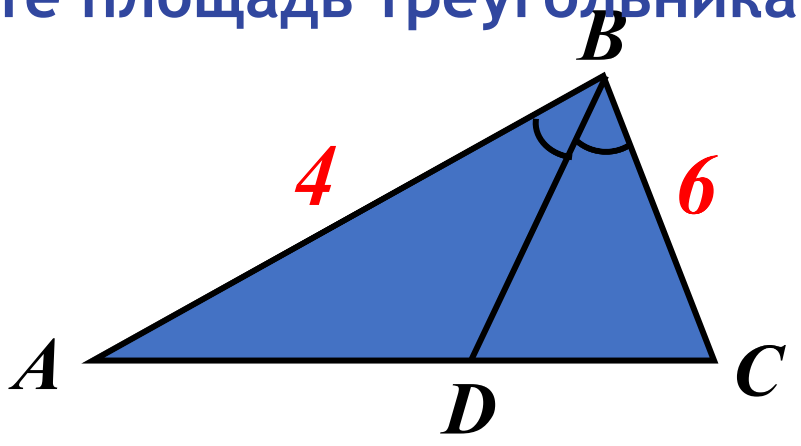
Доказать: $S_{ABD} : S_{BDC} = AB:BC$

Доказательство:

1. ΔABD и ΔDBC имеют общую высоту BH, ⇨ $S_{ABD} : S_{BDC} = AD:DC$.
2. BD – биссектриса ⇨ $AD:DC = AB:BC$.
3. $S_{ABD} : S_{BDC} = AD:DC$
   $AD:DC = AB:BC$
   ⇨ $S_{ABD} : S_{BDC} = AB:BC$

Решение задачи 3 с использованием свойства биссектрисы.

Дан Δ*ABC*, в котором угол *B* равен 30⁰, *AB* = 4, *BC* = 6. Биссектриса угла *B* пересекает сторону *AC* в точке *D*. Определите площадь треугольника *ABD*.



Дано: ΔABC, $\angle ABC = 30^0$

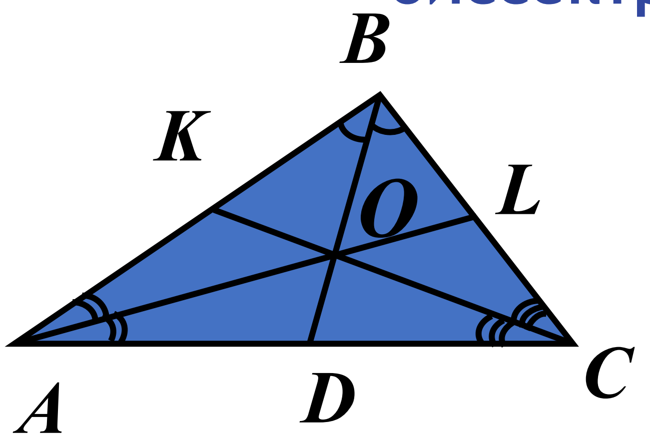
BD – биссектриса

$AB = 4$, $BC = 6$

Найти: S_{ABD}

Решение:

Задача 4. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 3:2, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 12.



Дано: $\Delta\, ABC$, BD и AL – биссектрисы

$BD \cap AL = O$, $BO : OD = 3 : 2$, $AC = 12$

Найти: P_{ABC}