

Табл.

	С1
Не приступали (в %)	41,08
Приступили, но получили 0 баллов (в %)	27,82
1 балл (в %)	13,53
2 балла (в %)	17,58
3 балла (в %)	–
4 балла (в %)	–
Положительный результат (в %)	31,10

- В сравнении с 2011 г., для каждого из заданий С1–С6 число участников ЕГЭ, получивших положительные результаты за выполнение этих заданий, несколько уменьшилось.

Задание С1

- 32,3% в 2010 г.
- 41,8% в 2011 г.
- 31,10% в 2012 г.

Таблица 1.8. Группы выпускников с различным уровнем подготовки

Номер группы	Первичный балл	Тестовый балл	Уровень подготовки	Процент участников
I (низкий)	0–5	0–24	Участники, не преодолевшие порог в 5 первичных баллов или набравшие ровно 5 первичных баллов	13,9
II (базовый-1)	6–10	28–44	Выпускники, освоившие курс математики на базовом уровне, не имеющие достаточной подготовки для успешного продолжения образования по техническим специальностям вузов	39,2
III (базовый-2)	11–14	48–60	Выпускники, успешно освоившие базовый курс и имеющие реальные шансы успешного продолжения образования по техническим специальностям большинства ссузов и вузов	30,8
IV (повышенный)	11–23	63–81	Выпускники, успешно освоившие курс математики и имеющие достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования по большинству специальностей, требующих повышенного и высокого уровней математической компетентности	15,3
V (высокий)	24–32	83–100	Выпускники, имеющие уровень подготовки, достаточный для продолжения обучения с самыми высокими требованиями к уровню математической компетентности	0,7

Группа		С1 06	С1 16	С1 26
I (низкий)		99,2	0,7	0,1
Базо- вый	Общ.	77,2	15,2	7,5
	II	93,1	5,9	1,0
	III	57,0	27,1	15,9
IV (повышен- ный)		6,0	17,8	76,1
V (высокий)		1,6	4,7	93,7

- . При этом проблемы в математическом образовании выпускников, не набравших минимального балла, во многом связаны с плохим освоением курса основной и даже начальной школы. На уровне образовательных учреждений следует уделять больше внимания своевременному выявлению учащихся, имеющих слабую математическую подготовку, диагностике доминирующих факторов их неуспешности, а для учащихся, имеющих мотивацию к ликвидации пробелов в своих знаниях, нужно организовывать специальные профильные группы. Отметим, что полное решение проблем, порождающих неуспешность при обучении математике, только силами образовательных учреждений невозможно – во многих случаях проблемы имеют социальный характер.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. а) и в п. б)	2
Обоснованно получен верный ответ в п. а), но обоснование отбора корней в п. б) не приведено, или задача в п. а) обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. б) приведен обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- Четыре различных подхода к отбору корней
- по числовой окружности,
- по графику,
- перебор подстановкой,
- решение неравенств

C1

а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

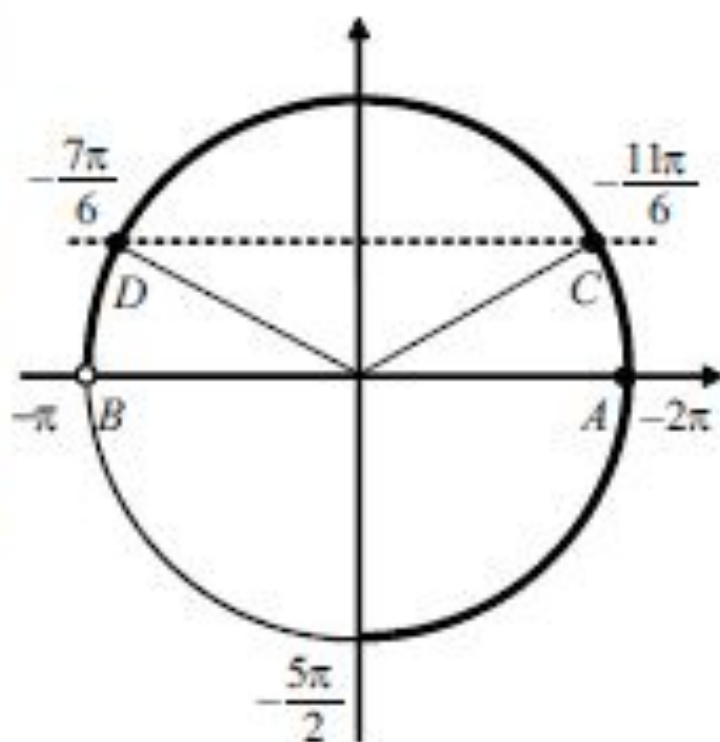
Решение.

а) Так как $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, то $1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x$,

$$2\sin^2 x - \sin x = 0, \quad \sin x \left(\sin x - \frac{1}{2}\right) = 0.$$

Корни уравнения: $x = \pi n$, $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Корни уравнения $\sin x = 0$ изображаются точками A и B , а корни уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ — точками C и D , промежуток $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ изображается жирной дугой (см. рис.). В указанном промежутке содержатся три корня уравнения: -2π , $-2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$ и $-\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{7\pi}{6}$.

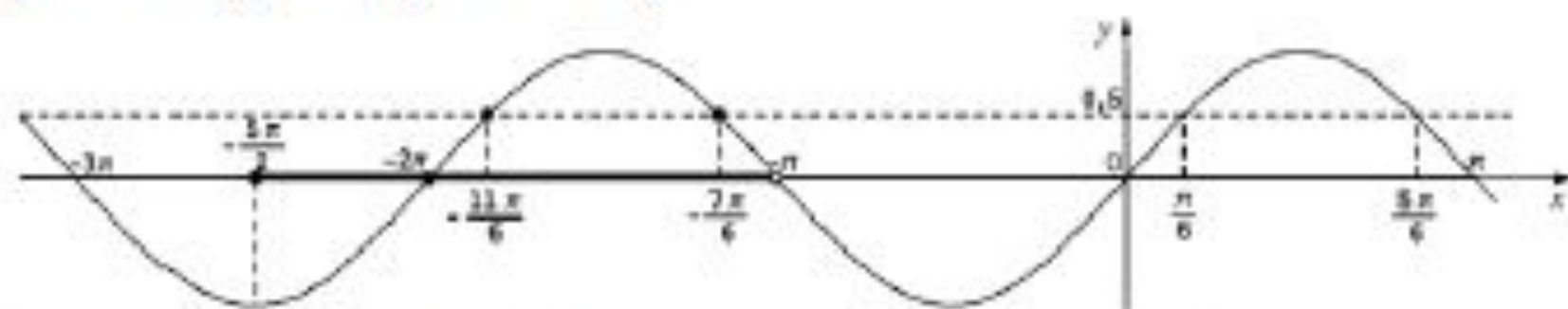


Ответ: а) πn , $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) -2π , $-\frac{11\pi}{6}$, $-\frac{7\pi}{6}$.

б) Корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$, отберем по графику $y = \sin x$. Прямая $y = 0$ (ось Ox) пересекает график в единственной точке $(-2\pi; 0)$, абсцисса которой принадлежит промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

Прямая $y = \frac{1}{2}$ пересекает график ровно в двух точках, абсциссы которых принадлежат $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ (см. рис.). Так как период функции $y = \sin x$ равен 2π , то эти абсциссы равны, соответственно, $\frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6}$.



В промежутке $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ содержатся три корня: $-2\pi, -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}$.

б) Пусть $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Подставляя $n = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, получаем $x = \dots -3\pi, -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, \dots$. Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ принадлежит только $x = -2\pi$.

Пусть $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Подставляя $k = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, получаем:

$$x = \dots \left(-\frac{1}{6} - 3\right)\pi, \left(\frac{1}{6} - 2\right)\pi, \left(-\frac{1}{6} - 1\right)\pi, \frac{\pi}{6}, \left(-\frac{1}{6} + 1\right)\pi, \left(\frac{1}{6} + 2\right)\pi, \dots$$

Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ принадлежат только $x = -\frac{11\pi}{6}$, $x = -\frac{7\pi}{6}$.

Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ принадлежат корни: $-2\pi, -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}$.

б) Отберем корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

Пусть $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Тогда $-\frac{5\pi}{2} \leq \pi n < -\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq n < -1 \Leftrightarrow n = -2$.

Корень, принадлежащий промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$: $x = -2\pi$.

Пусть $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Тогда $-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n < -\pi \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < n \leq -\frac{7}{12} \Leftrightarrow n = -1$.

Корень, принадлежащий промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$: $x = -\frac{11\pi}{6}$.

Пусть $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Тогда $-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n < -\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq n < -\frac{11}{12} \Leftrightarrow n = -1$.

Корень, принадлежащий промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$: $x = -\frac{7\pi}{6}$.

Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ принадлежат корни: $-2\pi, -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}$.

C1 а) Решите уравнение $2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}\cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

C1. Решите уравнение $3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi \right]$.

$$140. (\sin 2x) \cdot \sqrt{4-x^2} = 0.$$

$$141. (\cos 3x - 1) \cdot \sqrt{6+5x-x^2} = 0.$$

C1 Дано уравнение $\sin x \cdot \left(\sin x \cdot \cos^{-1} x + \frac{1}{3} \right) = \sqrt{3} \cdot \left(\sin x + \frac{1}{3} \cos x \right)$

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни на промежутке $\left[-2\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

C1

$$\text{a) } x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

б)

$$-\operatorname{arctg} \frac{1}{3} - \pi, -\operatorname{arctg} \frac{1}{3}, -\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}.$$

C1 Дано уравнение $3^{\operatorname{tg}^2 2x + \sqrt{3}} - \frac{1}{3} \cdot 3^{(\sqrt{3}+1) \cdot \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} + 1} = 0$

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни на промежутке $\left[\frac{\pi}{3}; 3\pi \right]$.

C1

a) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, n, k \in \mathbb{Z}.$

б) $x = \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}, \frac{17\pi}{8}, \frac{21\pi}{8}, \frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}, \frac{13\pi}{6}, \frac{8\pi}{3}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. а) и в п. б)	2
Обоснованно получен верный ответ в п. а), но обоснование отбора корней в п. б) не приведено, или задача в п. а) обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. б) приведен обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

C1.

$$a) \cos 2x + \sin^2 x = 0,5$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x = 0,5$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi k, \text{ или } x = \pi - \arccos \frac{1}{2} + 2\pi k$$

$$\text{и } x = -\pi + \arccos \frac{1}{2} + 2\pi k$$

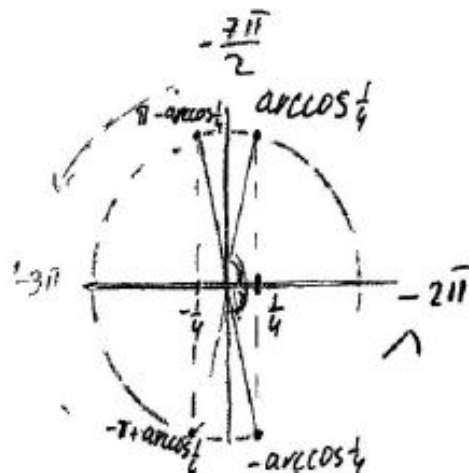
$k \in \mathbb{Z}$.

$$b) \left[-\frac{3\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$1) (\pi - \arccos \frac{1}{2}) - 2\pi = -\arccos \frac{1}{2} - \pi$$

$$2) -\pi + \arccos \frac{1}{2} - 2\pi = \arccos \frac{1}{2} - 3\pi$$

$$3) -\arcsin \frac{1}{2} - 2\pi$$



Комментарий. Весьма показательный пример ситуации, описанной на предыдущей странице. Работа явно не пустая. Уравнение $\cos x = \pm \frac{1}{4}$ решено верно и потом «почти» верно (есть описка в п. 3)) произведен отбор. Но при переходе от $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ к $\cos x = \pm \frac{1}{4}$ - очевидная «глупая» арифметическая ошибка. Уже этого достаточно для выставления 0 баллов.

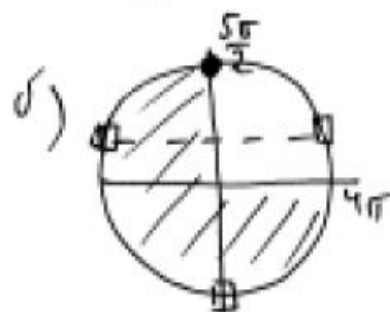
Оценка эксперта: 0 баллов.

$$\cos\left(\frac{3\sqrt{5}}{2} + 2x\right) = \cos 5x \quad \left[\frac{5\sqrt{5}}{2}; 4\pi\right]$$

$$a) \quad \begin{cases} \frac{3\sqrt{5}}{2} + 2x = x + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3\sqrt{5}}{2} + 2x = -x + 2\pi n, & n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{3\sqrt{5}}{2} + 2\pi k & (*) \\ x = -\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n}{3} & (**) \end{cases}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n}{3} \quad (**)$$



$$\begin{aligned} n=0 & \quad x = -\frac{\pi}{2} \\ n=1 & \quad x = -\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \\ n=2 & \quad x = -\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} \\ n=3 & \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi \end{aligned}$$

те не входят.

$$\left\{ \frac{5\sqrt{5}}{2}; \frac{2\sqrt{5}}{2}; \frac{17\pi}{6} \right\}$$

не входят.

Комментарий. Весьма «пограничный» случай. Нет даже отдельно выписанного ответа. С другой стороны, в тексте работы верные ответы **получены** и ошибок нет. Кроме того, весьма оригинален сам подход к решению, не использующий формул приведения и формул двойного аргумента, а основанный на раскрытии смысла более первичного равенства $\cos \alpha = \cos \beta$. Открытым остается вопрос об «обоснованности» отбора корней. Сколько можно судить по тексту, после подстановки $n = 0, 1, 2, 3$ в формулу и проверки, что эти значения не подходят, автор остальные подстановки перестал выписывать, а произвел вычисления и (верный!!) отбор в уме или, быть может, на черновике.

Оценка эксперта: 2 балла.

$$\boxed{C1} \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x$$

$$\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$a) \quad \sin 2x = \cos x$$

$$2 \sin x \cos x = \cos x$$

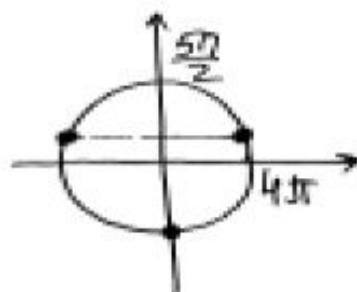
$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{unu} \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$b) \quad \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$



$$\left\{ \frac{7\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}; \frac{5\pi}{2} \right\}$$

Комментарий. В пункте а решение верно и обоснованно, ответ верен, разве что не хватает $k \in Z, n \in Z$, но только за это снизить оценку вряд ли нужно. Так что 1 балл есть.

Ответ в пункте б неверен и ясно, где произошла ошибка: в ответ (из картинки) включен «основной» корень $\frac{5\pi}{6}$, явно меньший $\frac{5\pi}{2}$, а следовало бы включить $\frac{5\pi}{6} + 2\pi = \frac{17\pi}{6}$. Кроме того, в ответе еще и $\frac{5\pi}{2}$ – лишнее: это число попало в ответ просто из-за того, что являлось концом заданного отрезка.

Оценка эксперта: 1 балл.

C₁.

$$\cos 2x + 0,5 = \cos^2 x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 0,5 = \cos^2 x$$

$$\sin^2 x = 0,5$$

$$|\sin x| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\delta) \quad \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right] \\ -\frac{7\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}.$$

Ombem: a) $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
δ) $-\frac{7\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}.$

Комментарий. В работе имеется, как минимум, два недочета. Первый из них – прямая ошибка: в а) должно быть $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$. Значит, уже не более 1 балла. Второй – нет никакого обоснования отбора корней. Поэтому правильный ответ в б), неизвестно как полученный из неверного ответа в а) (откуда появился корень $-\frac{5\pi}{4}$??), не дает шанса поставить и 1 балл. Ситуацию мог бы выручить рисунок, по которому было бы видно как происходит отбор корней уравнения $|\sin x| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, но такого рисунка нет.

Оценка эксперта: 0 баллов.

$$C_1) \quad a) \quad \cos 2x + \sin^2 x = 0,5; \quad \cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x = 0,5; \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

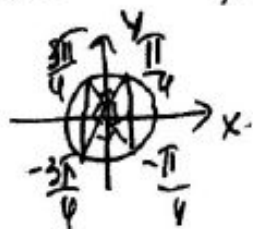
$$\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{или}$$

$$\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad \text{или}$$

$$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$



Эти решения можно объединить:

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$b) \quad x \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$-\frac{7\pi}{2} \leq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \leq -2\pi \quad | \cdot 4$$

$$-14 \leq 1 + 2k \leq -8$$

$$-15 \leq 2k \leq -9; \quad -\frac{15}{2} \leq k \leq -\frac{9}{2}; \quad -7,5 \leq k \leq -4,5$$

так $k \in \mathbb{Z}$ то $k = -7; -6; -5$.

$$x = \frac{\pi}{4} - \frac{6\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{12\pi}{4} = -\frac{11\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{4} - \frac{7\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{14\pi}{4} = -\frac{13\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{4} - \frac{5\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{10\pi}{4} = -\frac{9\pi}{4}$$

Ответ: a) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{9\pi}{4}; -\frac{11\pi}{4}; -\frac{13\pi}{4}$

Комментарий. В отличие от Примера 5, автор этого решения верно и вполне уверенно справился с решением в целых числах неравенства

$$-\frac{7\pi}{2} \leq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \leq -2\pi.$$

Оценка эксперта: 2 балла.

C1 Дано уравнение $\cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{5} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2 x}{25}} \cdot (5 + \sqrt{3})$

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни на промежутке $[0; 3\pi]$.

C1. Дано уравнение $6tg^2x - \frac{13}{\cos x} + 12 = 0$

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

C1.19. Решите уравнение $\frac{81^{\cos x} - 4 \cdot 9^{\cos x} + 3}{\operatorname{tg} x + \sqrt{3}} = 0.$

C1.12. Решите уравнение $(\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x + 1) \sqrt{-17 \cos x} = 0$.

$$\frac{2 \sin^2 x + 2 \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 1}{\sqrt{6x - x^2}} = 0.$$