

# ***Понятие правильного многогранника***

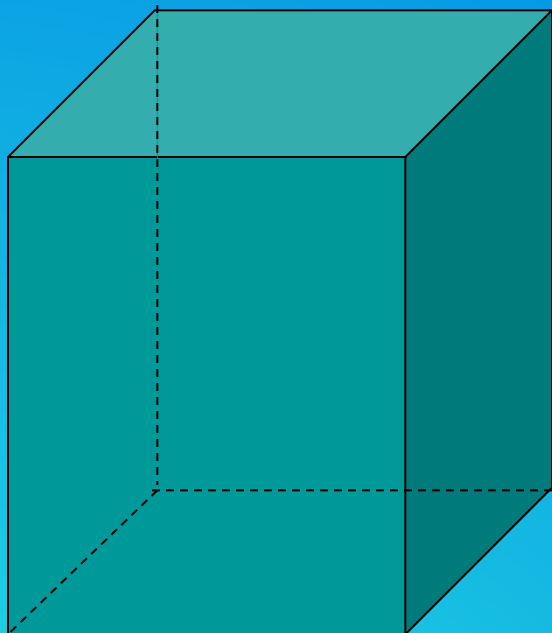
Урок геометрии в 10 классе

Учитель:

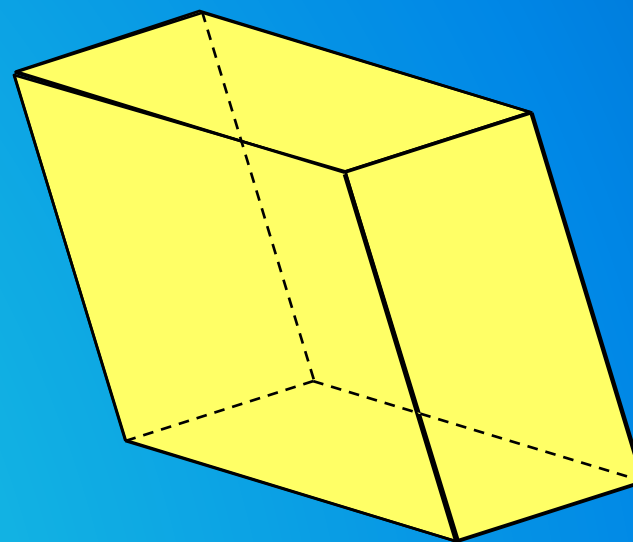
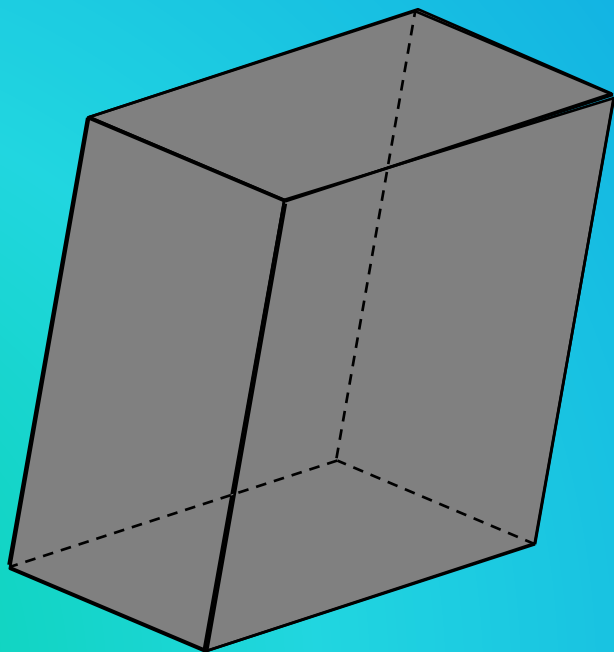
Реброва Надежда Михайловна

## Проверка домашнего задания. ЕГЭ. Задачи В 9.

1. Найдите площадь полной поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 3 и 4, и боковым ребром, равным 5.
2. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь поверхности пирамиды.

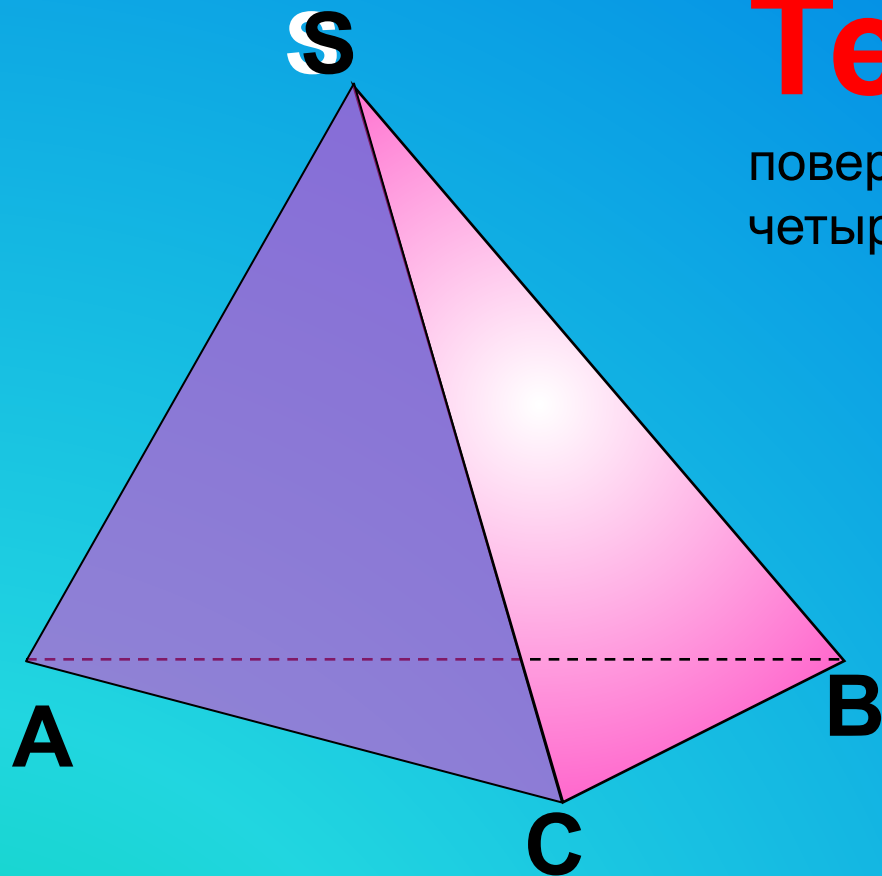


**Параллелепипед** –  
поверхность, составленная из шести  
параллелограммов.

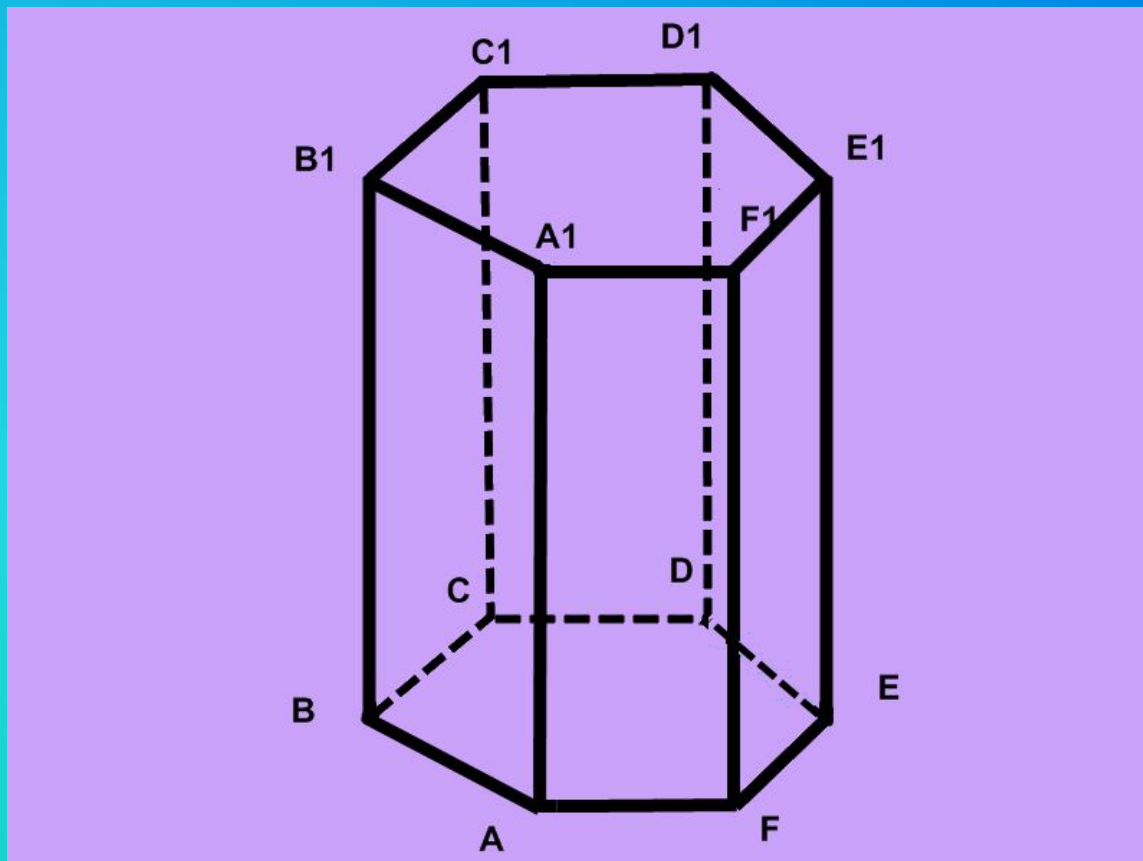


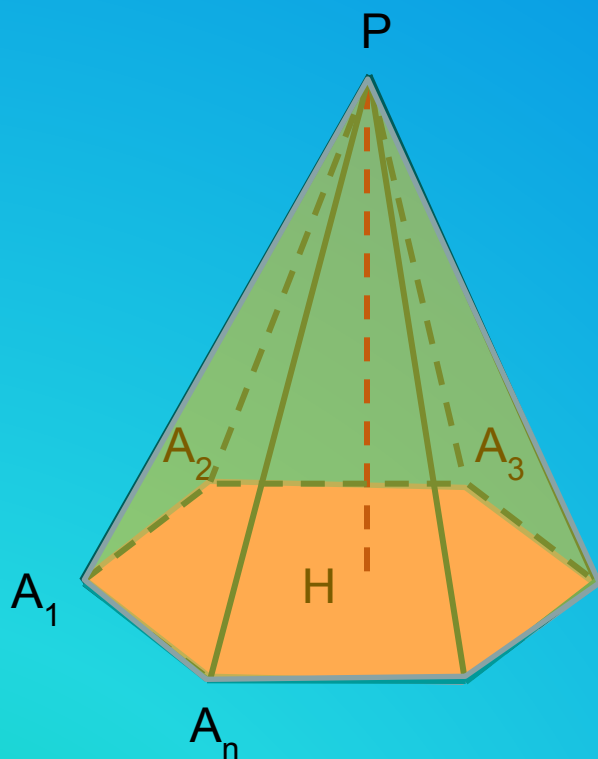
# Тетраэдр —

поверхность, составленная из  
четырех треугольников.



**ПРИЗМА** - поверхность призмы состоит из двух равных многоугольников (оснований) и параллелограммов (боковых граней).





# ПИРАМИДА -

*поверхность пирамиды  
состоит из основания и  
боковых граней.*

# Заполните пропуски

$$S = P_0 h \text{ -----}$$

----- - площадь полной поверхности пирамиды

$$S = 1/2 P_0 h \text{ -----}$$

$$S = S_{\text{б}} + 2S_0 \text{ -----}$$

$$S = 1/2 (P_0 + P_0) h \text{ -----}$$

# Проверьте правильность заполнения

$S = P_o H$  – площадь боковой поверхности призмы

$S = S_b + S_o$  – площадь полной поверхности пирамиды

$S = \frac{1}{2} P_o H$  – площадь боковой поверхности правильной пирамиды

$S = S_b + 2 S_o$  – площадь полной поверхности призмы

$S = \frac{1}{2}(P_o + P_o)h$  – площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды



# Критерии оценки

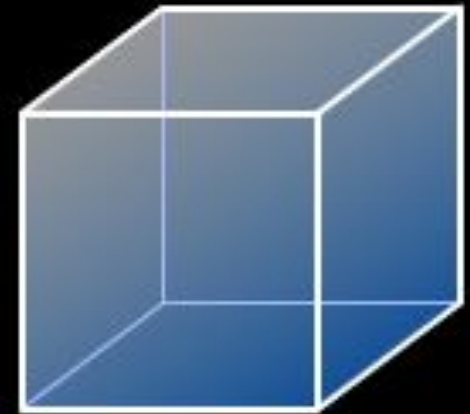
- Оценка «5» - все задания выполнены верно
- Оценка «4» - выполнено 4 задания
- Оценка «3» - выполнено не менее 3 заданий
- Оценка «2» - выполнено менее 3 заданий

В геометрии изучаются разные виды многогранников: пирамиды, призмы, правильные многогранники. Ни одно геометрическое тело не обладает такой красотой, как правильные многогранники.

*«Правильных многогранников вызывающе мало, но весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук»*

(Л.Кэрролл)

# Существует всего пять правильных многогранников



# Из истории

- С древнейших времен наши представления о красоте связаны с симметрией. Наверное, этим объясняется интерес человека к многогранникам - удивительным символам симметрии, привлекавшим внимание выдающихся мыслителей.
- История правильных многогранников уходит в глубокую древность. Изучением правильных многогранников занимались Пифагор и его ученики. Их поражала красота, совершенство, гармония этих фигур. Пифагорейцы считали правильные многогранники божественными фигурами и использовали в своих философских сочинениях.

# Из истории

- Одно из древнейших упоминаний о правильных многогранниках находится в трактате Платона (427-347 до н. э.) "Тимаус". Поэтому правильные многогранники также называются платоновыми телами. Каждый из правильных многогранников, а всего их пять, Платон ассоциировал с четырьмя "земными" элементами: земля (куб), вода (икосаэдр), огонь (тетраэдр), воздух (октаэдр), а также с "неземным" элементом - небом (додекаэдр).

# Из истории

- Знаменитый математик и астроном Кеплер построил модель Солнечной системы как ряд последовательно вписанных и описанных правильных многогранников и сфер.

# *Какие многогранники являются правильными?*

- *Многогранник называется правильным, если все его грани – равные правильные многоугольники и в каждой вершине сходится одно и то же число граней*

# Другое определение:

- правильным многогранником называется такой выпуклый многогранник, все грани которого являются одинаковыми правильными многоугольниками и все двугранные углы попарно равны.



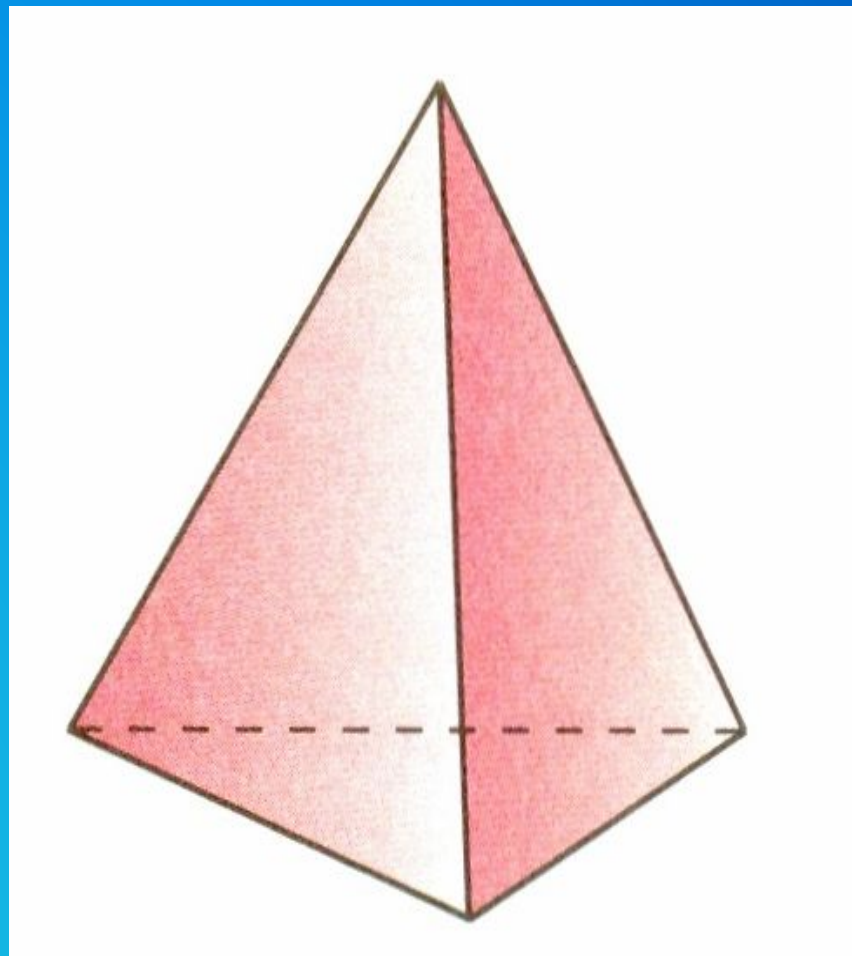
# Многогранник называется правильным, если:

- он выпуклый
- все его грани являются равными правильными многоугольниками
- в каждой его вершине сходится одинаковое число граней
- все его двугранные углы равны

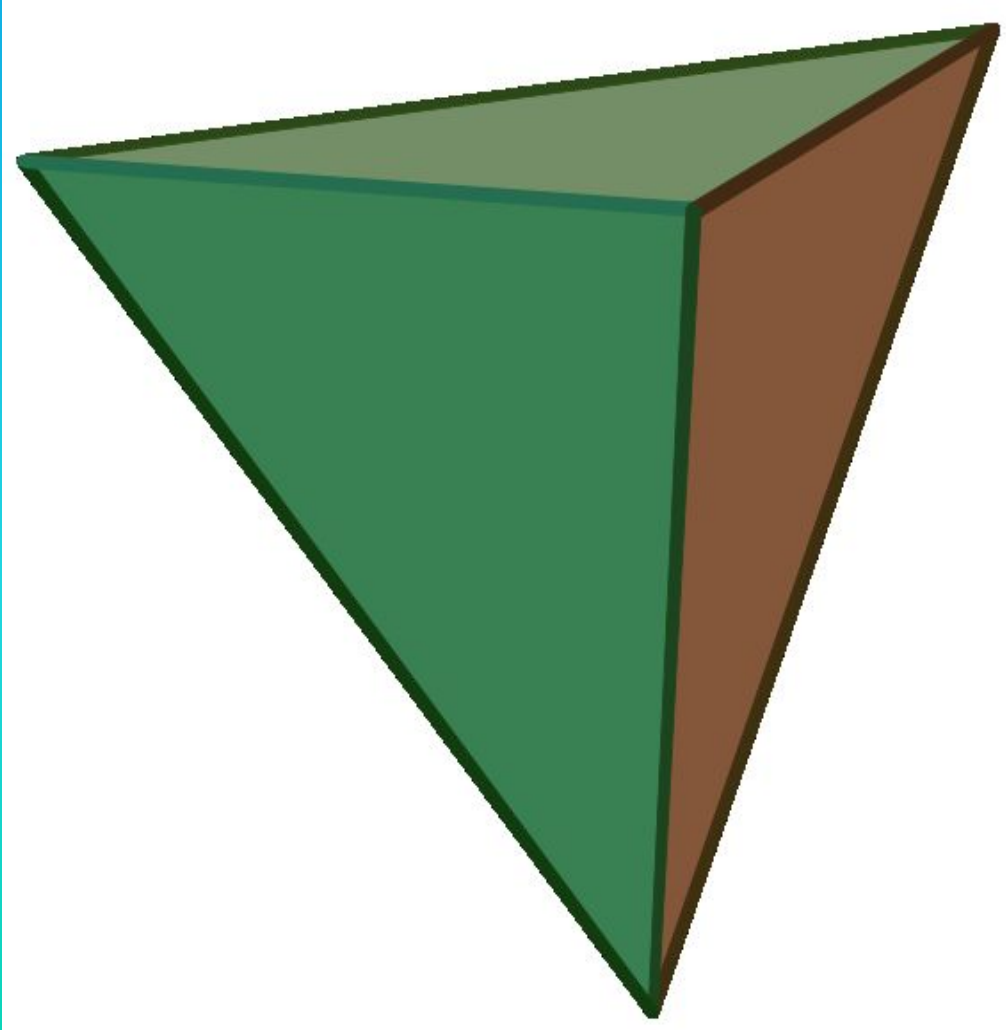
Правильный *тетраэдр*  
составлен из четырёх  
равносторонних  
треугольников.

Каждая его вершина  
является вершиной  
трёх треугольников.

Следовательно, сумма  
плоских углов при  
каждой вершине равна  
 $180^\circ$ .

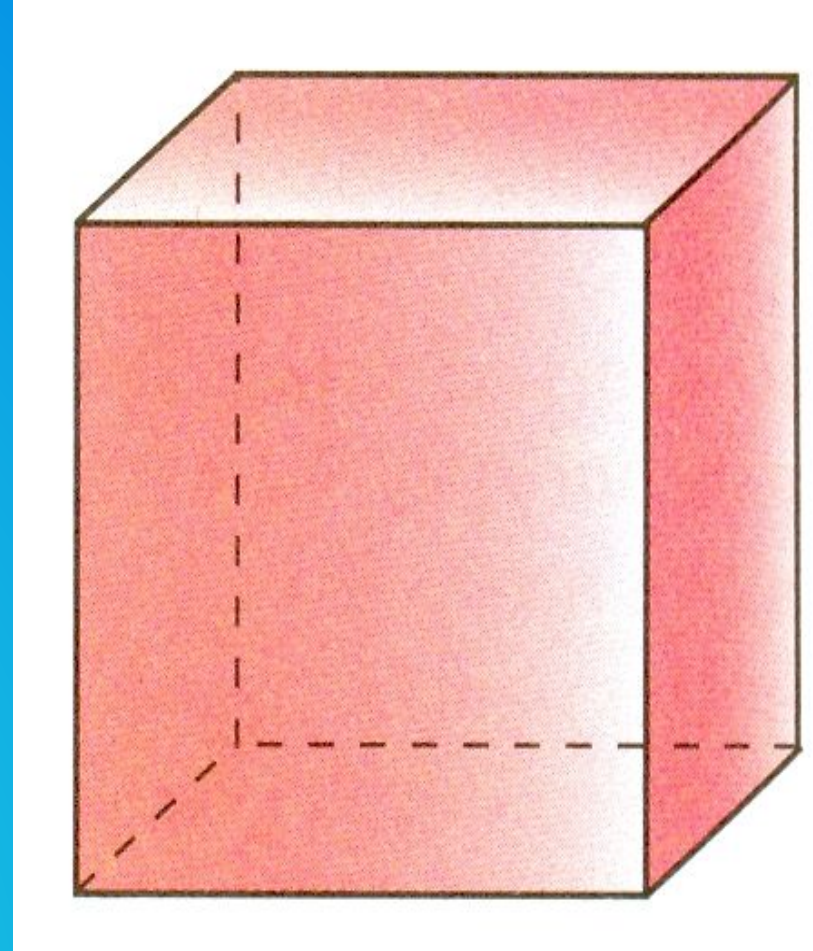


# тетраэдр

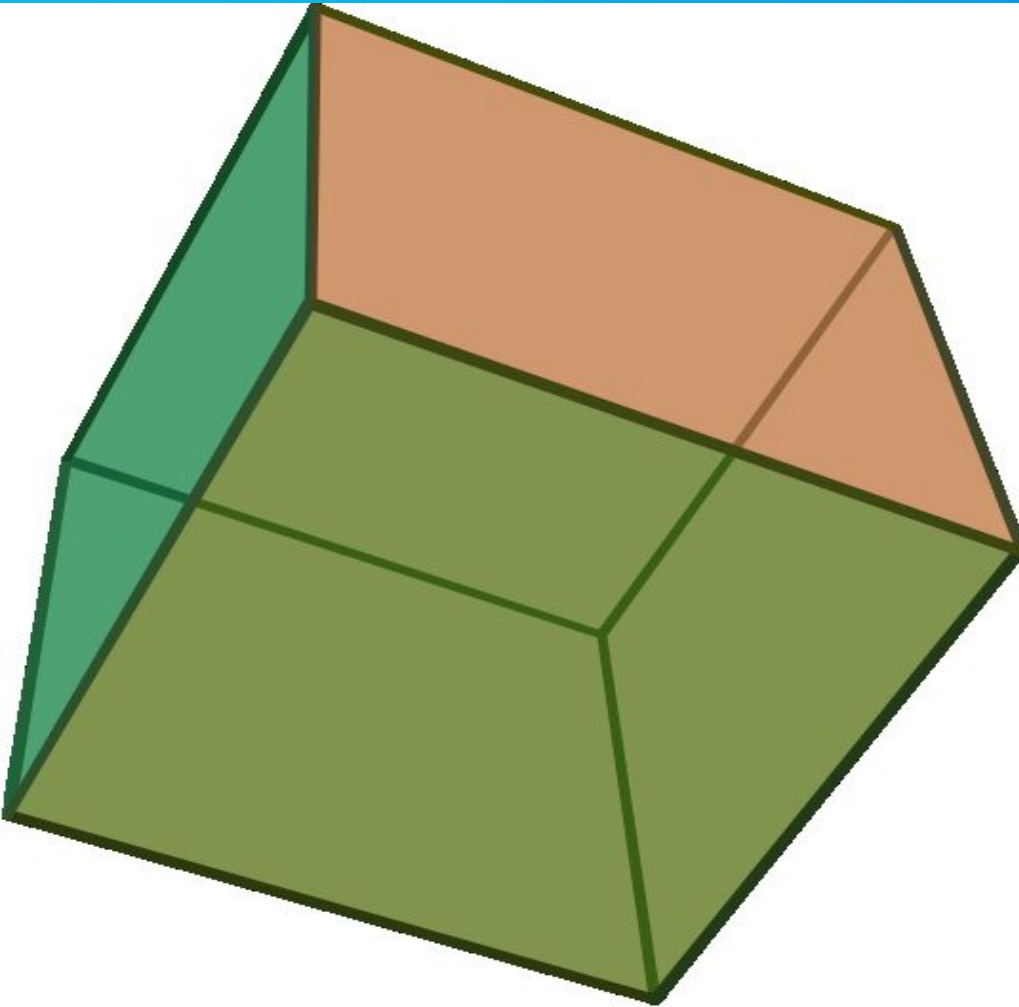


Тетраэдр -  
имеет 4  
грани, в  
переводе с  
греческого  
"тетра" -  
четыре,  
"эдрон" -  
грань

**Куб** (гексаэдр)  
составлен из шести  
квадратов. Каждая  
вершина куба  
является вершиной  
трёх квадратов.  
Следовательно,  
сумма плоских углов  
при каждой вершине  
равна  $270^\circ$ .



# Куб (гексаэдр)



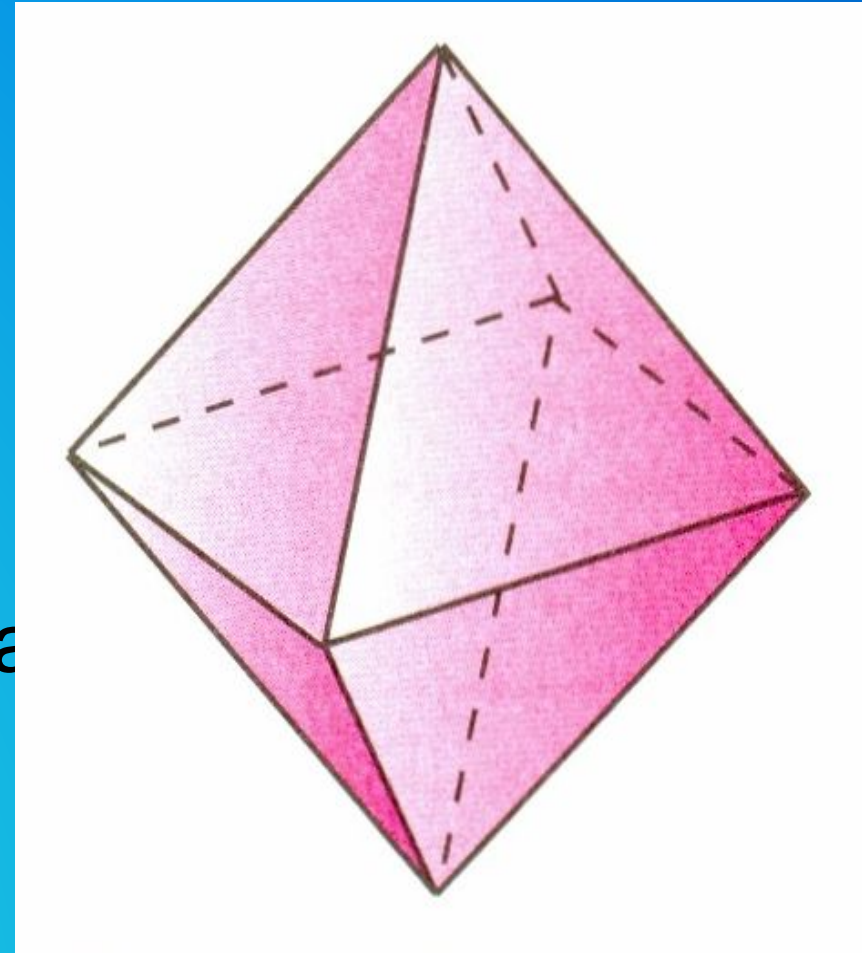
гексаэдр (куб) -  
имеет 6 граней,  
"гекса" - шесть

Правильный октаэдр

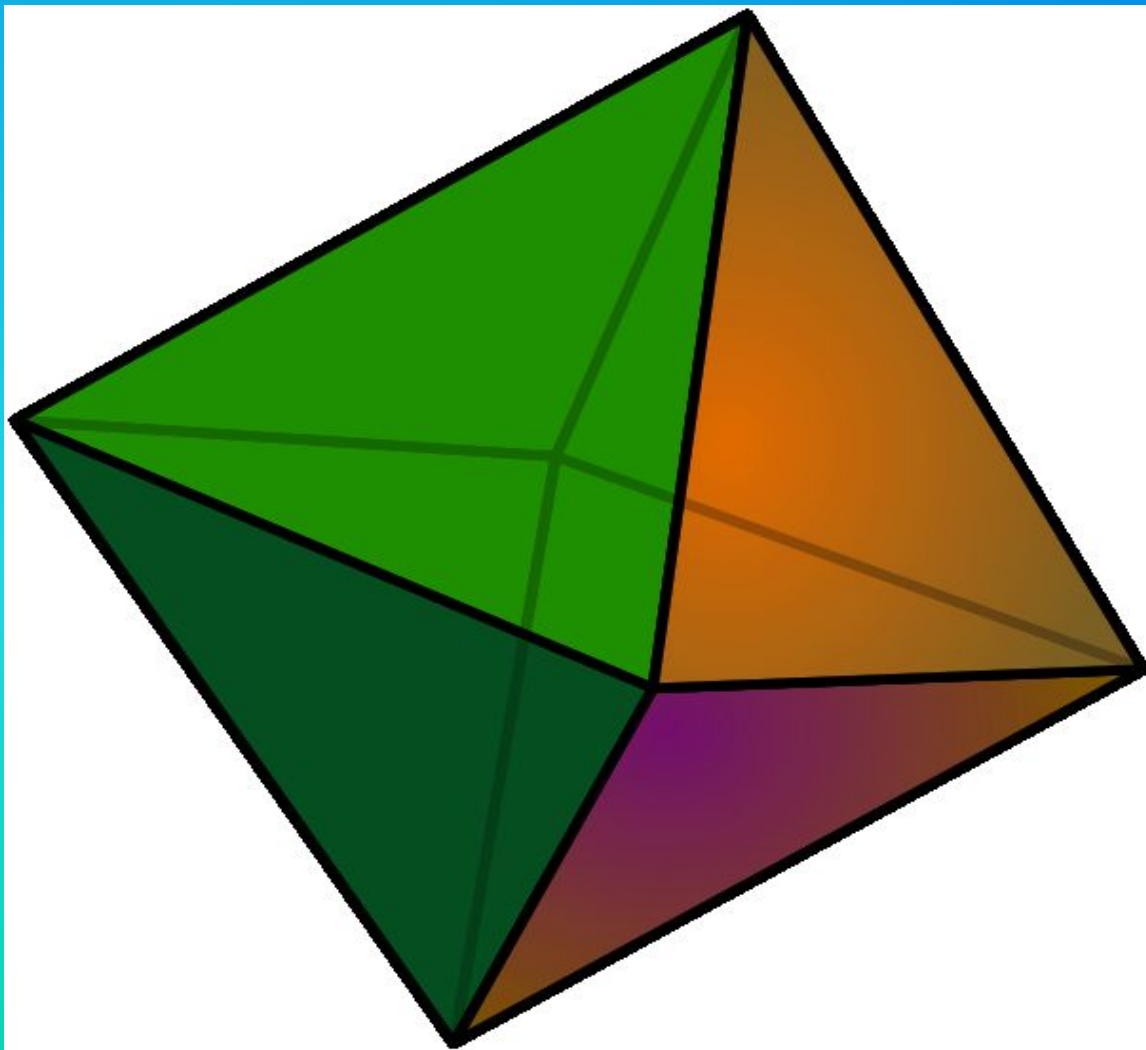
составлен из восьми  
равносторонних  
треугольников.

Каждая вершина  
октаэдра является  
вершиной четырёх  
треугольников.

Следовательно, сумма  
плоских углов при  
каждой вершине  
равна  $240^\circ$ .



# Октаэдр



октаэдр -  
восьмигранник,  
"ОКТО" - ВОСЕМЬ;

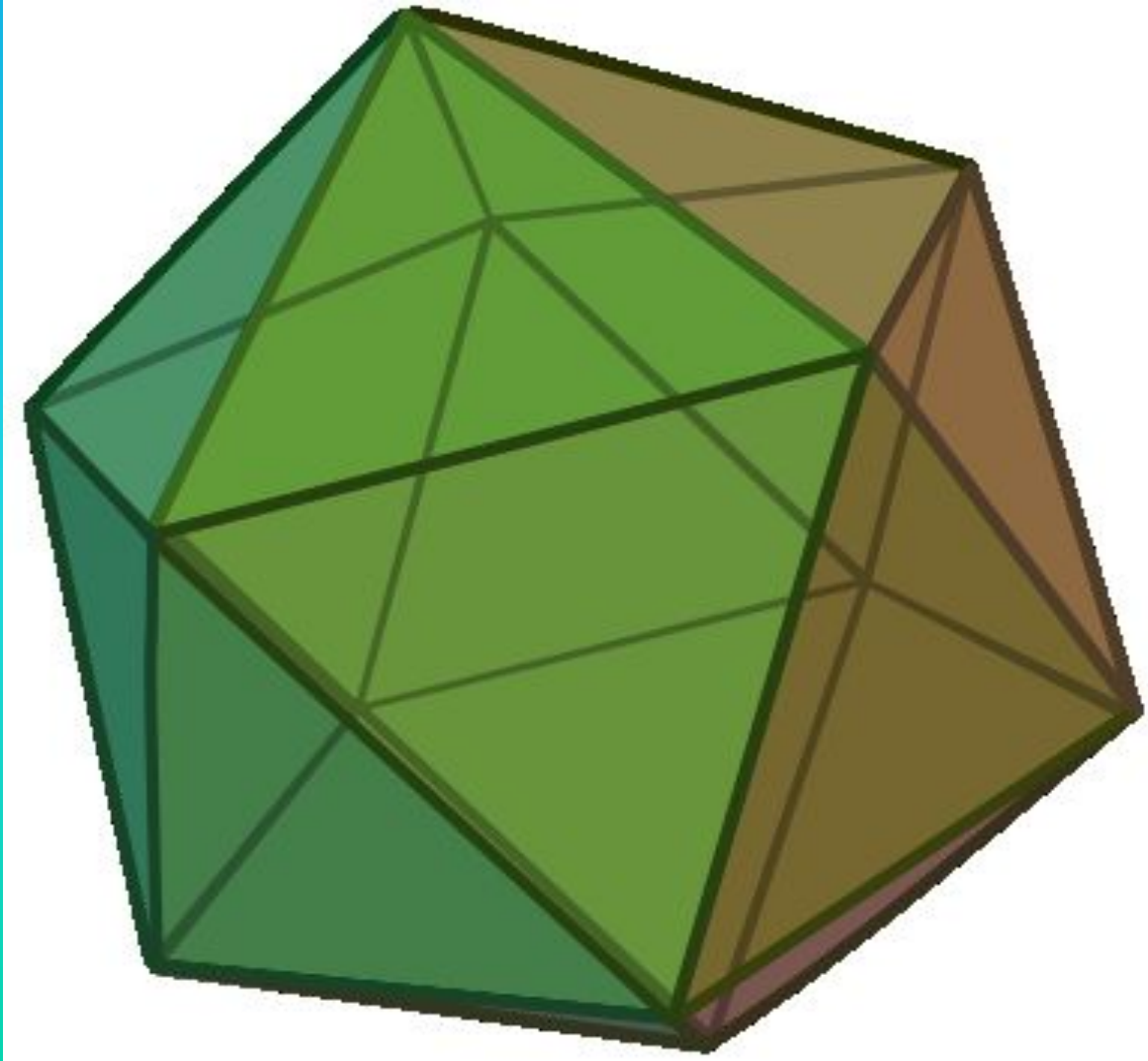
# Правильный икосаэдр



- составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $300^\circ$ .

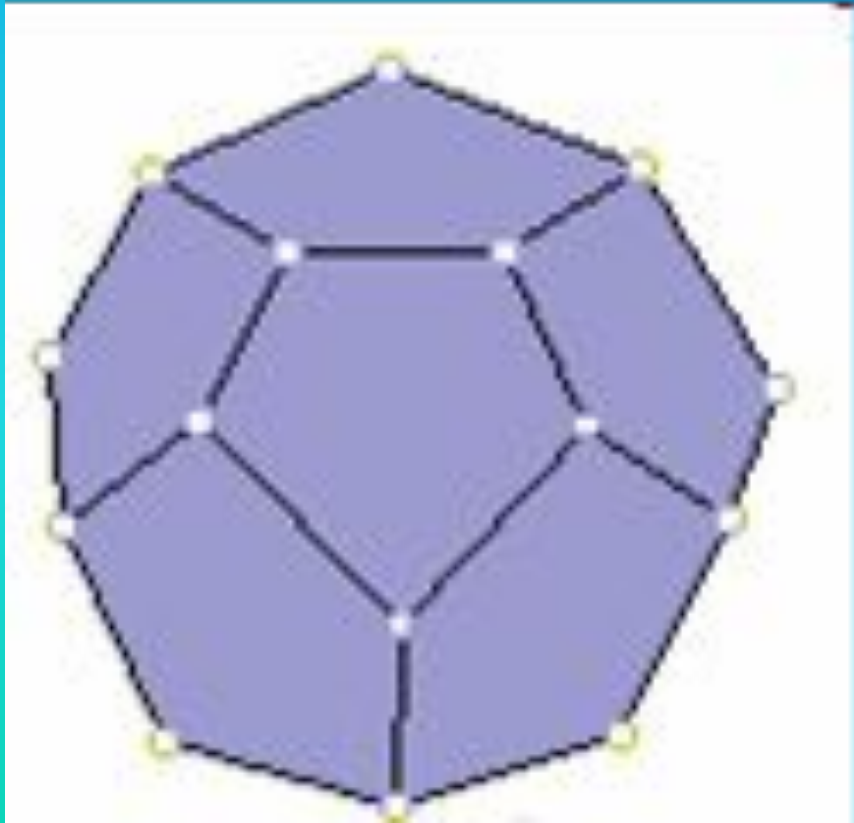


# Икосаэдр



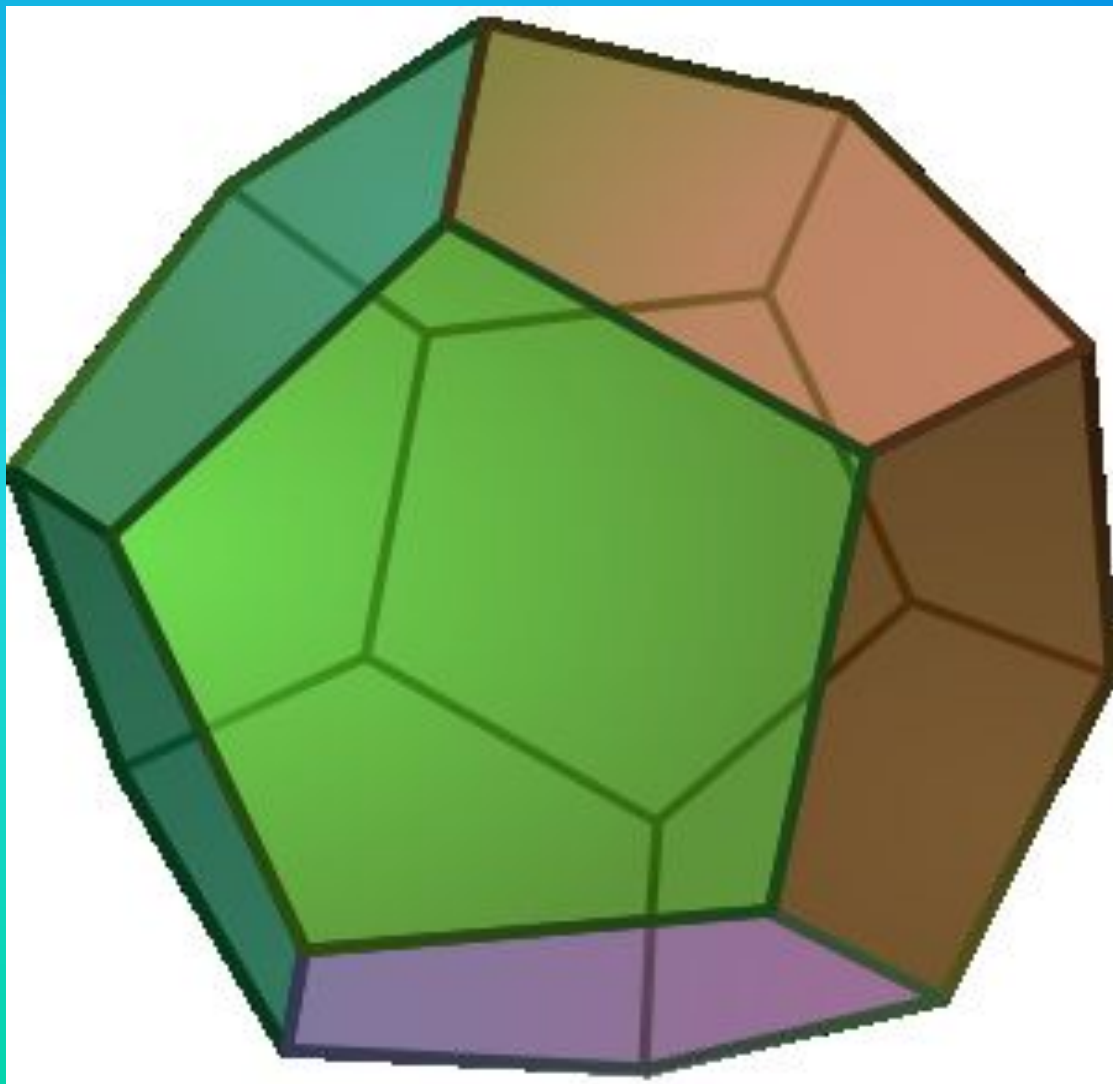
Икосаэдр -  
имеет 20  
граней,  
"икоси" -  
двадцать

# Правильный додекаэдр



- составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $324^\circ$ .

# Додекаэдр



додекаэдр -  
двенадцати  
гранник,  
"додека" -  
двенадцать

Не существует правильного  
многогранника, гранями  
которого являются  
правильные  
шестиугольники,  
семиугольники и вообще  
 $n$ -угольники при  $n \geq 6$ .

# Математические свойства правильных многогранников Характеристика Эйлера

Сумма числа граней и вершин любого  
многогранника  
равна числу рёбер, увеличенному на 2.

$$Г + В = Р + 2$$

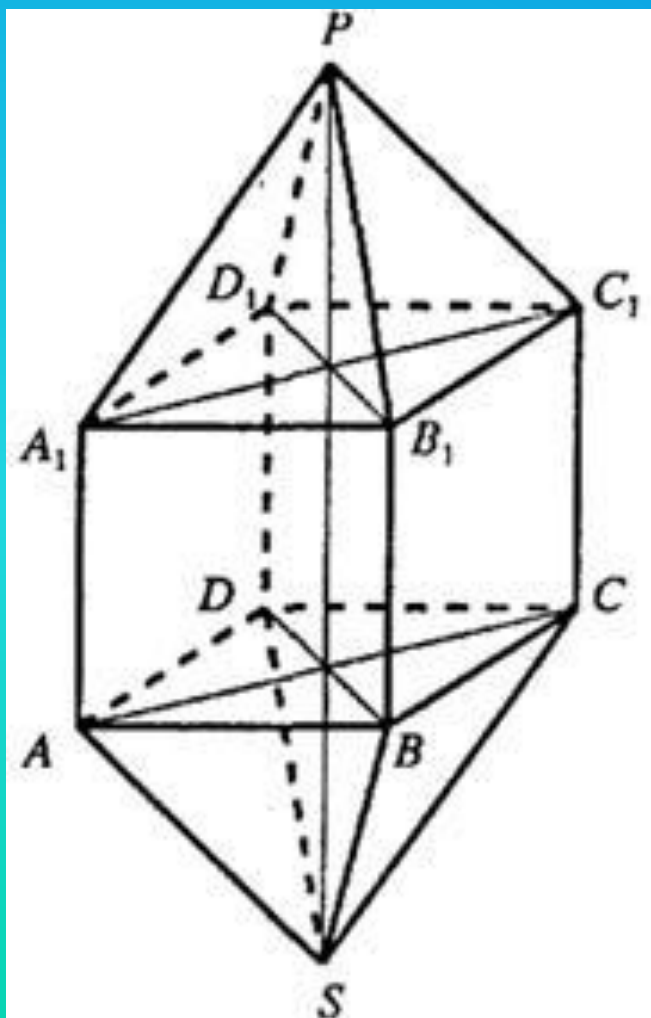
Число граней плюс число вершин минус  
число рёбер  
в любом многограннике равно 2.

$$Г + В - Р = 2$$

Правильный многогранник	Число граней Г	Число вершин В	Число рёбер Р	Г+В - Р
Тетраэдр	4	4	6	
Куб	6	8	12	
Октаэдр	8	6	12	
Додекаэдр	12	20	30	
Икосаэдр	20	12	30	

Правильный многогранник	Число граней Г	Число вершин В	Число рёбер Р	Г+В - Р
Тетраэдр	4	4	6	2
Куб	6	8	12	2
Октаэдр	8	6	12	2
Додекаэдр	12	20	30	2
Икосаэдр	20	12	30	2

**Задача:** Определите количество граней, вершин и рёбер многогранника, изображенного на рисунке. Проверьте выполнимость формулы Эйлера для данного многогранника



Решение:

$$Г=12$$

$$В=10$$

$$Р=20$$

$$Г+В-Р=12+10-20=2$$



# Правильные многогранники в философской картине мира Платона

Правильные многогранники иногда называют Платоновыми телами, поскольку они занимают видное место в философской картине мира, разработанной великим мыслителем Древней Греции Платоном (ок. 428 – ок. 348 до н.э.).

Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» – огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников.

Тетраэдр олицетворял **огонь**, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени.

Икосаэдр – как самый обтекаемый – **воду**.

Куб – самая устойчивая из фигур – **землю**.

Октаэдр – **воздух**.

В наше время эту систему можно сравнить с четырьмя состояниями вещества – твёрдым, жидким, газообразным и пламенным.

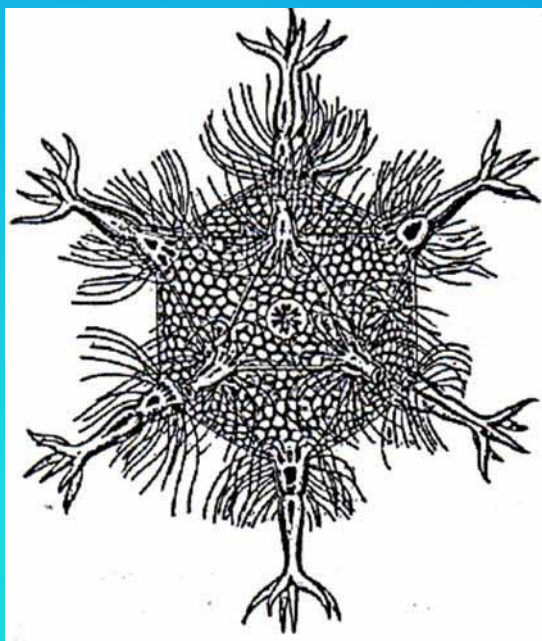
Пятый многогранник – додекаэдр символизировал весь мир и почитался главнейшим.

Это была одна из первых попыток ввести в науку идею систематизации.

# Согласно философии Платона

	ОГОНЬ	<b>тетраэдр</b>	
	ВОДА	<b>икосаэдр</b>	
	ВОЗДУХ	<b>октаэдр</b>	
	ЗЕМЛЯ	<b>гексаэдр</b>	
	ВСЕЛЕННАЯ	<b>додекаэдр</b>	

# Правильные многогранники и природа



**Феодария**  
(*Circjgnia  
icosahdra*)

Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, скелет одноклеточного организма феодарии (*Circjgnia icosahdra*) по форме напоминает икосаэдр.

Чем же вызвана такая природная геометризация феодарий? По-видимому, тем, что из всех многогранников с тем же числом граней именно икосаэдр имеет наибольший объём при наименьшей площади поверхности. Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление водной толщи.

Правильные многогранники – самые «выгодные» фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов.

Взять хотя бы поваренную соль, без которой мы не можем обойтись. Известно, что она растворима в воде, служит проводником электрического тока. А кристаллы поваренной соли ( $\text{NaCl}$ ) имеют форму куба.

При производстве алюминия пользуются алюминиево-калиевыми кварцами ( $\text{K[Al(SO}_4)_2] \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ ), монокристалл которых имеет форму правильного октаэдра.

Получение серной кислоты, железа, особых сортов цемента не обходится без сернистого колчедана ( $\text{FeS}$ ). Кристаллы этого химического вещества имеют форму додекаэдра.

В разных химических реакциях применяется сурьменистый серноокислый натрий ( $\text{Na}_5(\text{SbO}_4(\text{SO}_4))$ ) – вещество, синтезированное учёными. Кристалл сурьменистого серноокислого натрия имеет форму тетраэдра.

Последний правильный многогранник – икосаэдр передаёт форму кристаллов бора (B). В своё время бор использовался для создания полупроводников первого поколения.

# «Тайная вечеря»



Сальвадор Дали



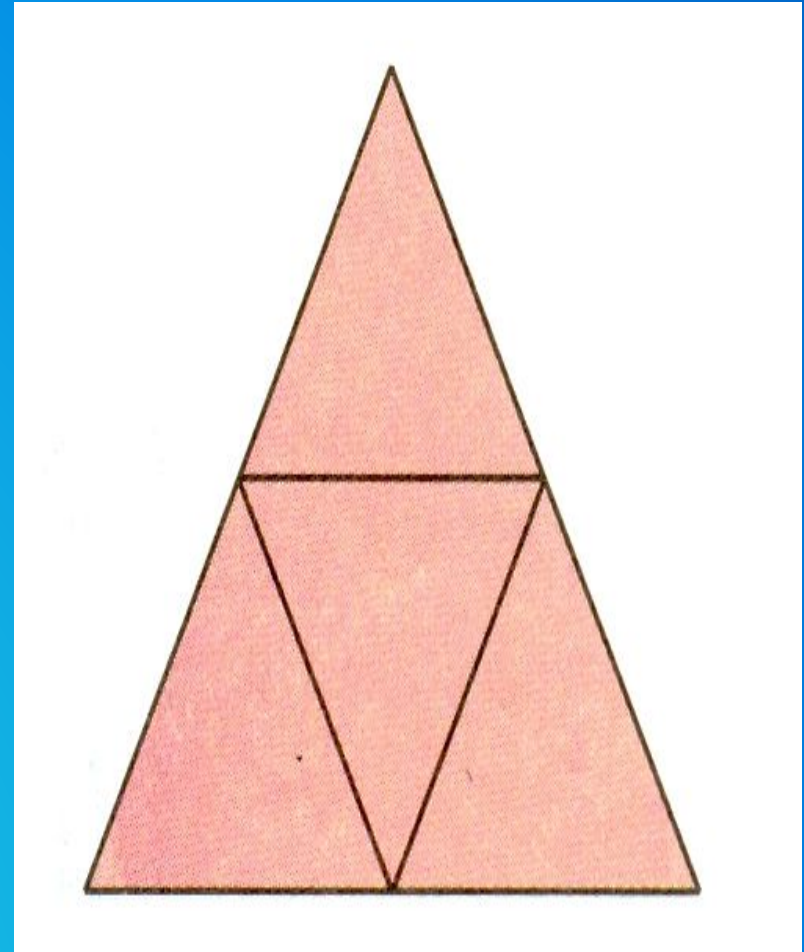
**Знаменитый художник,  
увлекавшийся геометрией  
Альбрехт Дюрер  
(1471- 1528) ,  
в известной гравюре  
"Меланхолия ".**

**На переднем плане  
изобразил додекаэдр.**

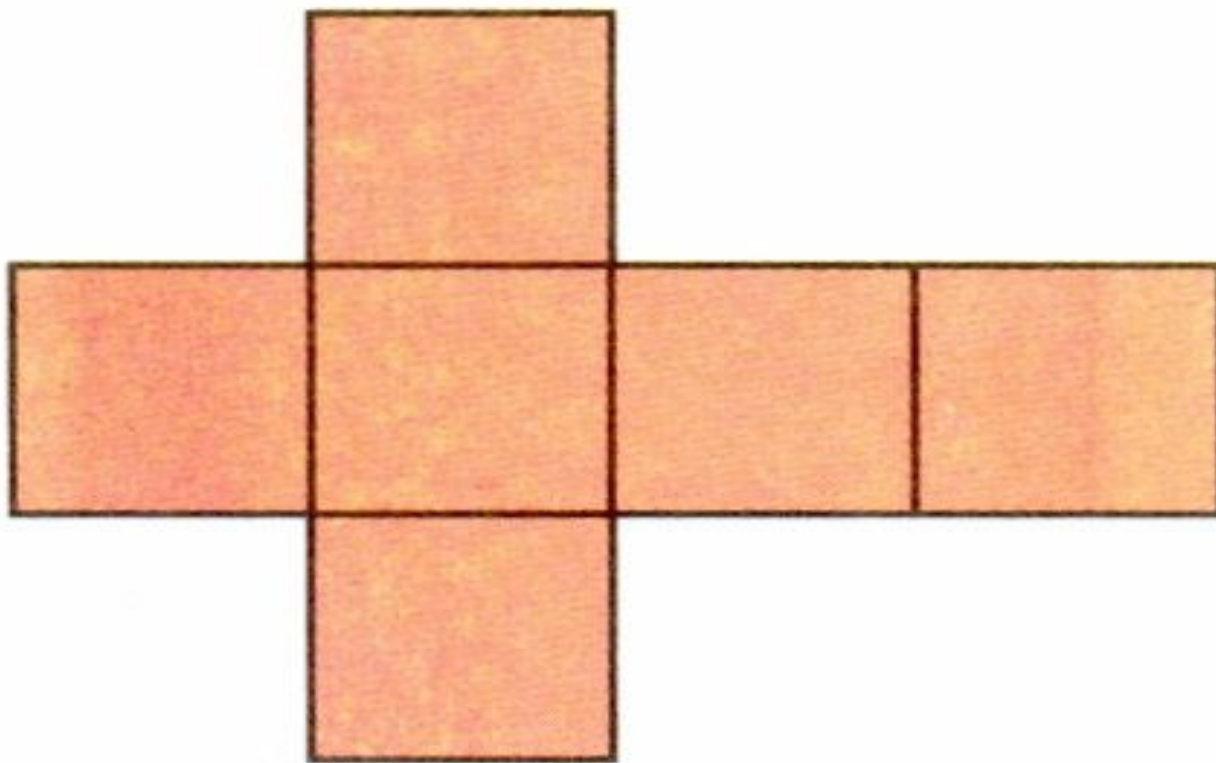
# Творческие ЗАДАНИЯ

Перерисуйте  
развёртку  
правильного  
тетраэдра

на плотный лист  
бумаги в большем  
масштабе, вырежьте  
развёртку (сделав  
необходимые припуски  
для склеивания) и  
склейте из неё  
тетраэдр.

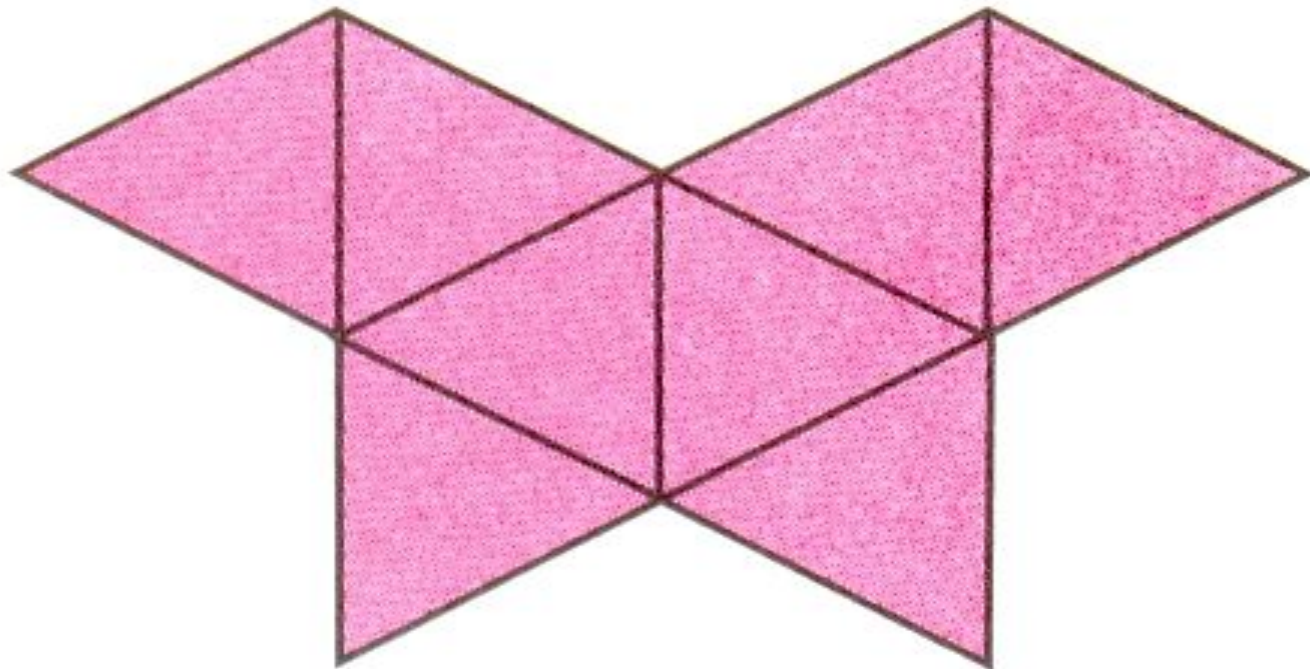


Перерисуйте развёртку куба на плотный лист бумаги в большем масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё куб.

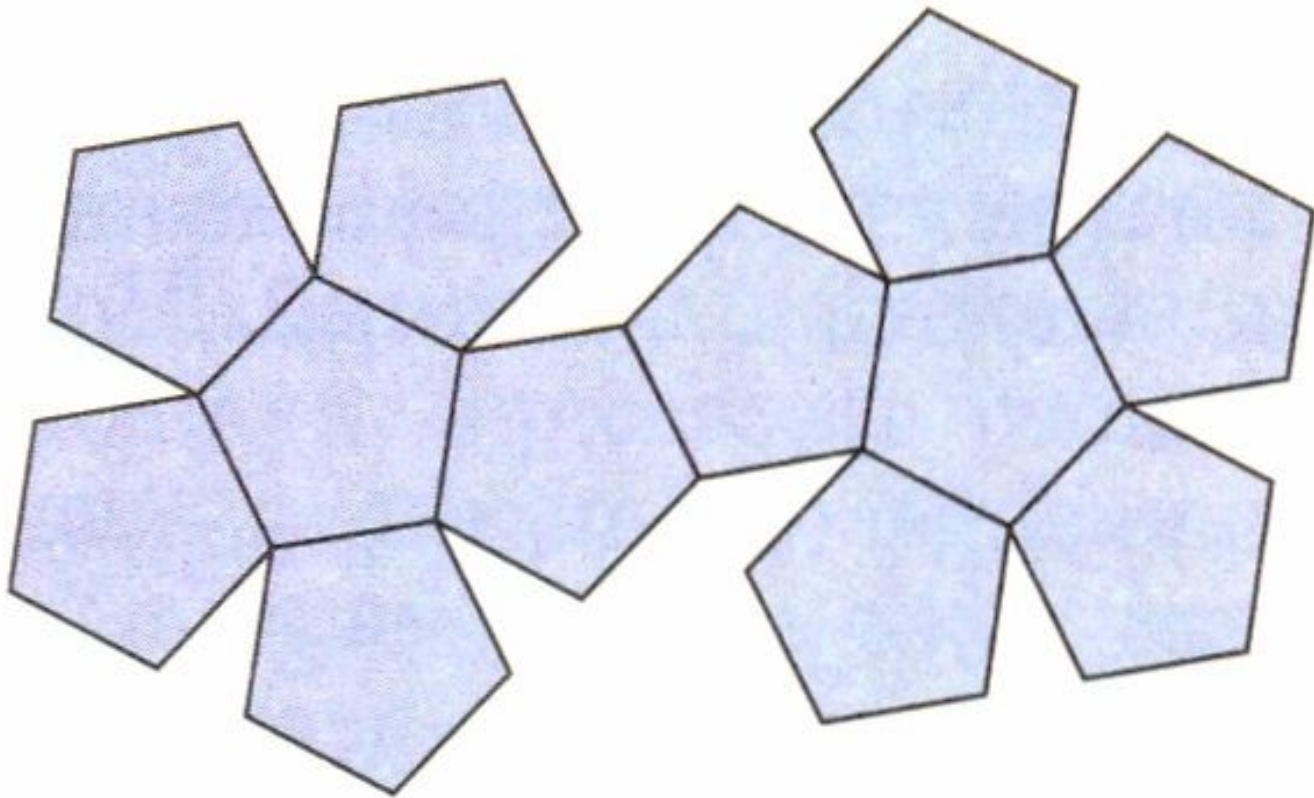




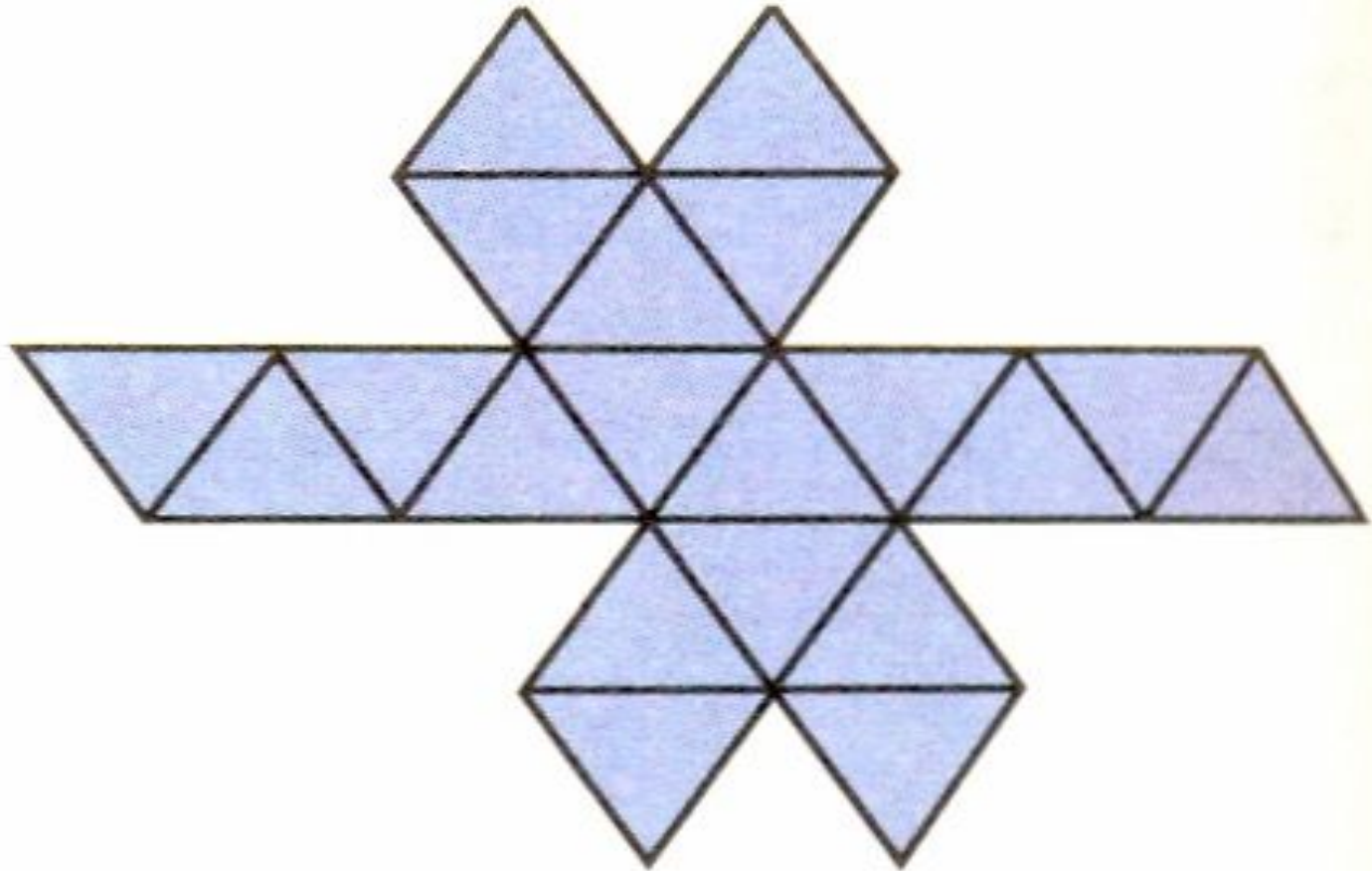
Перерисуйте развёртку  
правильного октаэдра на плотный  
лист бумаги в большем масштабе,  
вырежьте развёртку и склейте из неё  
октаэдр.



Перерисуйте развёртку правильного додекаэдра на плотный лист бумаги в большем масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё додекаэдр.



Перерисуйте развёртку правильного икосаэдра на плотный лист бумаги в большем масштабе, вырежьте развёртку и склейте из нее икосаэдр.





# Оформление выставки многогранников

