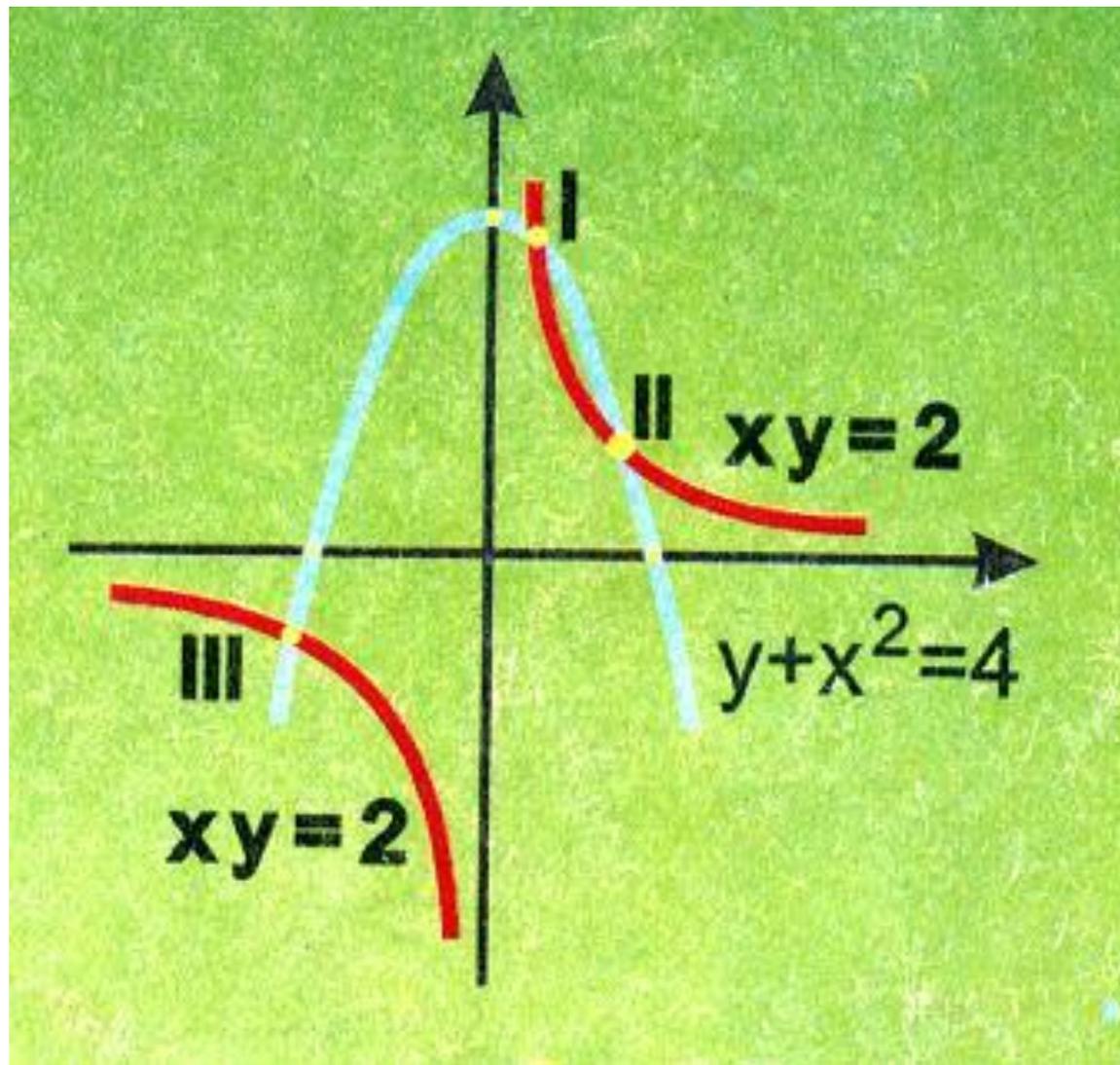


Графический способ решения систем уравнений



Подготовил учитель математики Данилов С.Р.

Дорогие друзья!

Эта презентация поможет Вам научиться решать системы уравнений с двумя переменными одним из самых простых и наглядных способов – ***графическим.***

Но этот способ напрямую связан с построением графиков уравнений, входящих в ту или иную систему, поэтому для начала будет полезно вспомнить, как выглядят графики основных известных Вам элементарных функций.

Итак...

[Дальше](#)

Вы, конечно, помните, что **графиком функции называют множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргументов, а ординаты – соответствующим значениям функции.**

$$y = f(x)$$

Вы уже знакомы с некоторыми важными видами функций

[Дальше](#)

y

Линейная функция задается уравнением

$$y = k \cdot x + b$$

где k и b – некоторые числа

x

0

Графиком этой функции является

прямая

Дальше

Функция обратной пропорциональности

$$y = \frac{k}{x}, \text{ где } k \neq 0$$

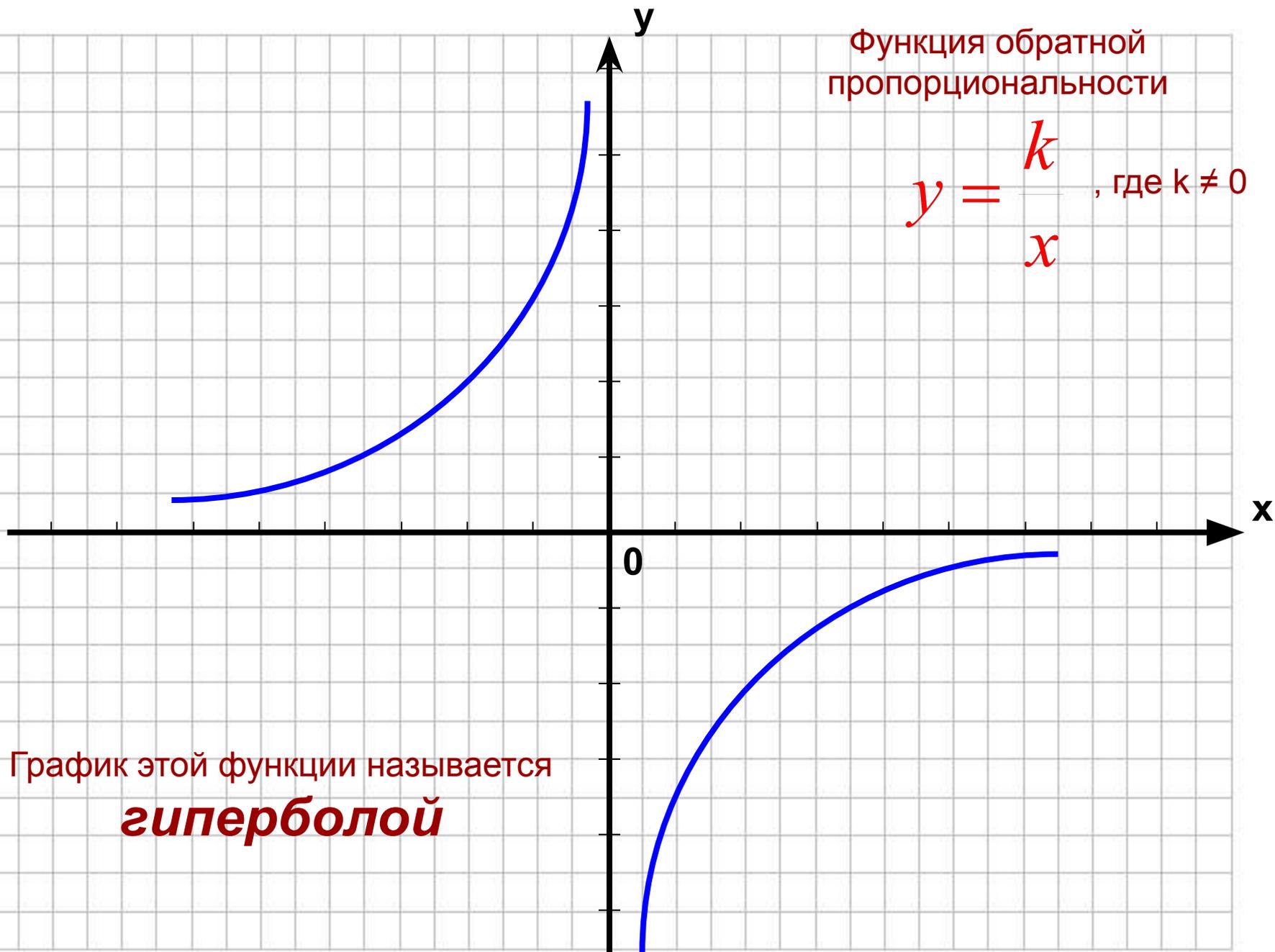


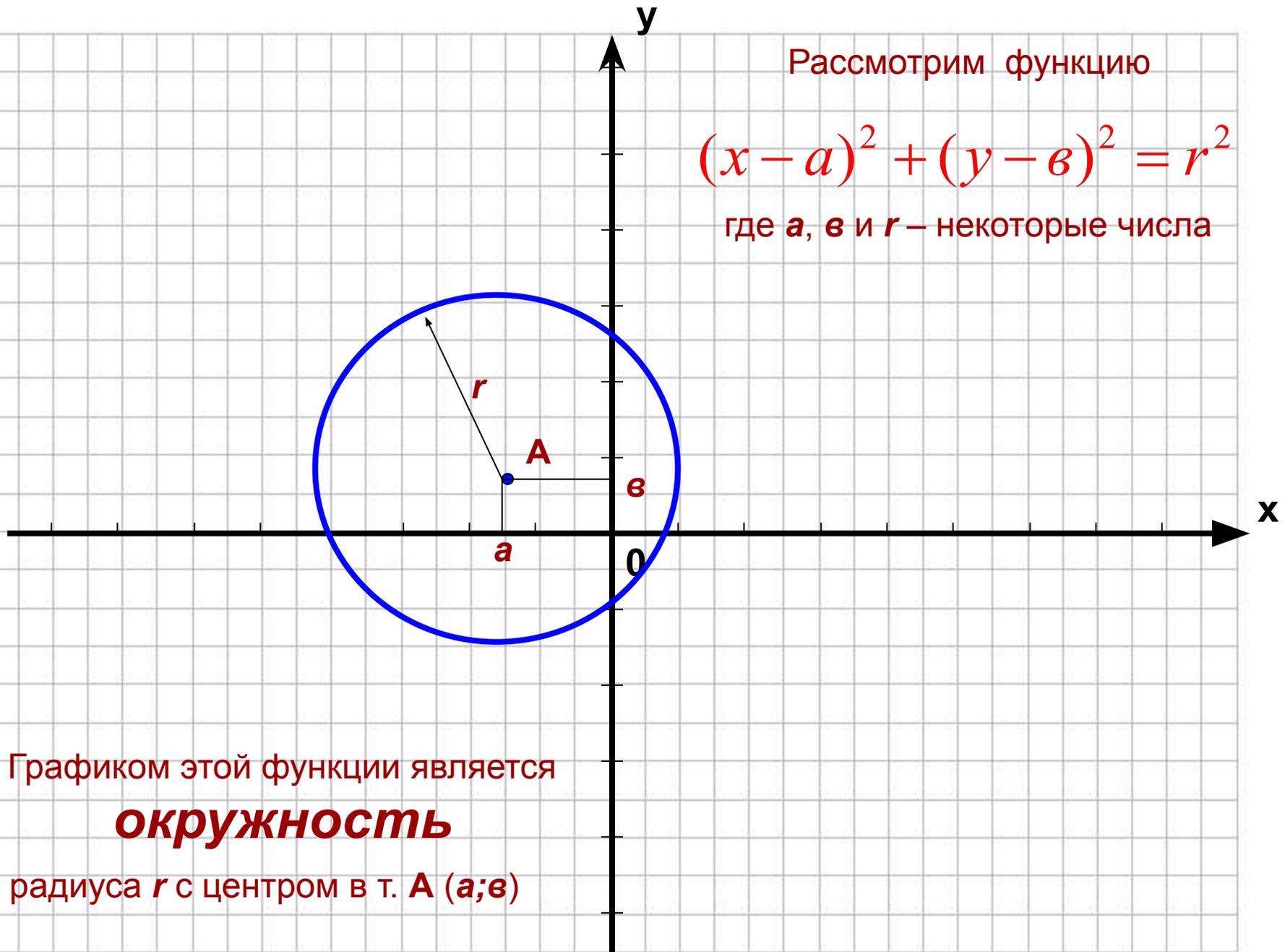
График этой функции называется
гиперболой

[Дальше](#)

Рассмотрим функцию

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

где a , b и r – некоторые числа



Графиком этой функции является

окружность

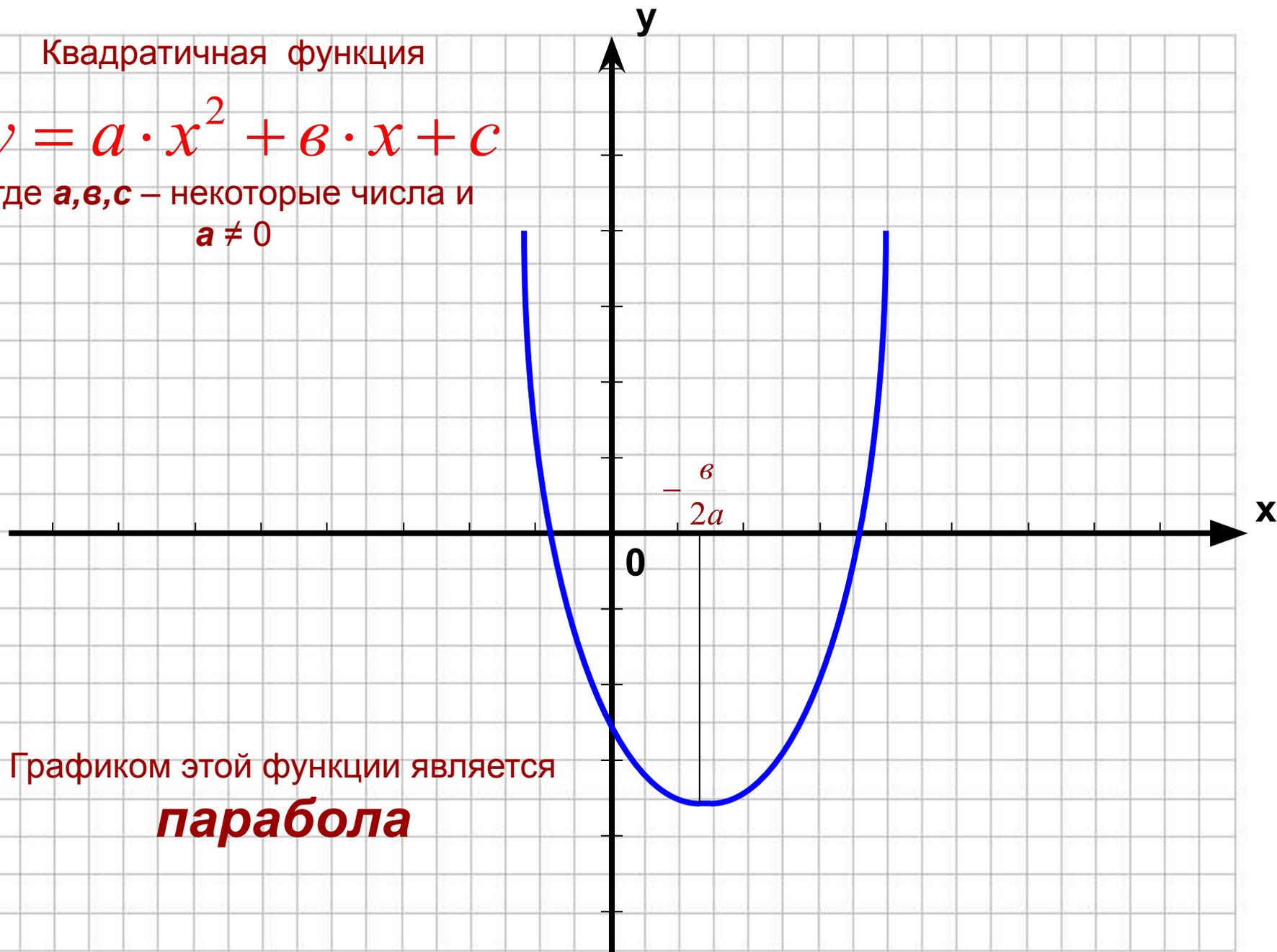
радиуса r с центром в т. $A(a; b)$

[Дальше](#)

Квадратичная функция

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

где a, b, c – некоторые числа и
 $a \neq 0$



Графиком этой функции является
парабола

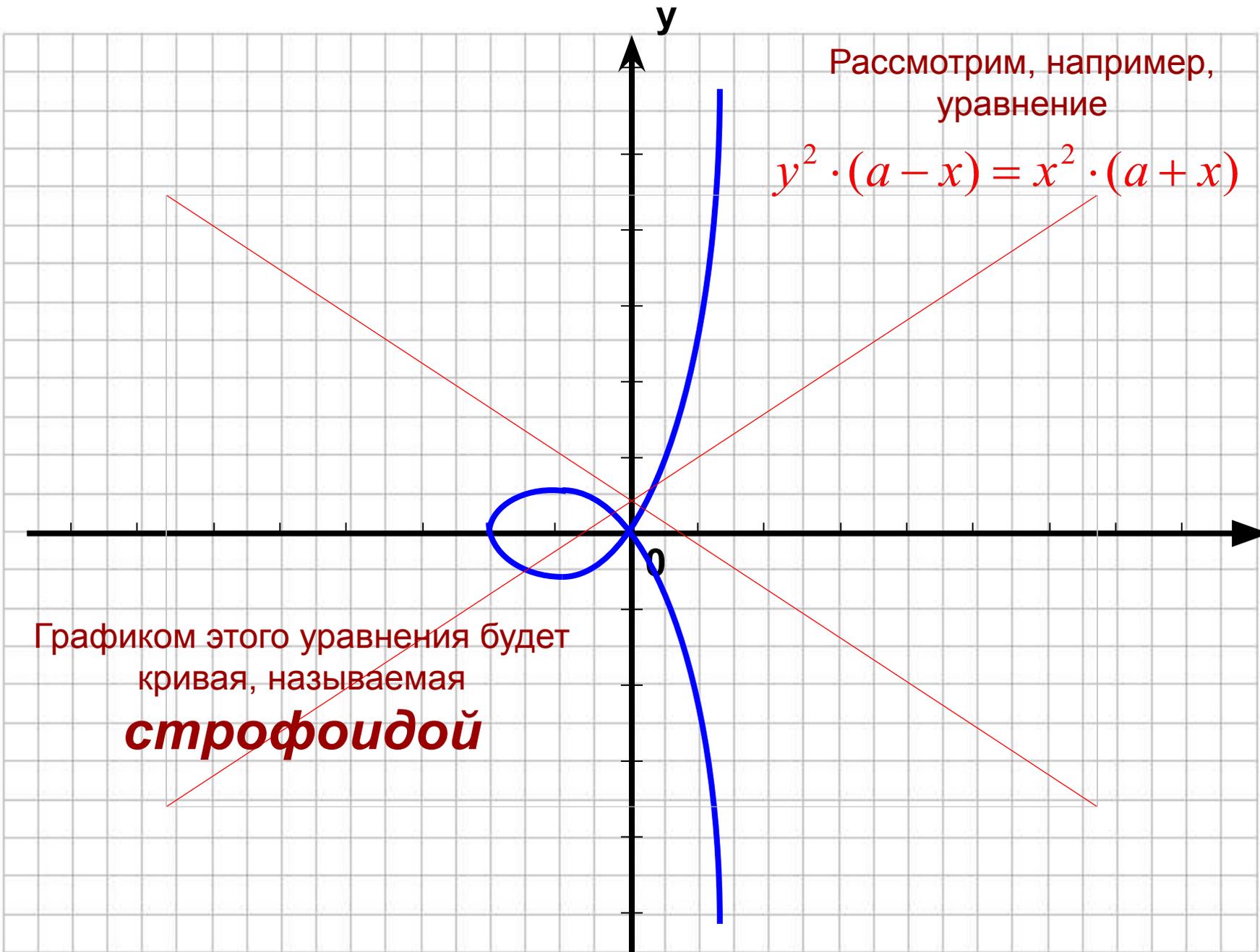
[Дальше](#)

Графиком уравнения с двумя переменными называется, как вы знаете, множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.

Причем иногда уравнения могут быть достаточно сложными, а графики таких уравнений – очень необычными по форме.

Давайте рассмотрим несколько примеров таких уравнений, используемых в высшей математике.

[Дальше](#)



Графиком этого уравнения будет
кривая, называемая
строфоидой

Рассмотрим, например,
уравнение
 $y^2 \cdot (a - x) = x^2 \cdot (a + x)$

Дальше

А теперь уравнение

$$(x^2 + y^2)^2 = a \cdot (x^2 - y^2)$$

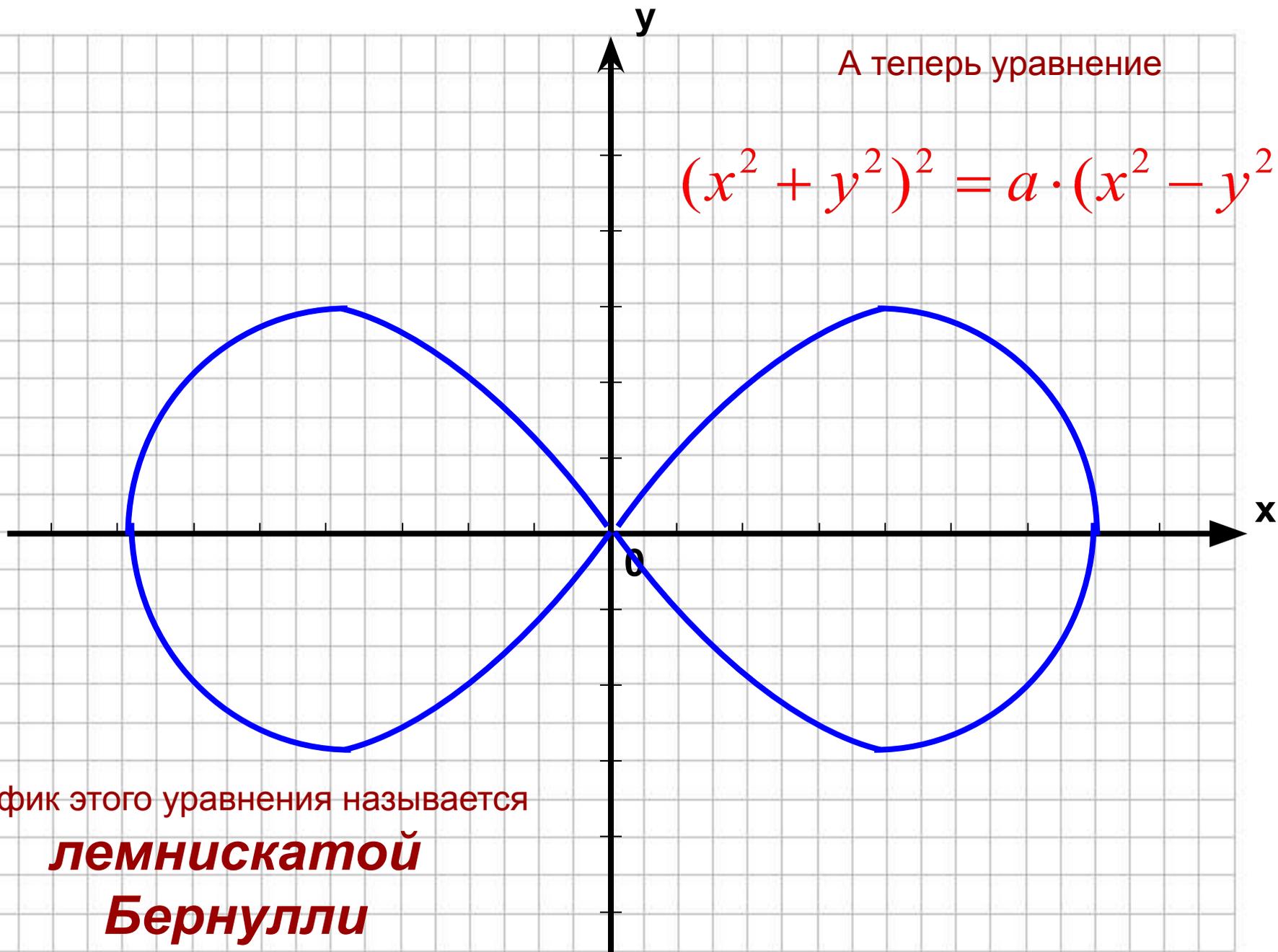


График этого уравнения называется

**лемнискатой
Бернулли**

Дальше

А вот уравнение

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

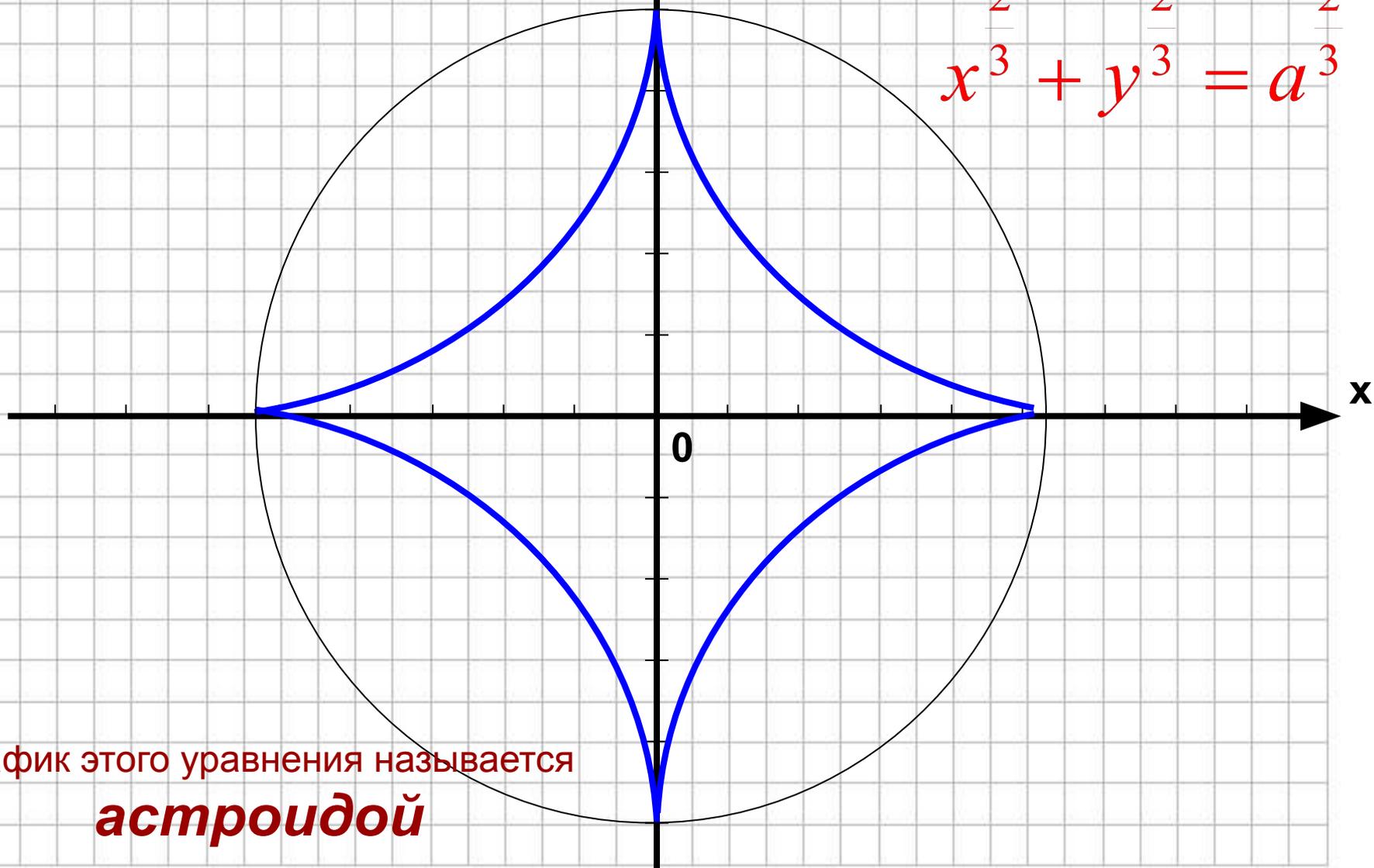


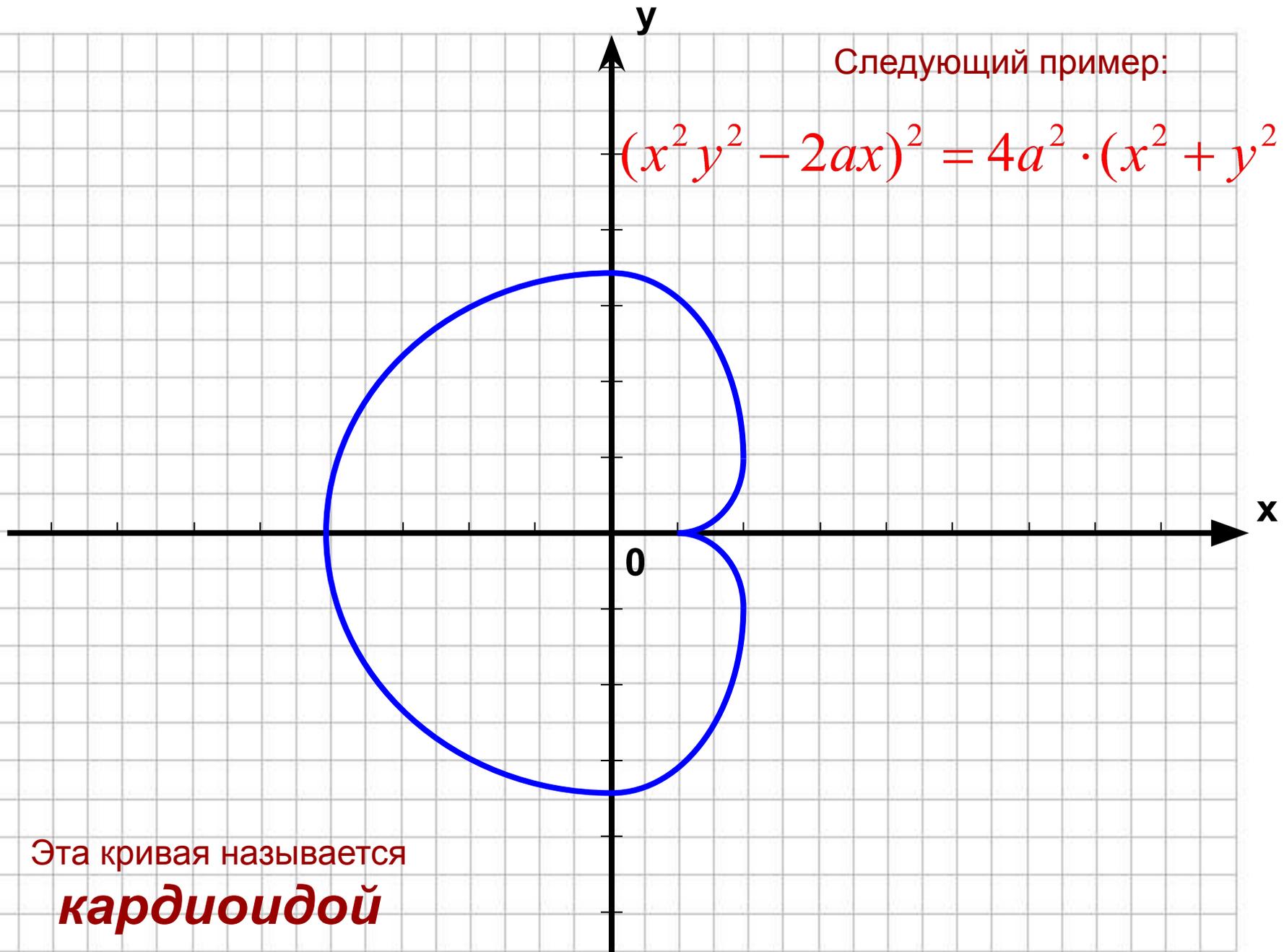
График этого уравнения называется

астроидой

Дальше

Следующий пример:

$$(x^2 y^2 - 2ax)^2 = 4a^2 \cdot (x^2 + y^2)$$



Эта кривая называется
кардиоидой

[Дальше](#)

Конечно, Вам придется иметь дело с уравнениями попроще, и, тем не менее, графики их нужно уметь строить.

! А теперь к делу – *учимся решать системы уравнений с двумя переменными графически!* **!**

Уравнение 1,

Уравнение 2;



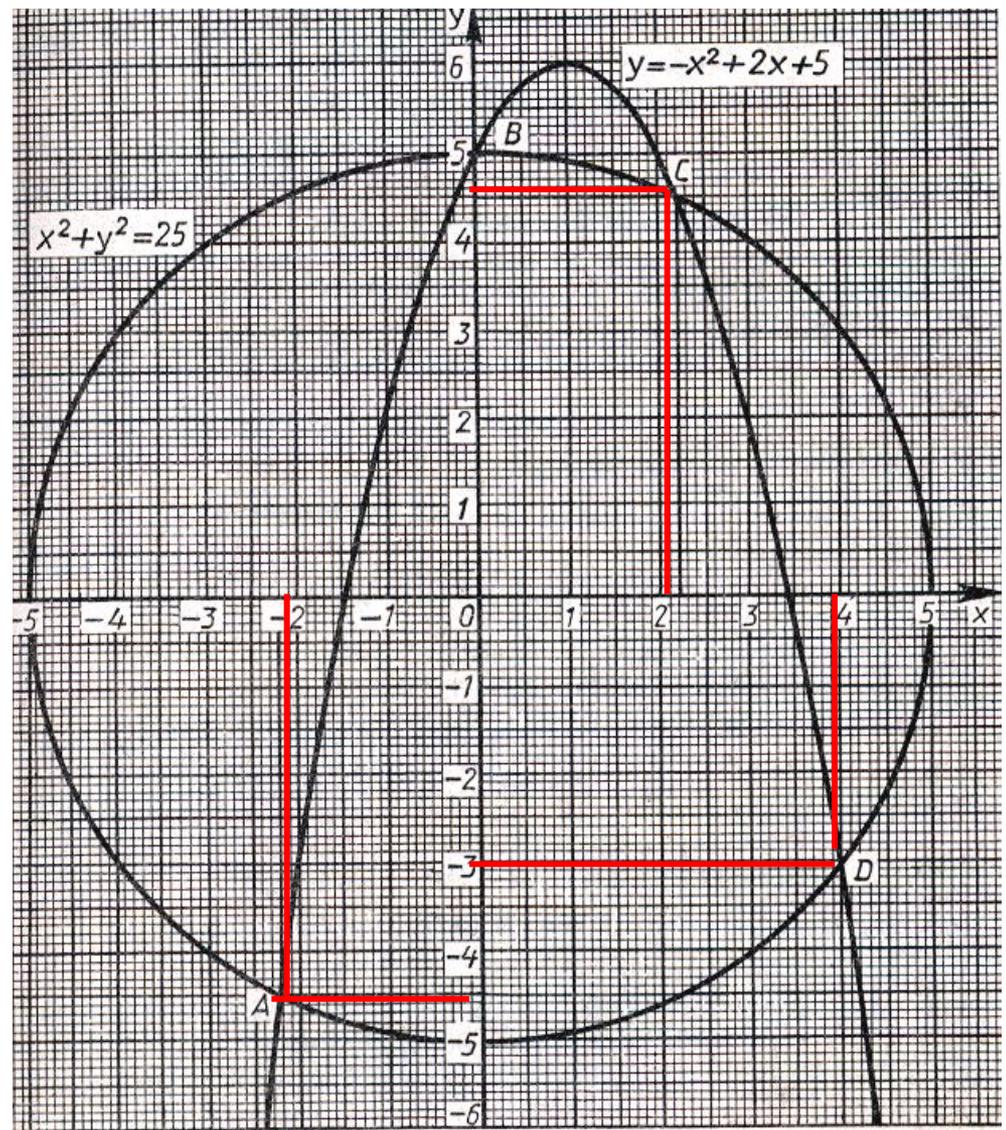
[Дальше](#)

Пусть требуется решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = -x^2 + 2x + 5; \end{cases}$$

Построим в одной системе координат графики уравнений $x^2 + y^2 = 25$ и $y = -x^2 + 2x + 5$. Координаты любой точки окружности являются решением уравнения $x^2 + y^2 = 25$, а координаты любой точки параболы являются решением уравнения $y = -x^2 + 2x + 5$. Значит, координаты каждой из точек пересечения окружности и параболы удовлетворяют как первому уравнению системы, так и второму, т. е. являются решением системы.

Находим по рисунку значения координат точек пересечения графиков: $A(-2,2;-4,5)$, $B(0;5)$, $C(2,2;4,5)$, $D(4;-3)$. Тогда система имеет 4 решения \longrightarrow Второе и четвертое из этих решений – точные, а первое и третье – приближенные.



$$x_1 \approx -2,2, y_1 \approx -4,5$$

$$x_2 \approx 0, y_2 \approx 5$$

$$x_3 \approx 2,2, y_3 \approx 4,5$$

$$x_4 \approx 4, y_4 \approx -3$$

[Дальше](#)

Давайте сделаем из рассмотренного примера ВЫВОДЫ.

Чтобы решить систему двух уравнений с двумя неизвестными, нужно:

- ❖ Построить в одной системе координат графики уравнений, входящих в систему;
- ❖ Определить координаты всех точек пересечений графиков (если они есть);
- ❖ Координаты этих точек и будут решениями системы.

Помните о двух вещах!

1. Если точек пересечения графиков нет, то система решений не имеет;
2. Координаты точек пересечения определяются приблизительно, поэтому и решения могут получиться приближительными;

**Чтобы проверить точность полученных решений, их нужно подставить
в уравнения системы!**

[Дальше](#)

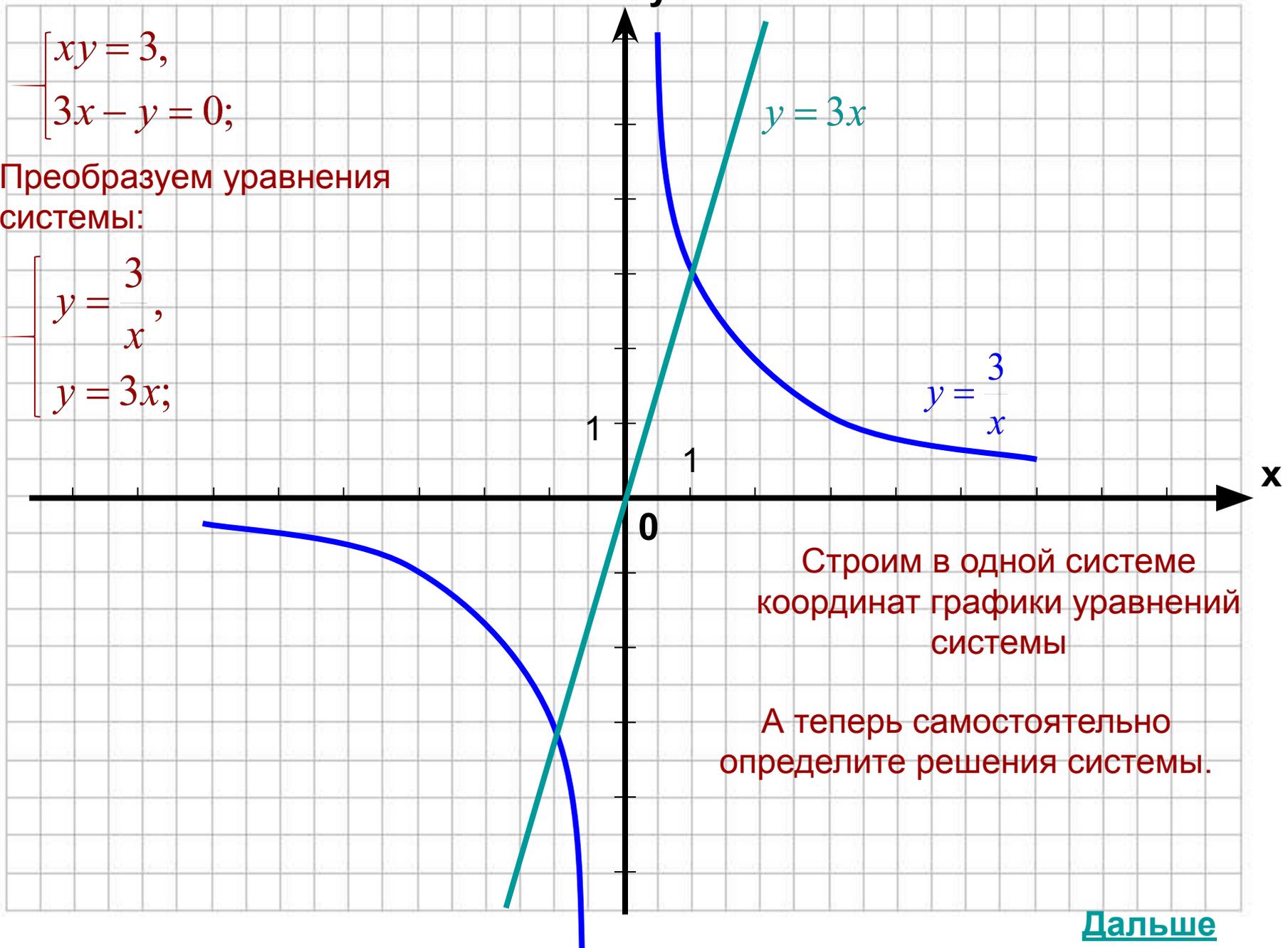
Решаем систему:

Задание 1

$$\begin{cases} xy = 3, \\ 3x - y = 0; \end{cases}$$

Преобразуем уравнения системы:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{x}, \\ y = 3x; \end{cases}$$



Строим в одной системе координат графики уравнений системы

А теперь самостоятельно определите решения системы.

[Дальше](#)

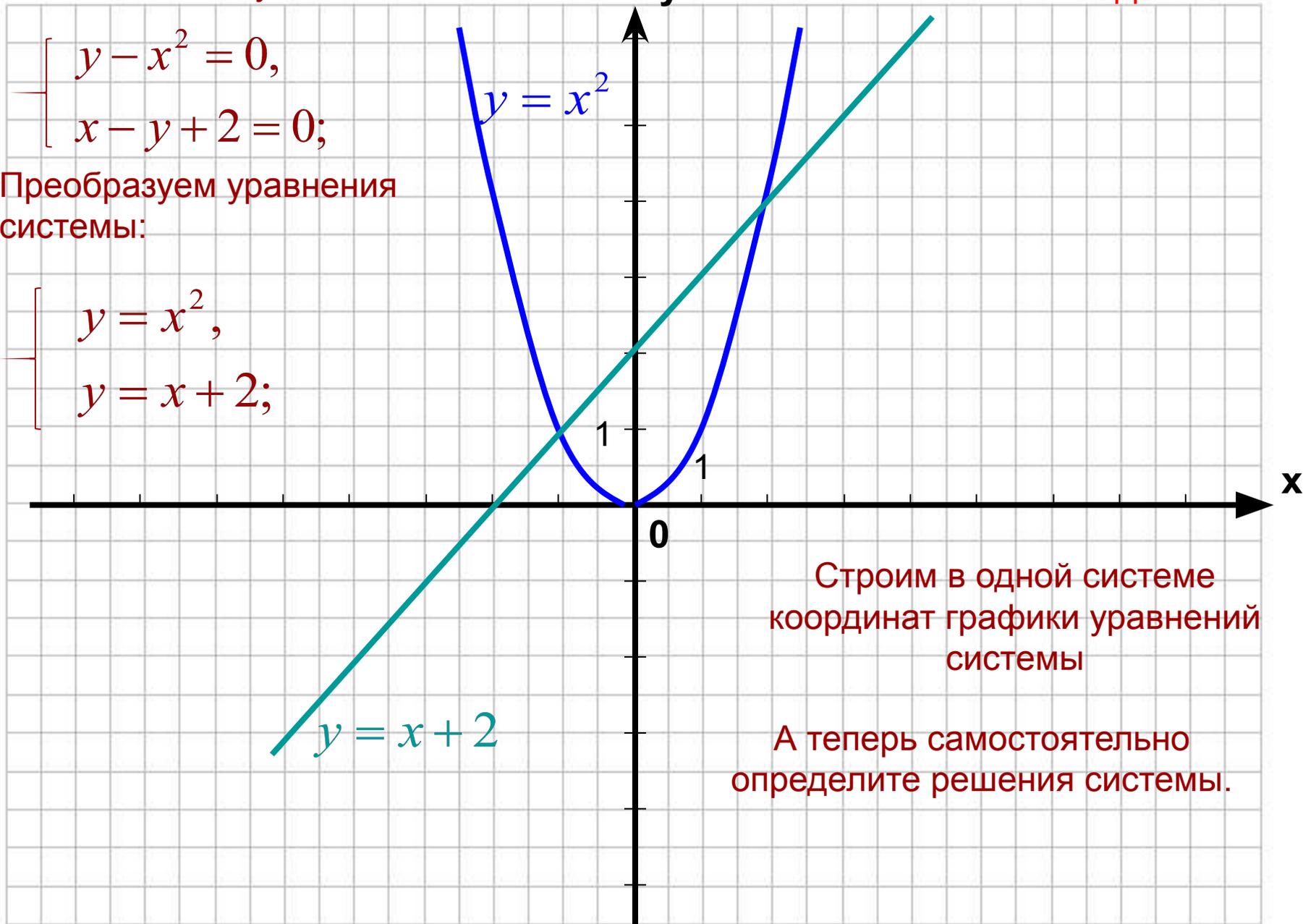
Решаем систему:

Задание 2

$$\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ x - y + 2 = 0; \end{cases}$$

Преобразуем уравнения системы:

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = x + 2; \end{cases}$$



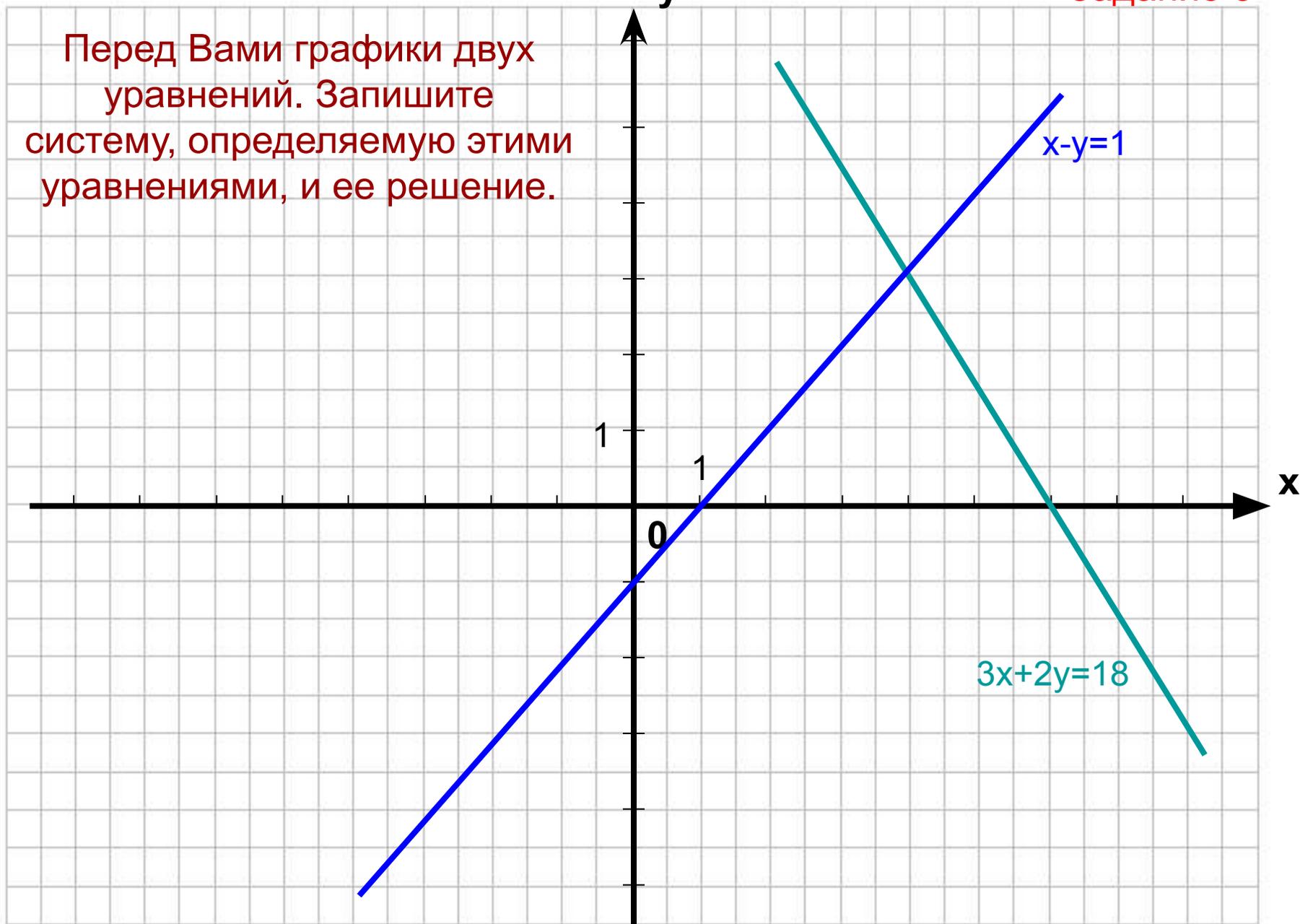
Строим в одной системе координат графики уравнений системы

А теперь самостоятельно определите решения системы.

Дальше

Задание 3

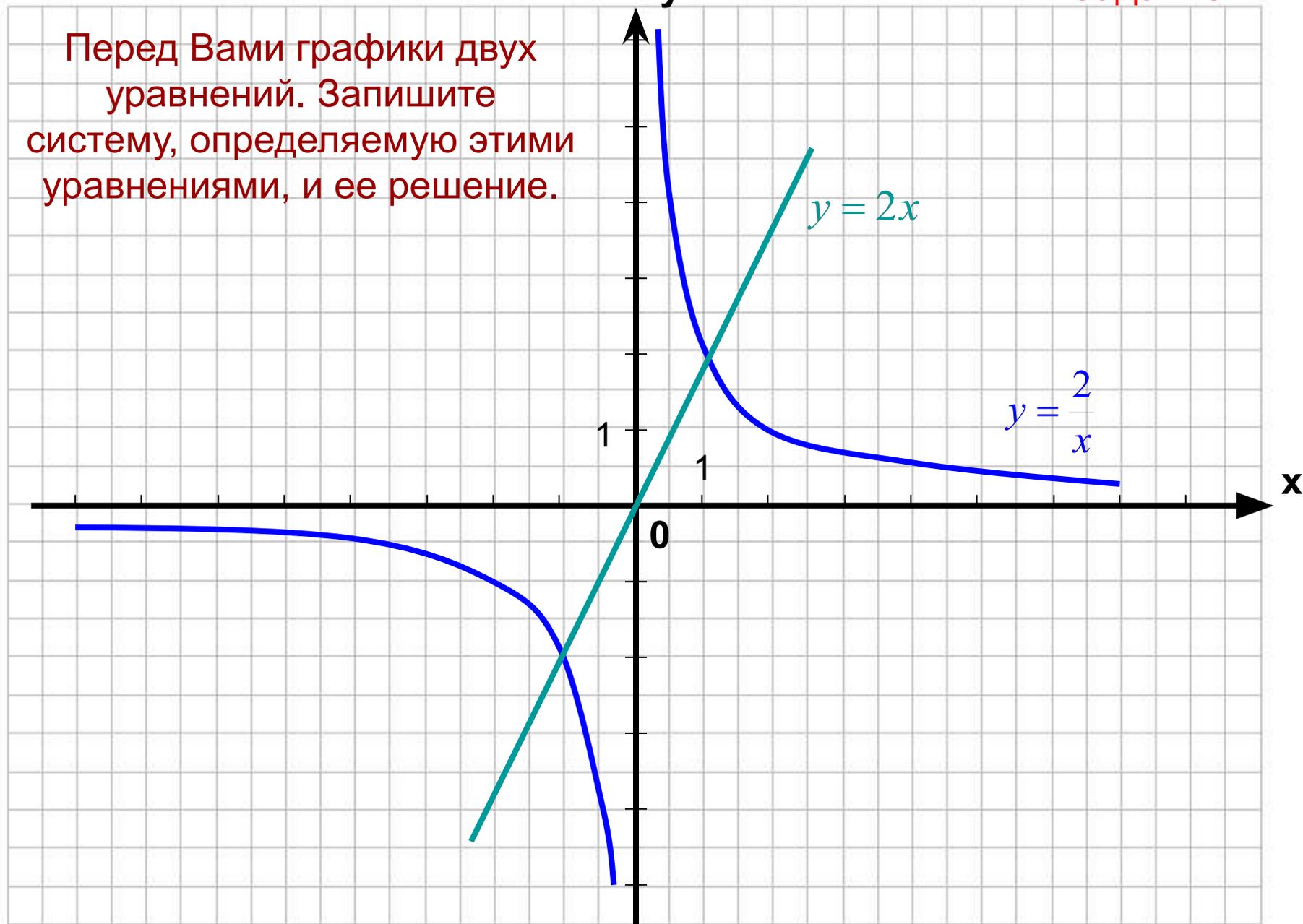
Перед Вами графики двух уравнений. Запишите систему, определяемую этими уравнениями, и ее решение.



Дальше

Задание 4

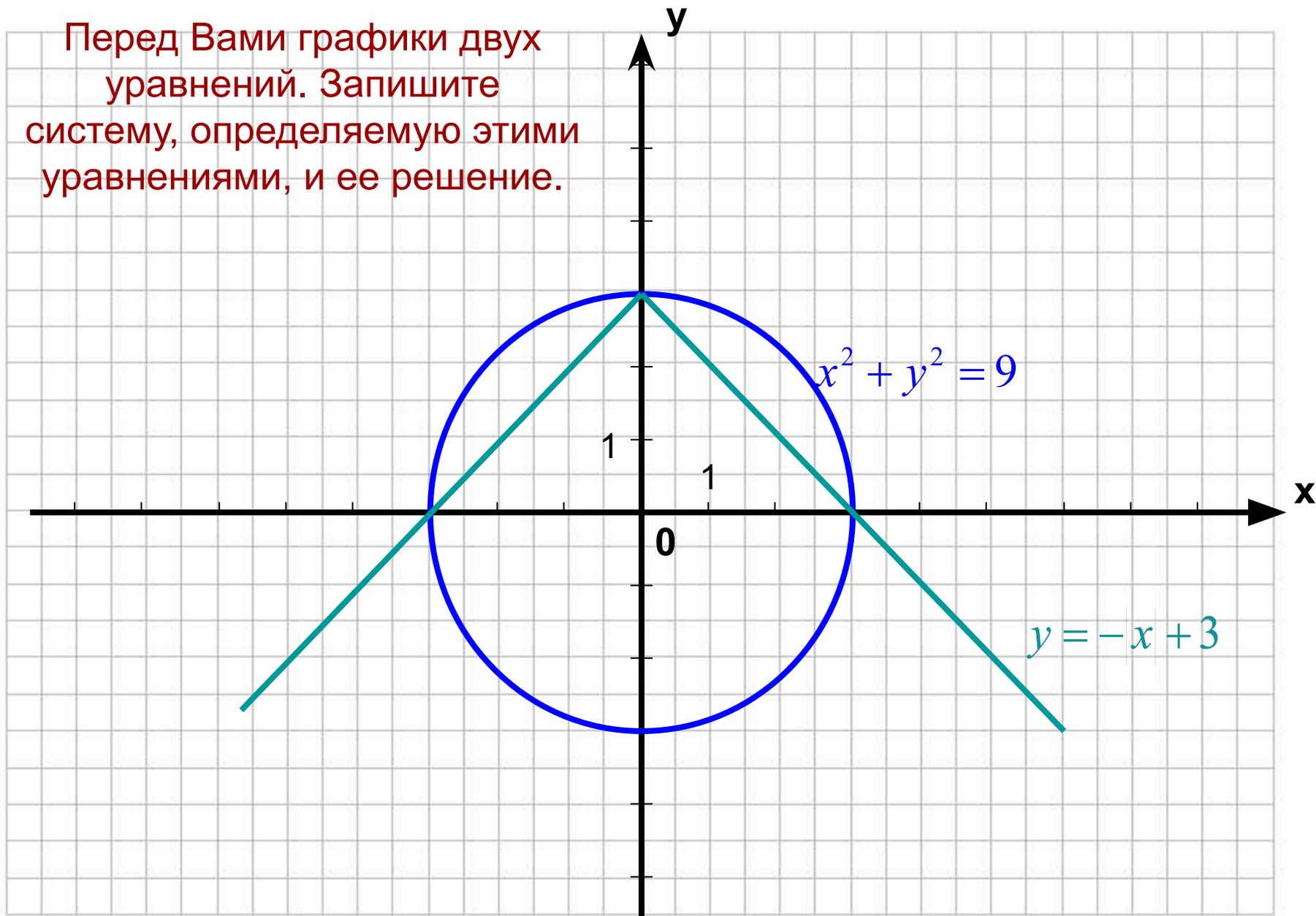
Перед Вами графики двух уравнений. Запишите систему, определяемую этими уравнениями, и ее решение.



[Дальше](#)

Задание 5

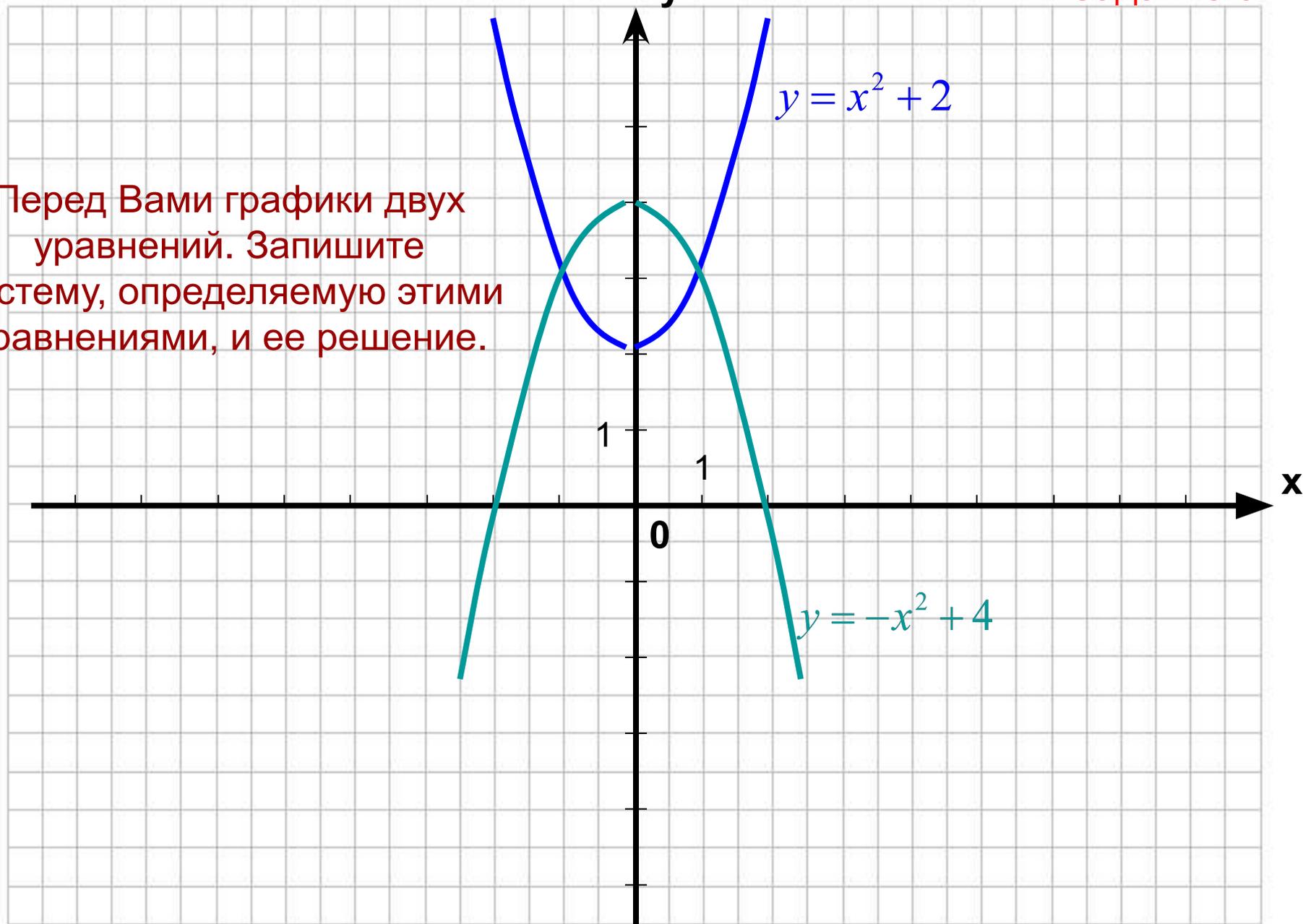
Перед Вами графики двух уравнений. Запишите систему, определяемую этими уравнениями, и ее решение.



Дальше

Задание 6

Перед Вами графики двух уравнений. Запишите систему, определяемую этими уравнениями, и ее решение.



[Дальше](#)

