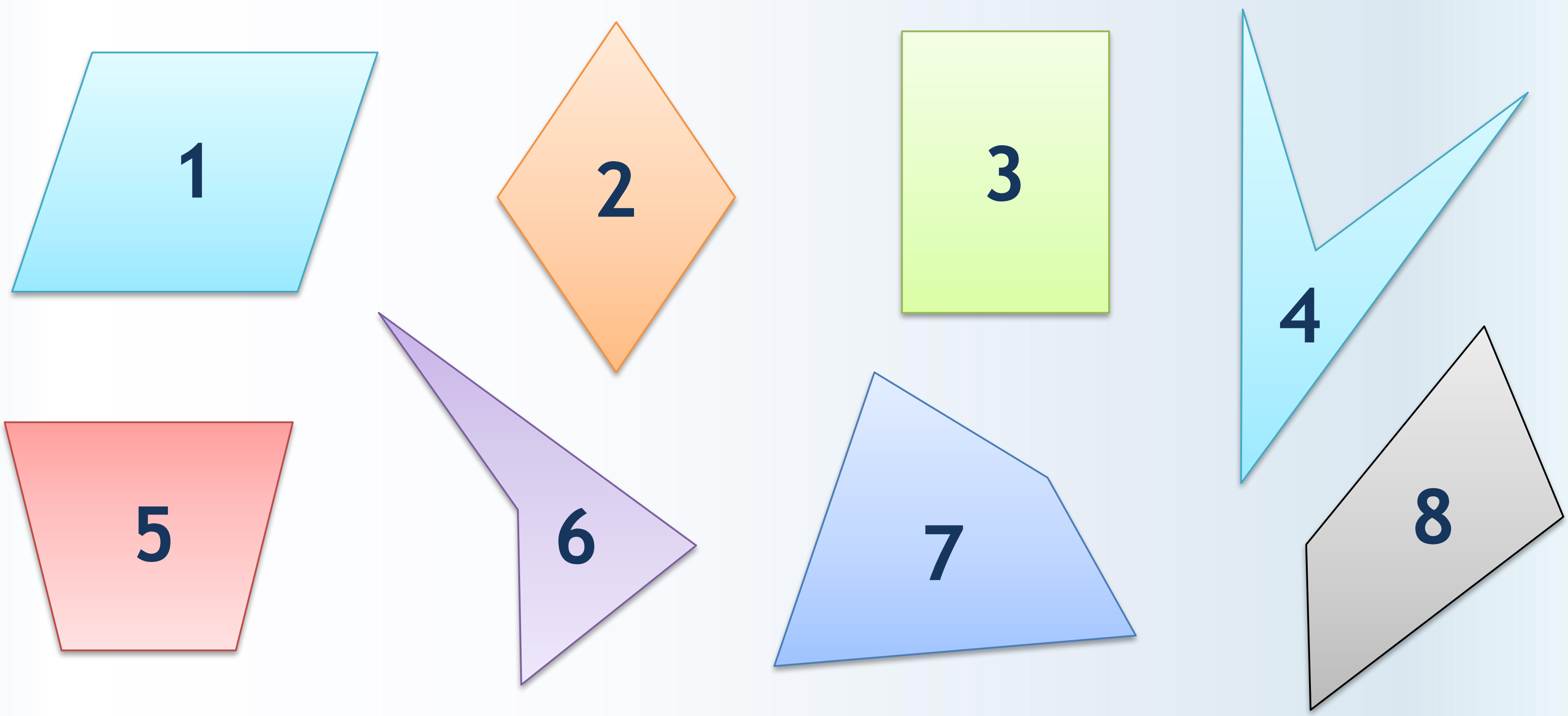
ГЕОМЕТРИЯ 9 КЛАСС ВВОДНОЕ ПОВТОРЕНИЕ

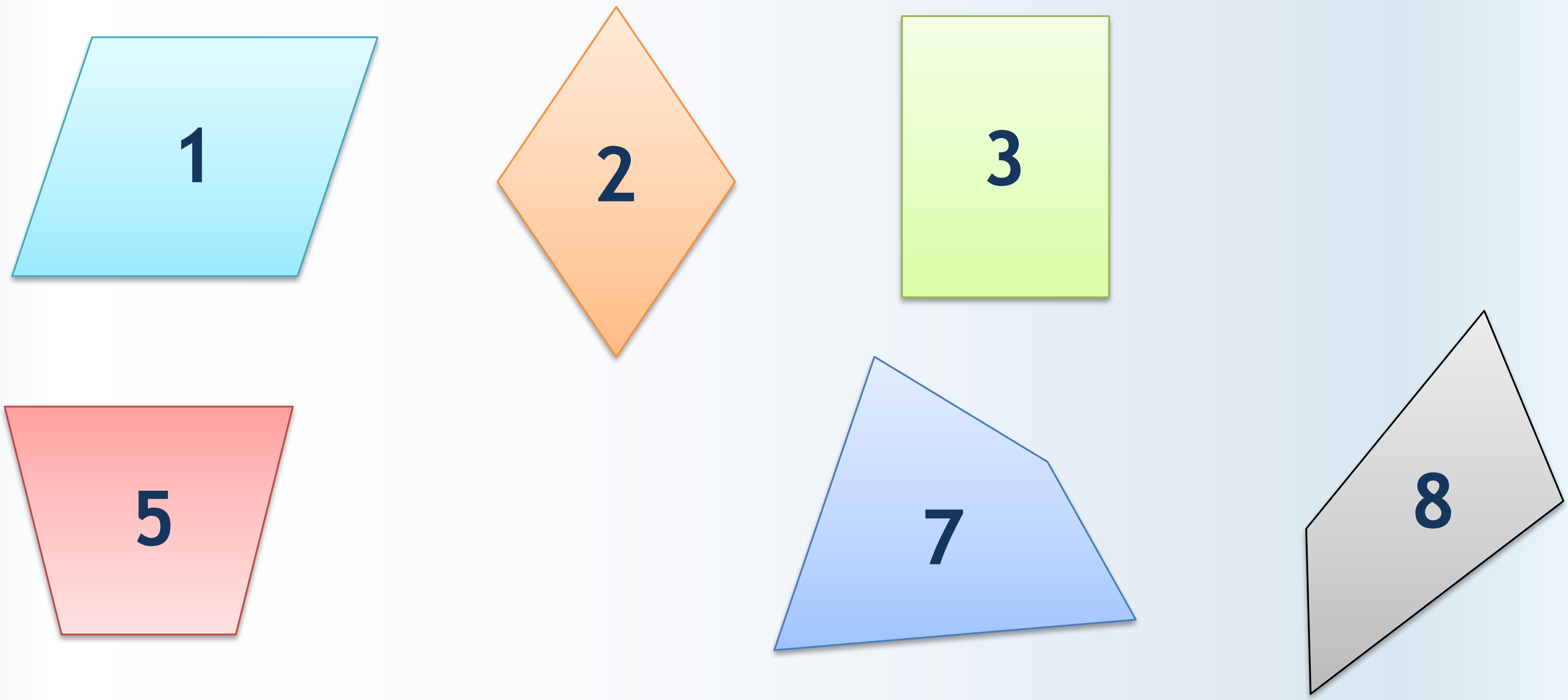
Четырёхугольник

Четырёхугольники бывают выпуклые и невыпуклые



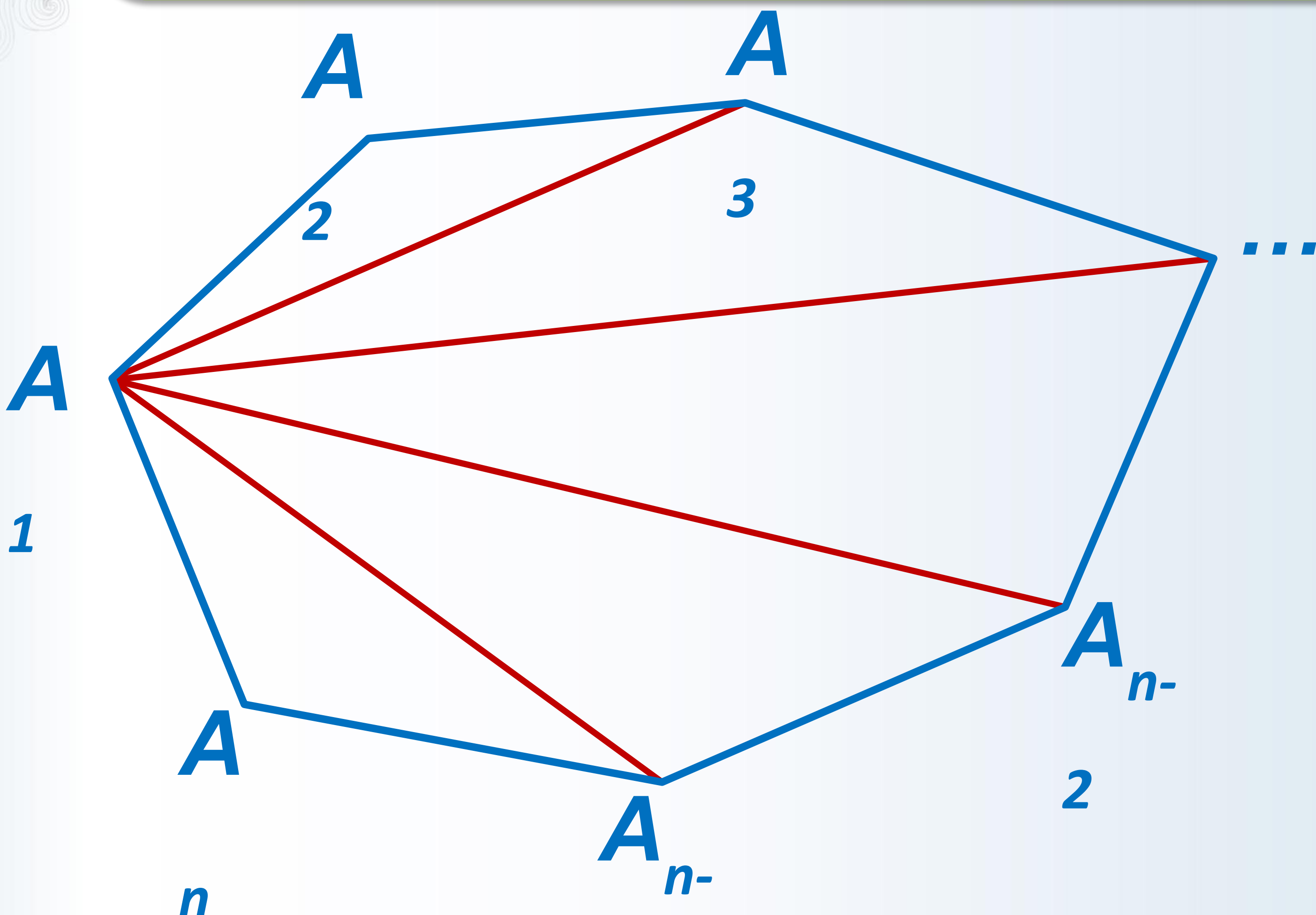
Четырёхугольник

Выпуклые четырёхугольники



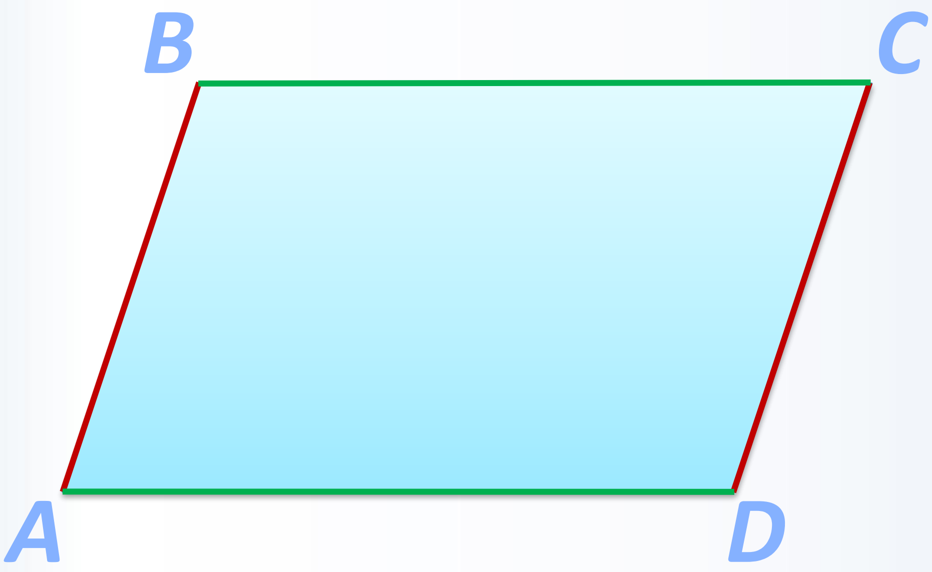
Выпуклый многоугольник

Сумма углов выпуклого *n*-угольника равна $(n-2)\cdot 180°$.



Параллелограмм

Параллелограммом называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны

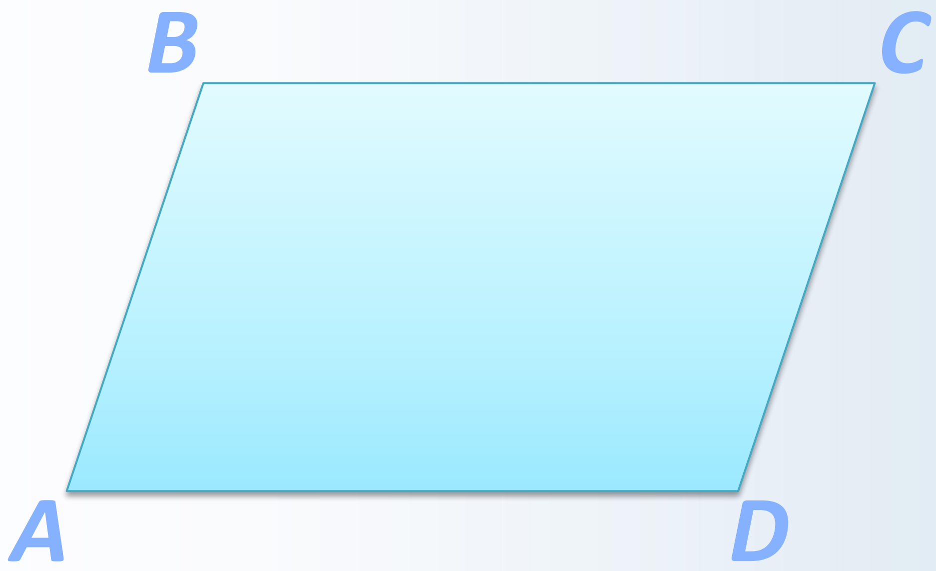


AB // CD; BC // AD

Свойства параллелограмма

1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



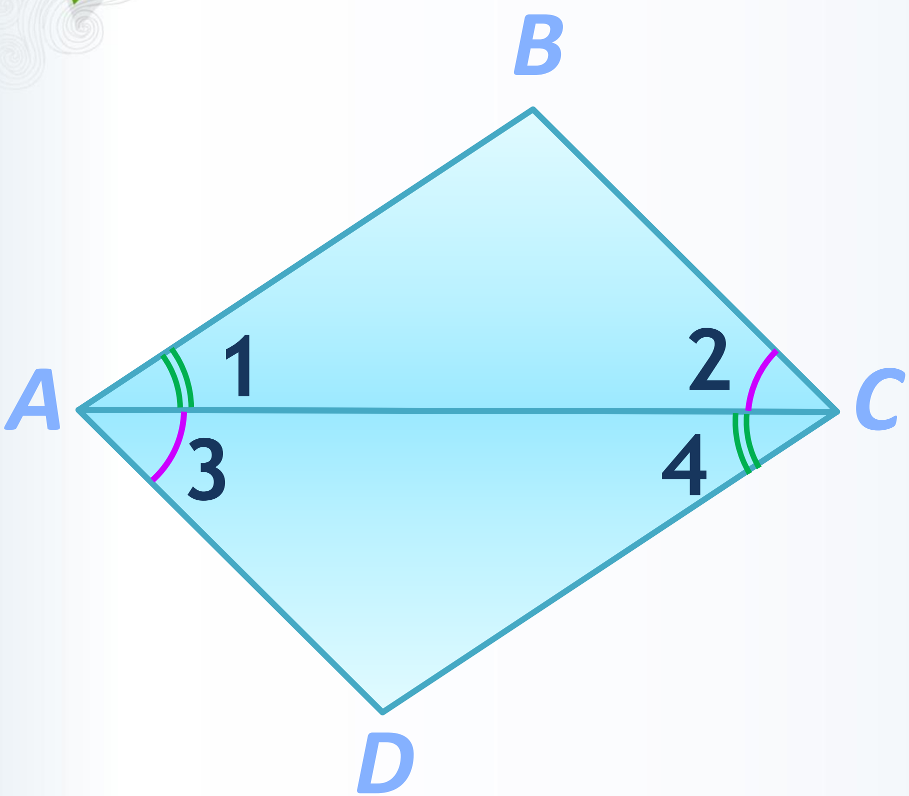
Признаки параллелограмма

1) Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – **параллелограмм**.

2) Если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник – **параллелограмм**.

3) Если в четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник – **параллелограмм**.

Решите задачу №1

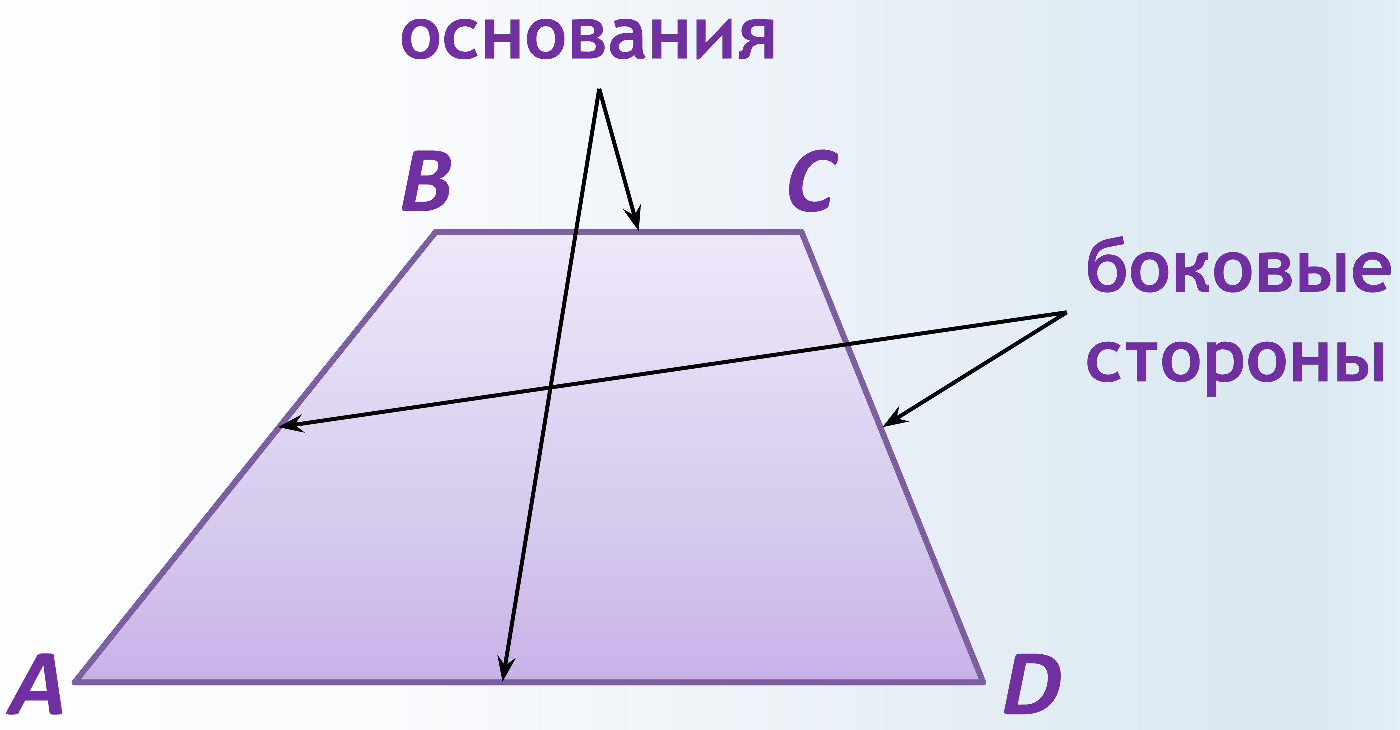


<u>Дано:</u>
ABCD – четырёхугольник
$\angle 1 = \angle 4$; $\angle 2 = \angle 3$

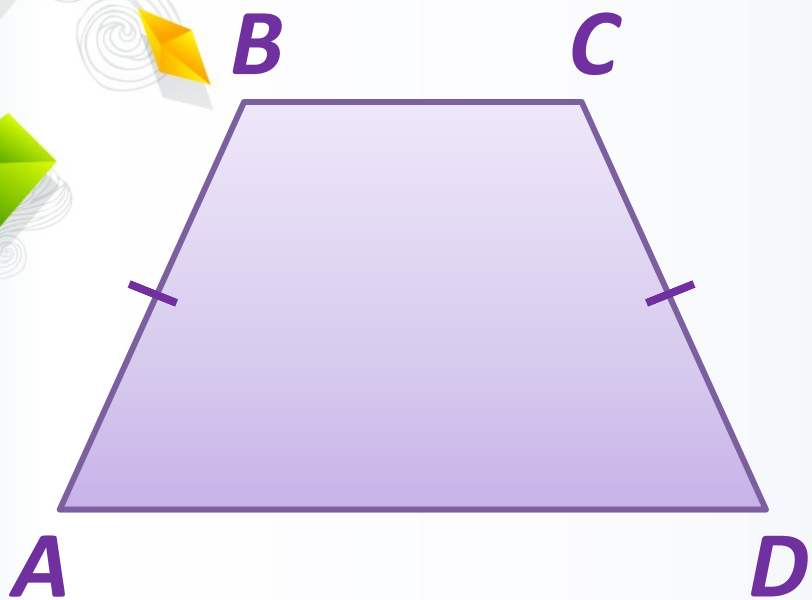
<u>Доказать:</u>
ABCD – параллелограмм

Трапеция

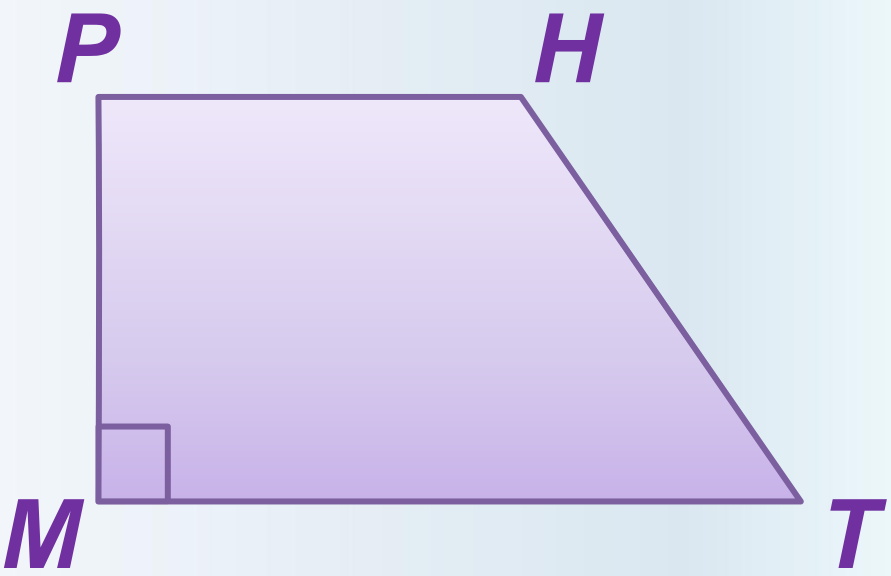
Трапецией называется четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.



Виды трапеций



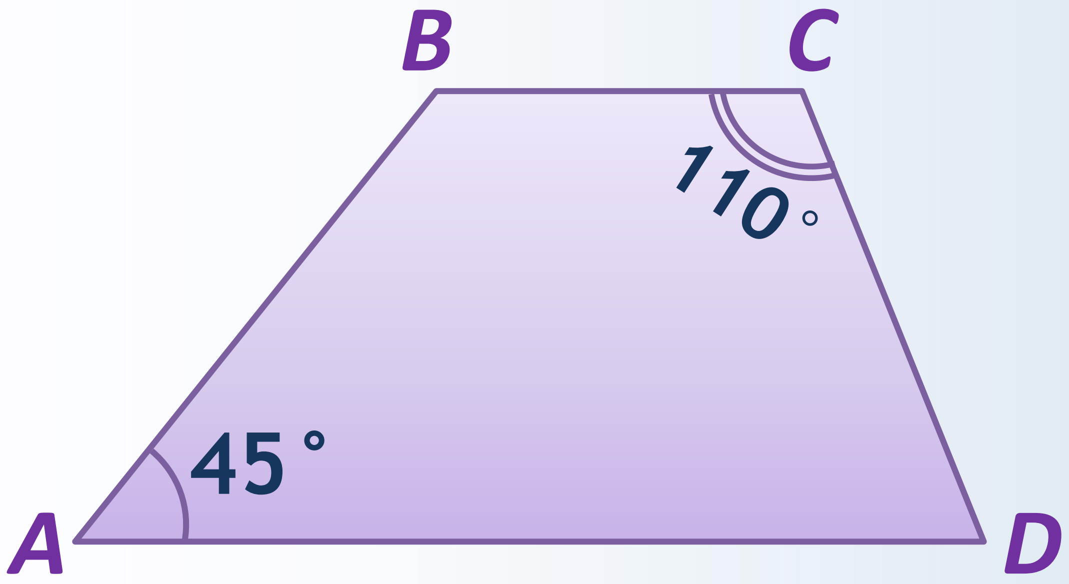
равнобедренная



прямоугольная

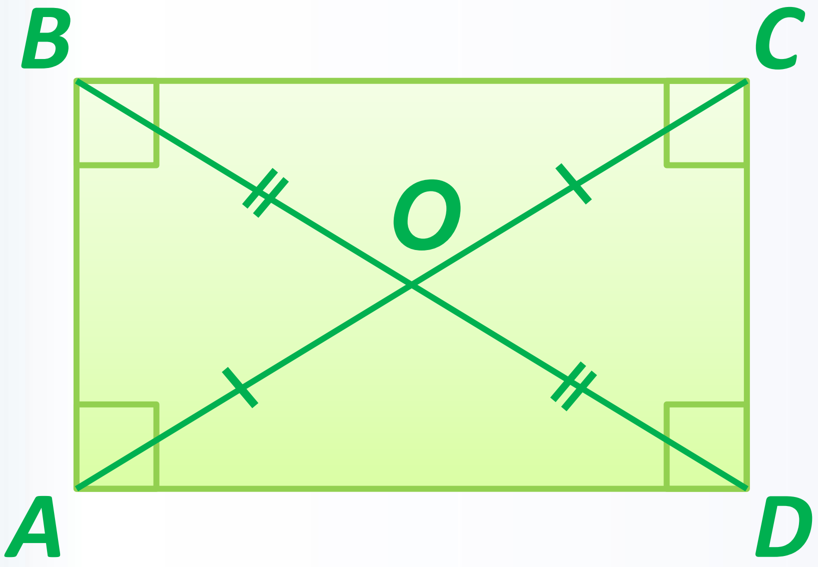
Решите задачу №2

Найдите углы трапеции.



Прямоугольник

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые



$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

$AB \parallel CD; \quad BC \parallel AD$

$AB = CD; \quad BC = AD$

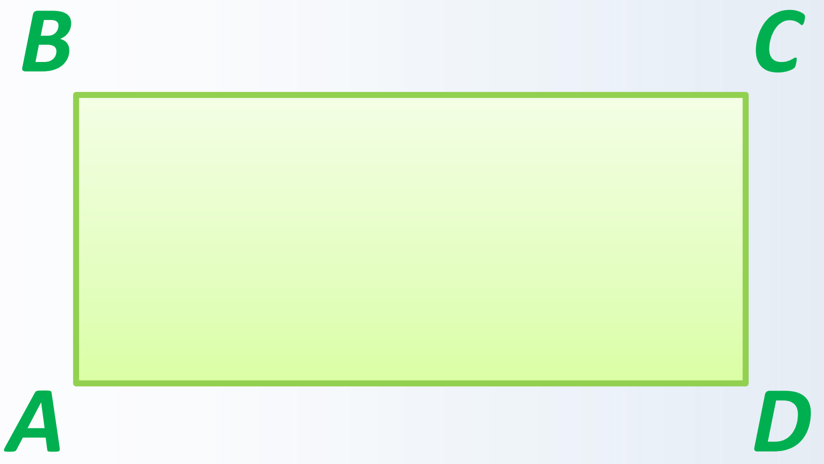
$AO = OC; \quad BO = OD$

Свойства прямоугольника

Диагонали прямоугольника **равны**

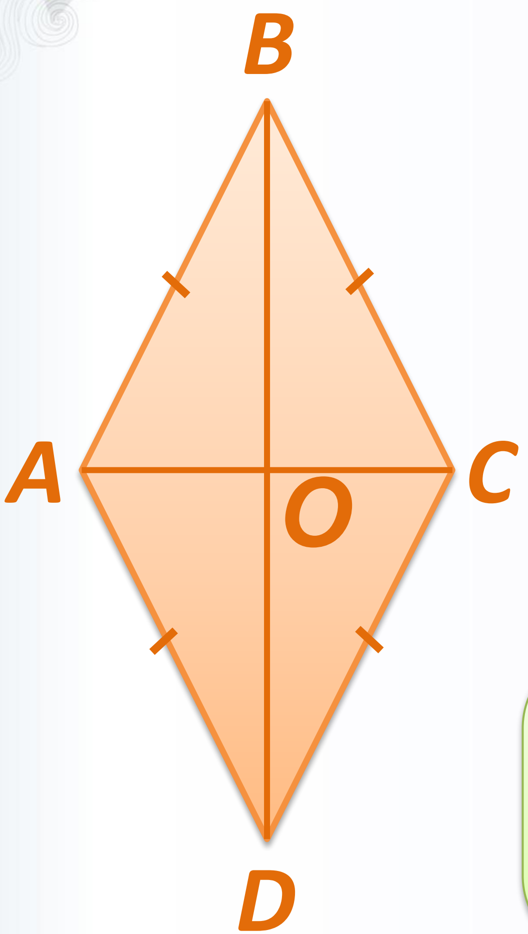
Признак прямоугольника

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – **прямоугольник**



Ромб

Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.



$AB = BC = CD = AD$

$AB \parallel CD;\ BC \parallel AD$

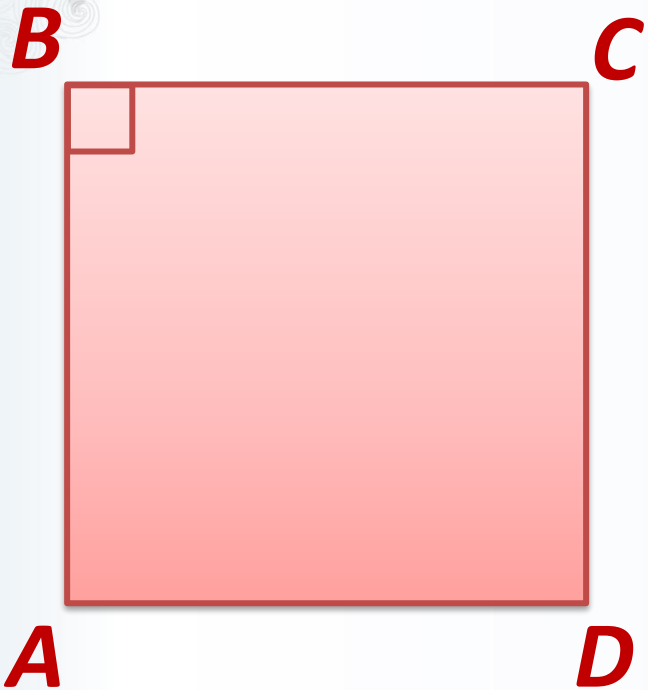
$AO = OC;\ BO = OD$

Свойства ромба

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.

Квадрат

Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.



$AB = BC = CD = AD$

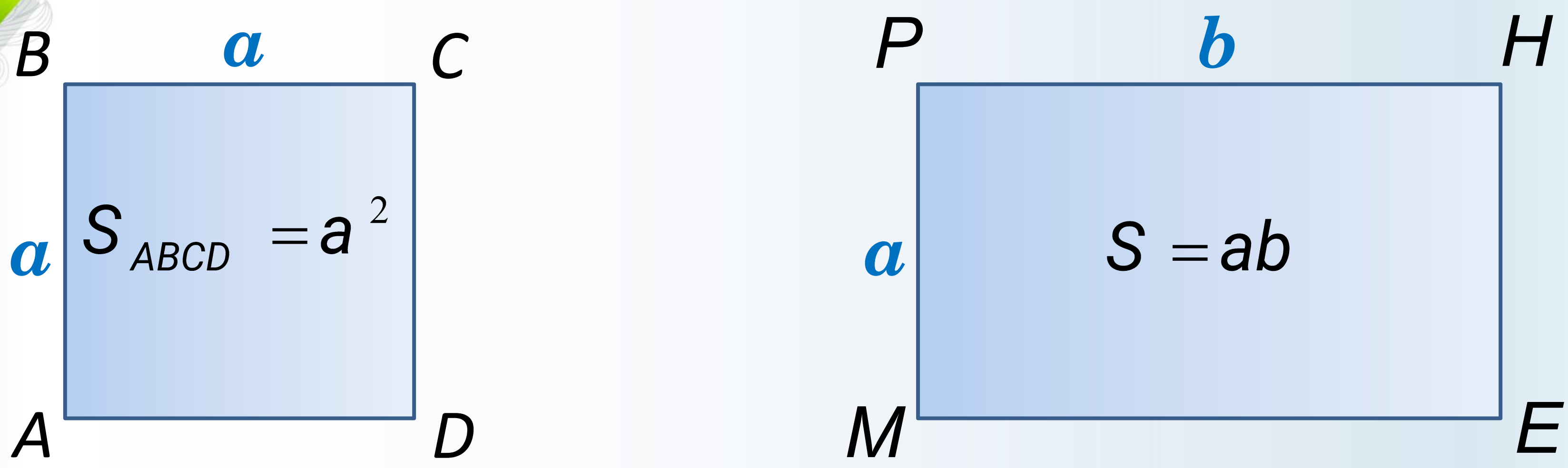
$AB \parallel CD; \; BC \parallel AD$

Свойства квадрата

1) Все углы квадрата прямые.
2) Диагонали квадрата равны.
3) Диагонали взаимно перпендикулярны.

Площадь квадрата, прямоугольника

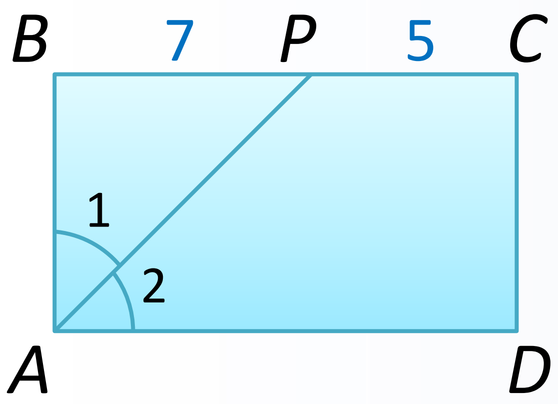
Площадь квадрата равна квадрату его стороны.



Теорема

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

Решите задачу №3



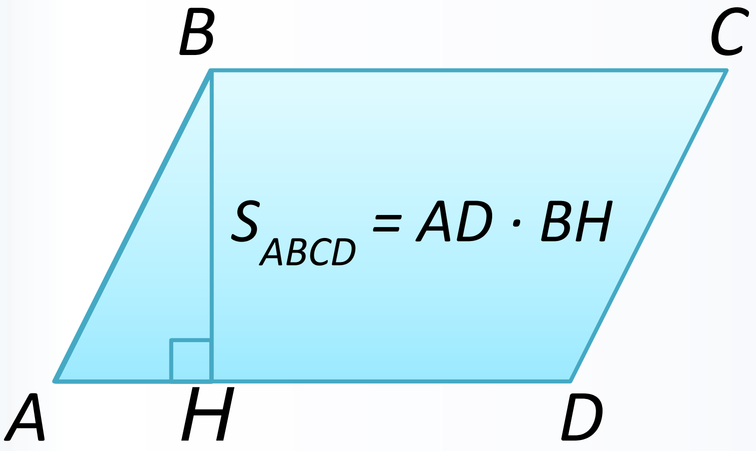
<u>Дано:</u> $ABCD$ – прямоугольник
$\angle 1 = \angle 2$, $BP = 7$, $PC = 5$

<u>Найти:</u> S_{ABCD}

Площадь параллелограмма

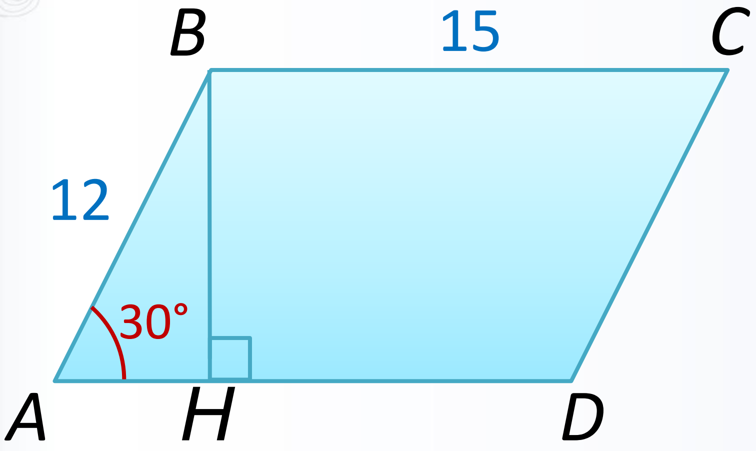
Теорема

Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.



$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

Решите задачу №4



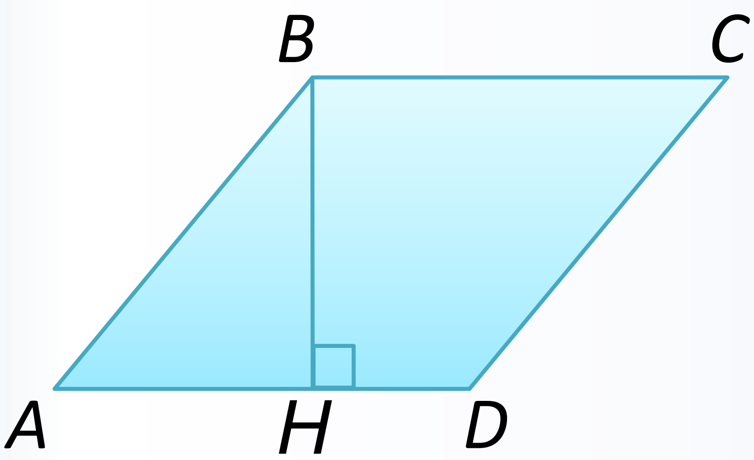
Дано: *ABCD* – *параллелограмм*

$\angle A = 30^\circ$, $BC = 15$, $AB = 12$

Найти: S_{ABCD}

Решите задачу №5

Площадь ромба равна 27, а периметр равен 36. Найдите высоту ромба.



Дано: ABCD – ромб

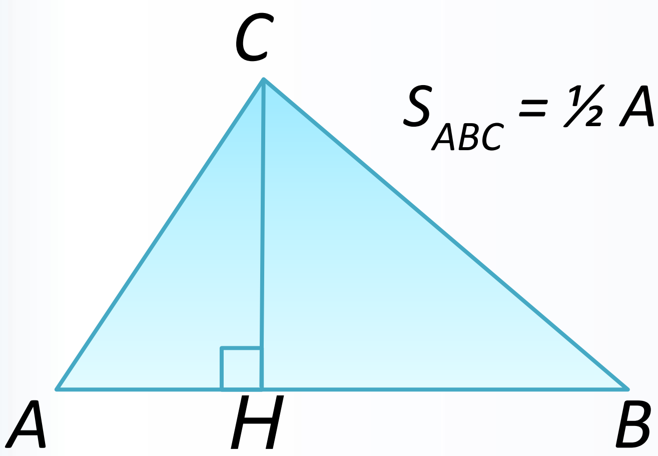
$S_{ABCD} = 27$, $P = 36$

Найти: BH.

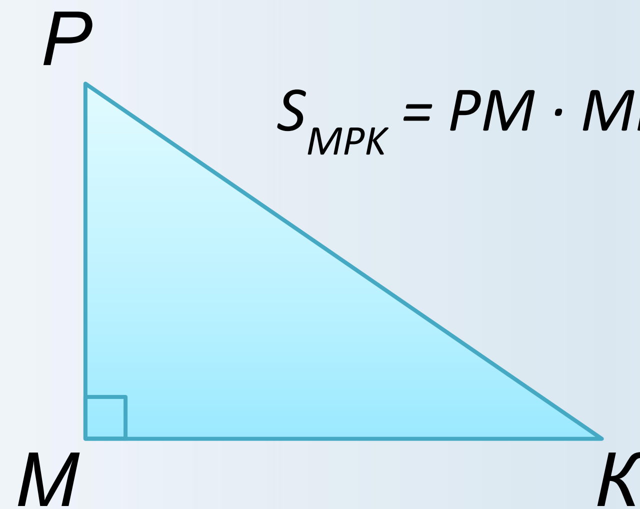
Площадь треугольника

Теорема

Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.



$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$



$S_{MPK} = PM \cdot MK$

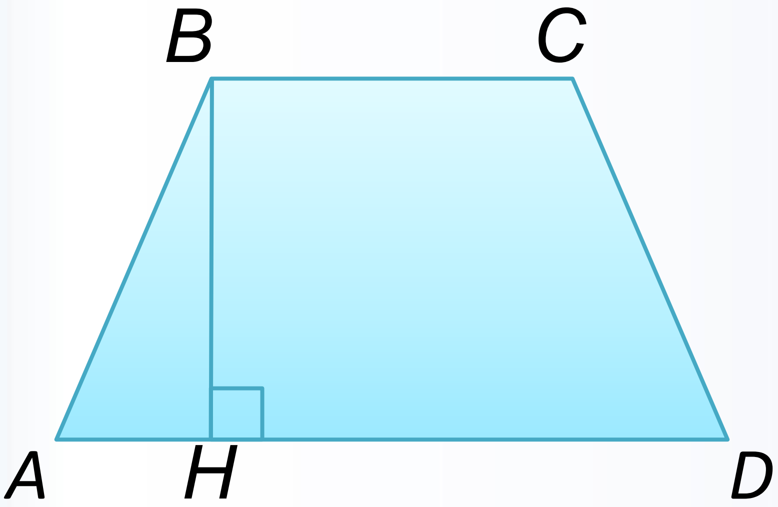
Следствие 1

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Площадь трапеции

Теорема

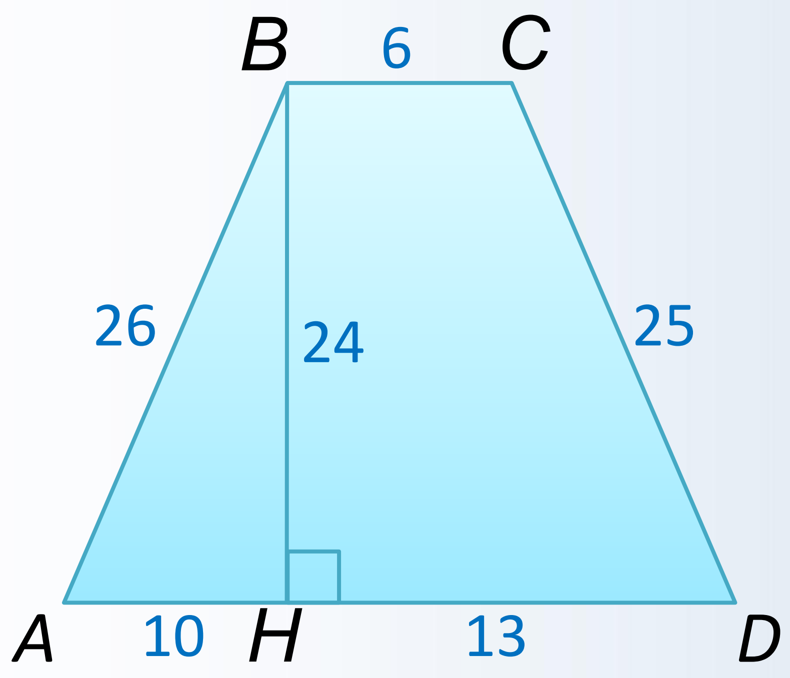
Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.



$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$

Решите задачу №6

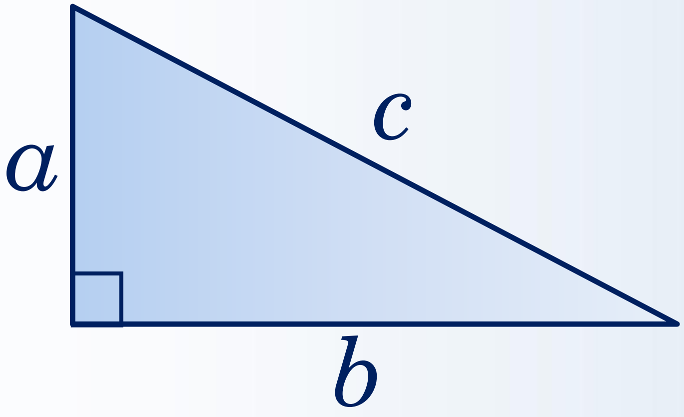
Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Теорема Пифагора

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Первый признак подобия треугольников

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Второй признак подобия треугольников

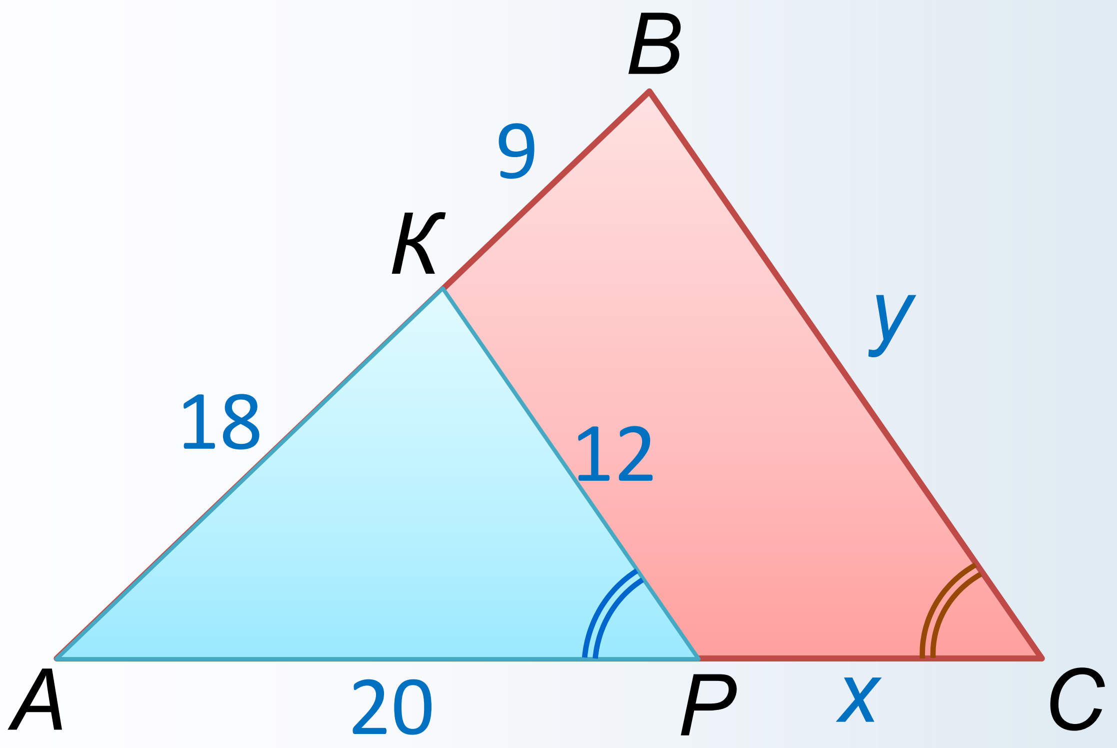
Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

Третий признак подобия треугольников

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

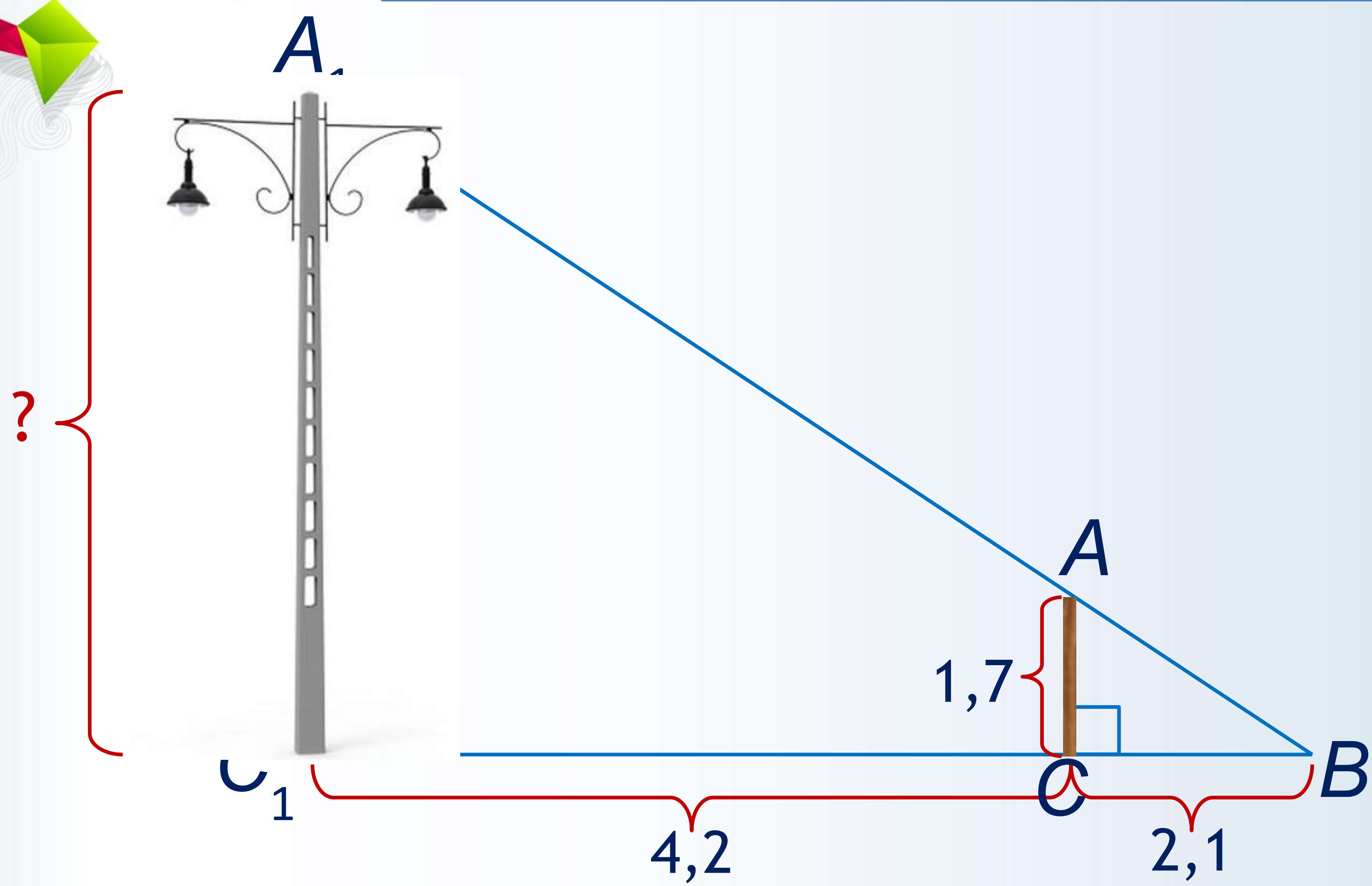
Решите задачу №7

Найти: x, y.



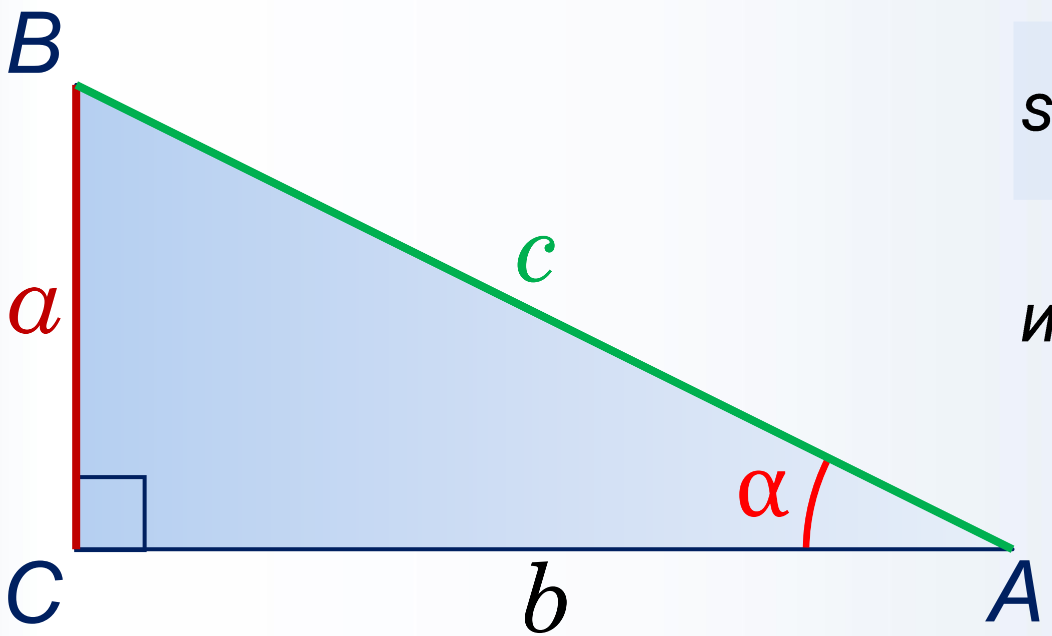
Решите задачу №8

Определить высоту фонарного столба.



Синус острого угла прямоугольного треугольника

Синусом *острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.*

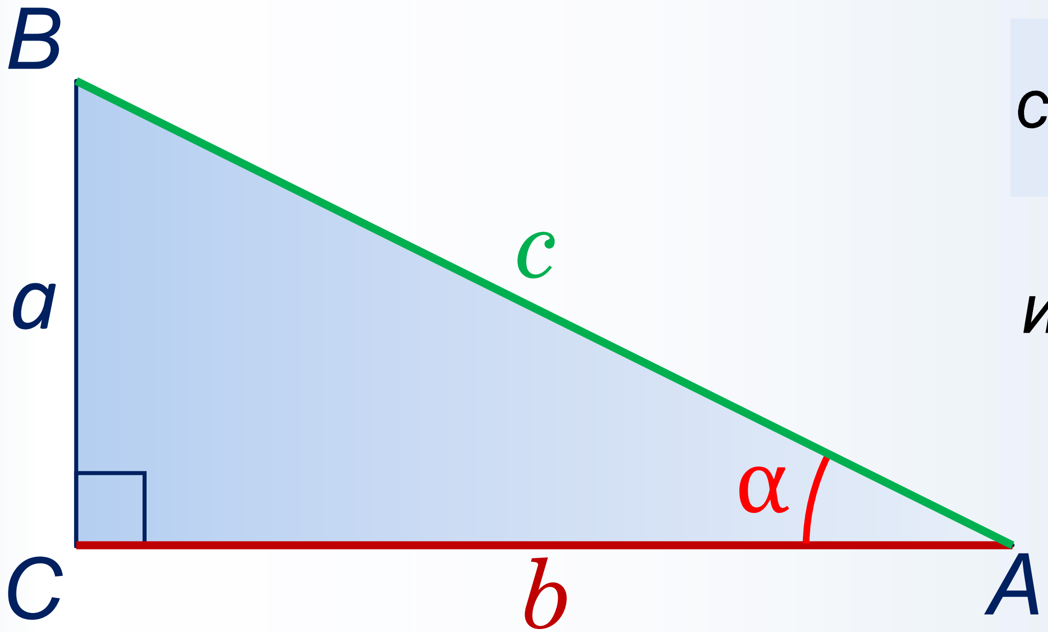


$$\sin A = \frac{BC}{AB} \qquad (1)$$

или $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

Косинус острого угла прямоугольного треугольника

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

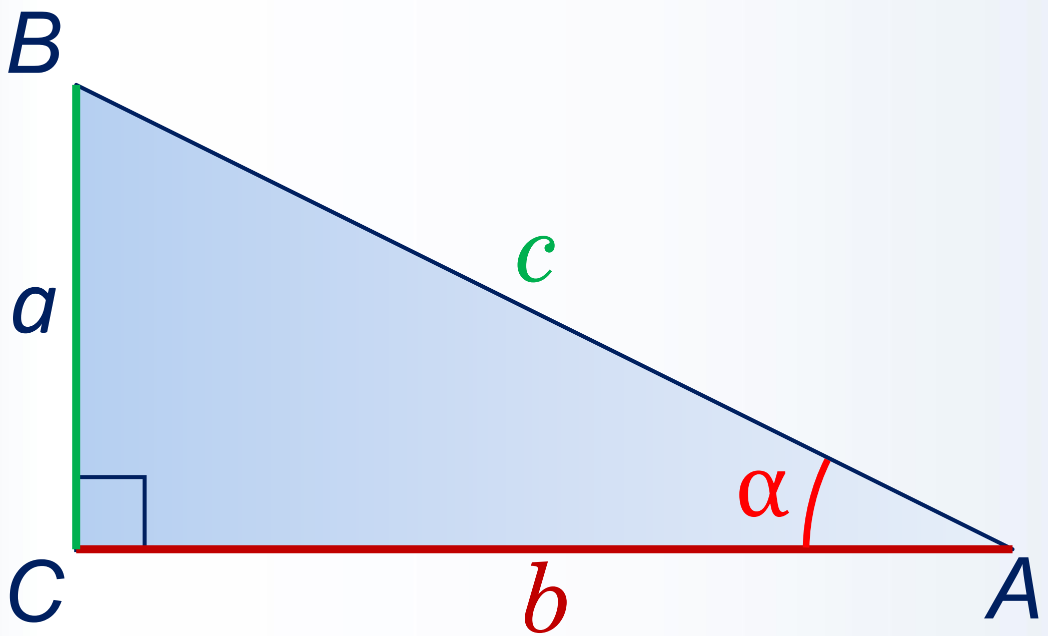


$$\cos A = \frac{AC}{AB} \qquad (2)$$

или $$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

Тангенс острого угла прямоугольного треугольника

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.



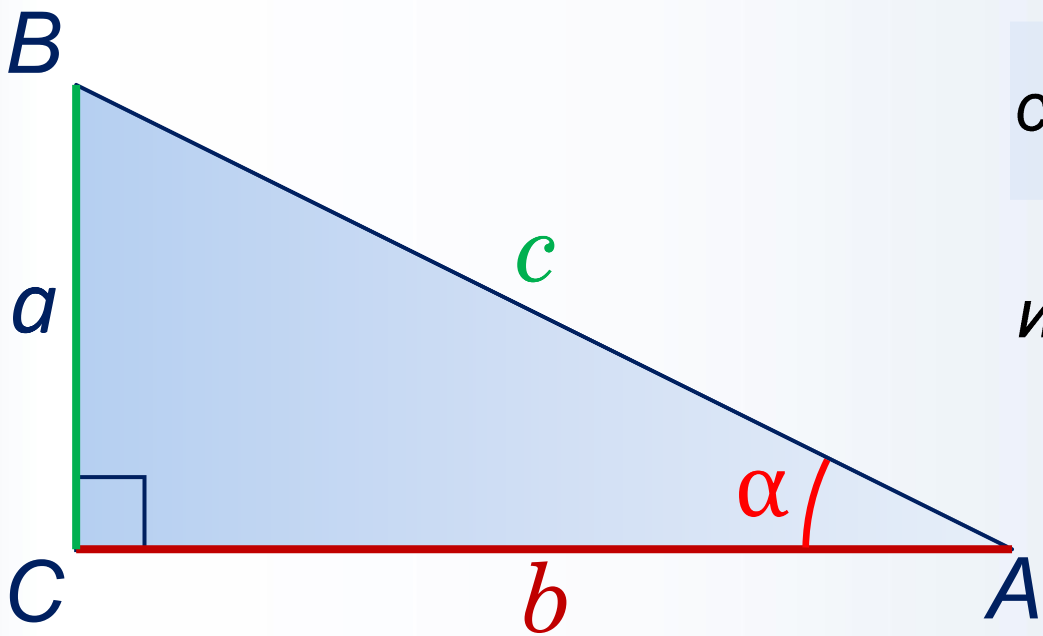
$$tgA = \frac{BC}{AC} \qquad (3)$$

или $$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$tgA = \frac{\sin A}{\cos A}$$

Котангенс острого угла прямоугольного треугольника

Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему катету.



$$ctgA = \frac{AC}{BC} \qquad (4)$$

или $$ctg\alpha = \frac{b}{a}$$

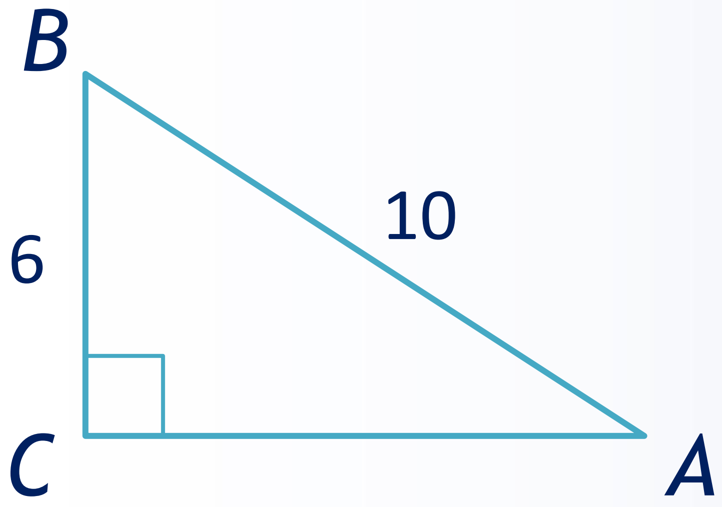
$$ctgA = \frac{\cos A}{\sin A}$$

Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$\alpha°$	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\,\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Решите задачу №9

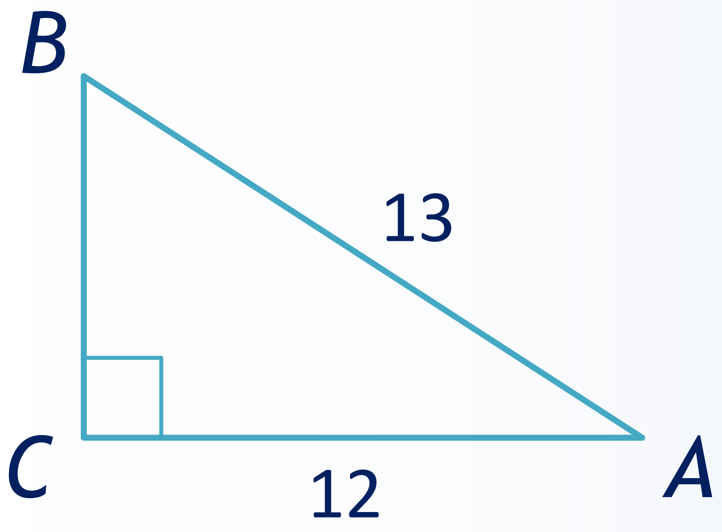


Дано: ΔABC - п/у, $\angle C = 90^\circ$

$AB = 10$, $BC = 6$.

Найти: $\cos A$.

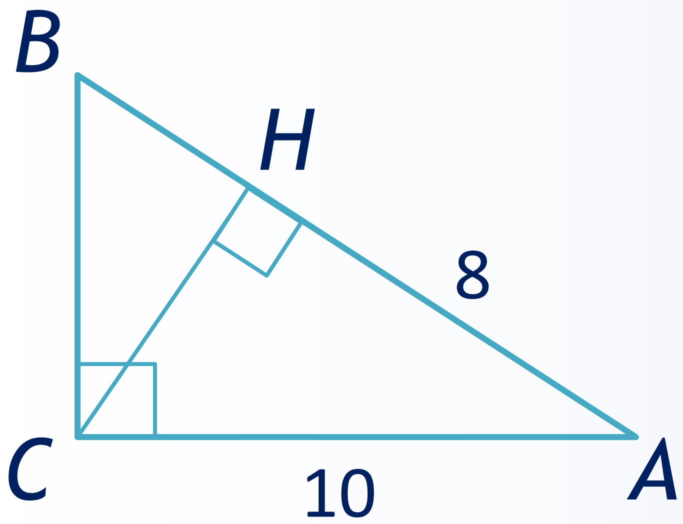
Решите задачу №10



Дано: ΔABC – п/у, $\angle C = 90^\circ$
$AB = 13$, $AC = 12$.

Найти: $tg\ A$.

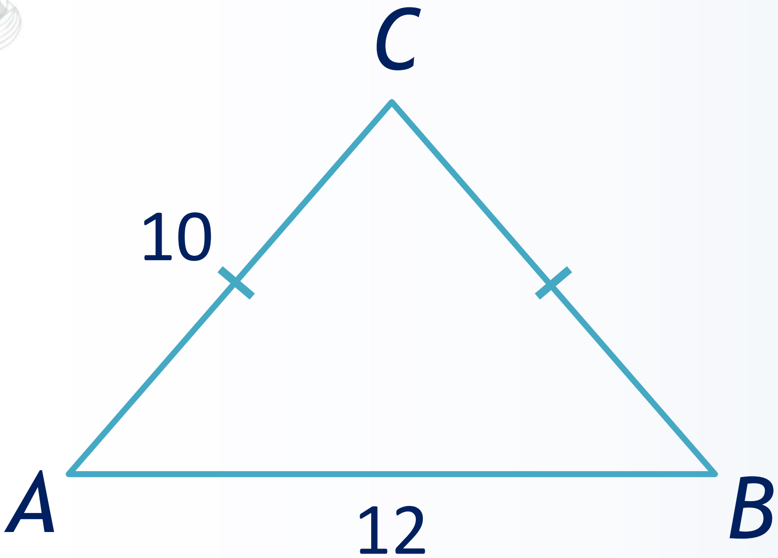
Решите задачу №11



<u>Дано:</u> ΔABC - п/у, $\angle C = 90^\circ$
CH – высота, $AC = 10$, $AH = 8$.

<u>Найти:</u> $\cos B$.

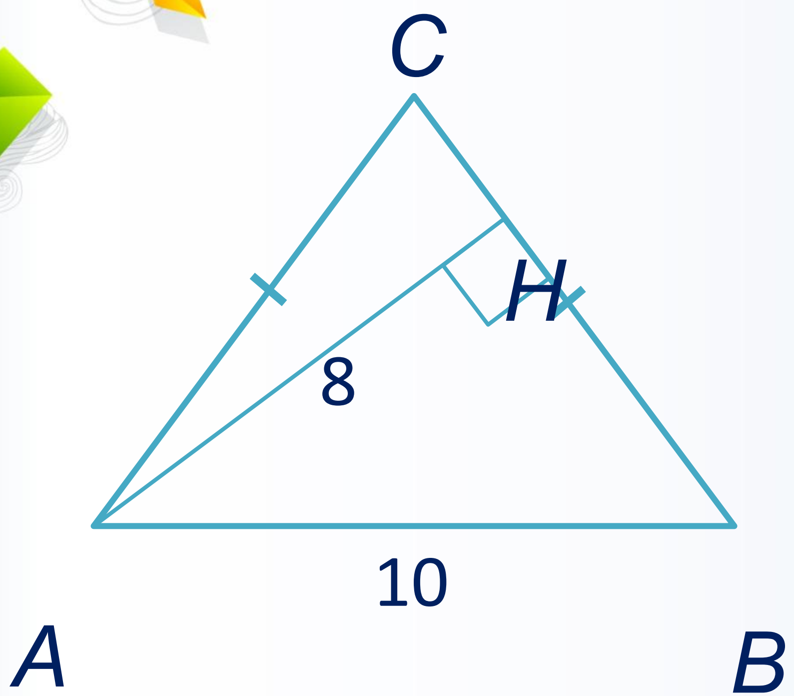
Решите задачу №12



<u>Дано:</u> Δ *ABC* – р/б,
AC = *BC* = 10, *AB* = 12.

<u>Найти:</u> cos *A*.

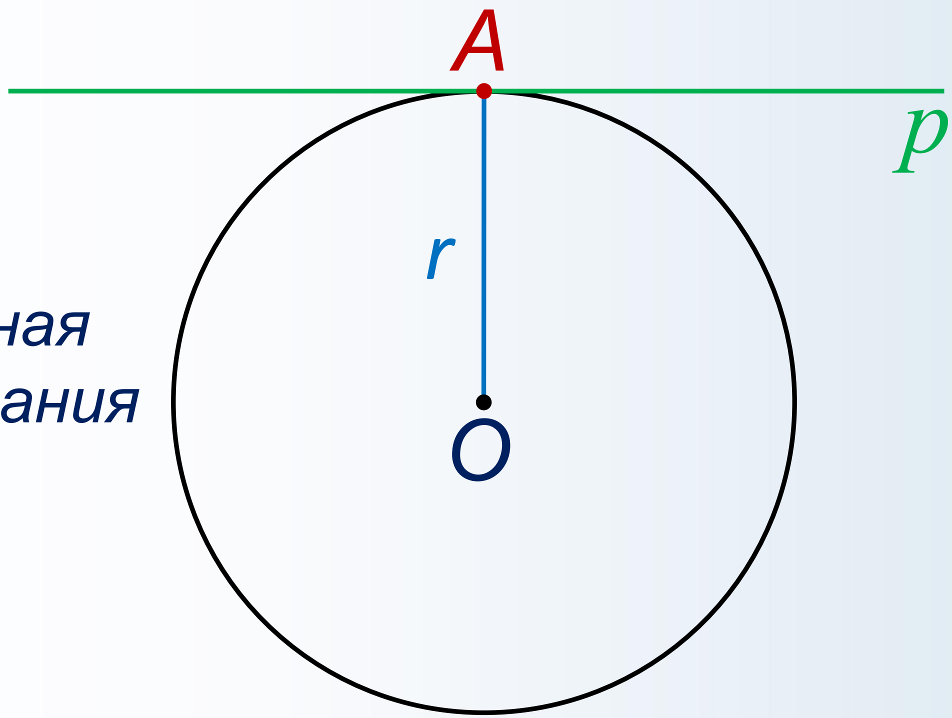
Решите задачу №13



<u>Дано:</u> ∆ *ABC* - *р/б*, *AC* = *BC*, *AH* – *высота*, *AB* = 10, *AH* = 8.

<u>Найти:</u> *sin A*, *cos A*.

Касательная к окружности



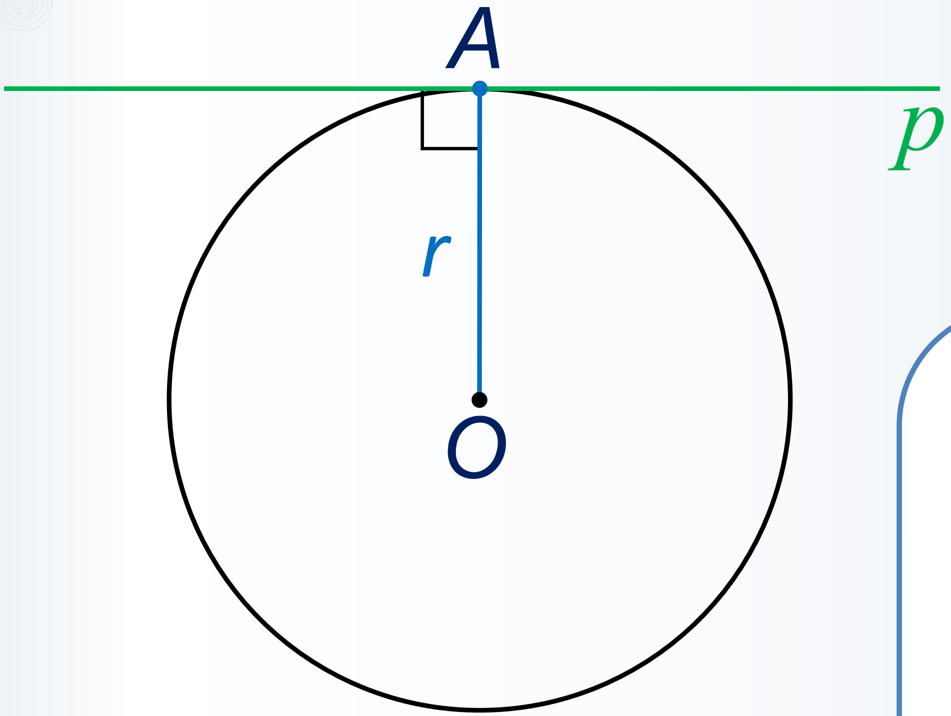
p – касательная

A – точка касания

Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной к окружности, а их общая точка называется точкой касания прямой и окружности.

Теорема о касательной к окружности

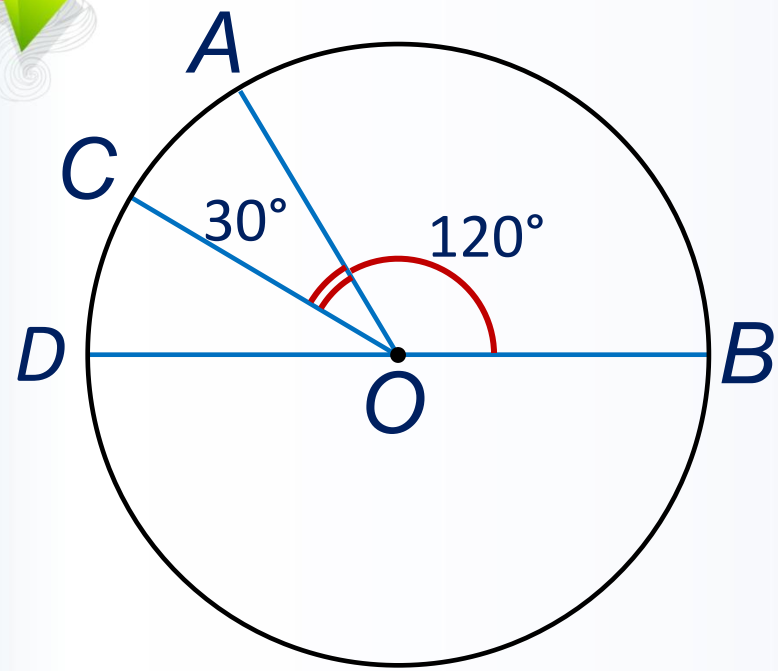
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.



Свойство касательных

Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

Решите задачу №14

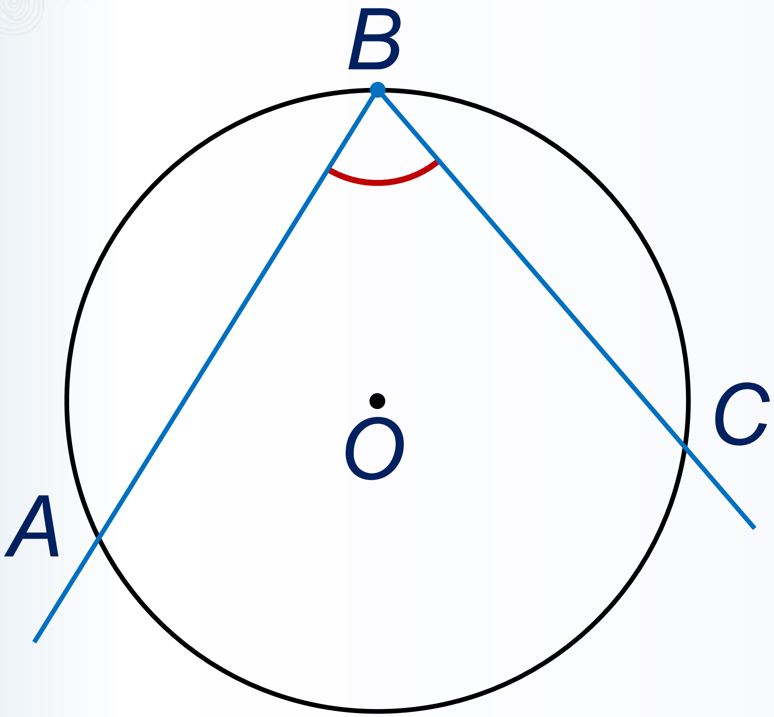


<u>Дано:</u> $\cup AB = 120^\circ$, $\cup AC = 30^\circ$

<u>Найти:</u> $\cup ADB$, $\cup CDB$, $\cup DB$.

Вписанный угол

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется *вписанным углом.*



∠ABC – вписанный

Теорема о вписанном угле

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

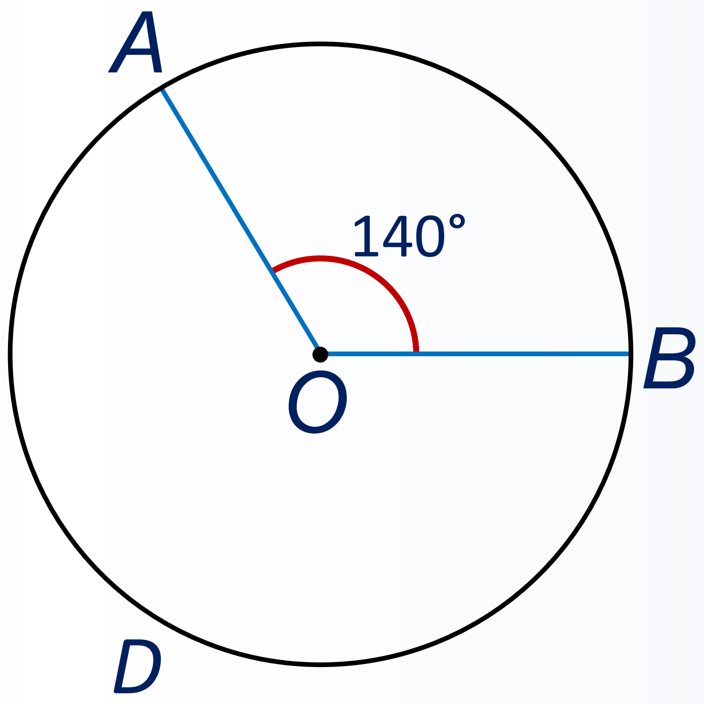
Следствия

1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, – прямой.

Решите задачу №15

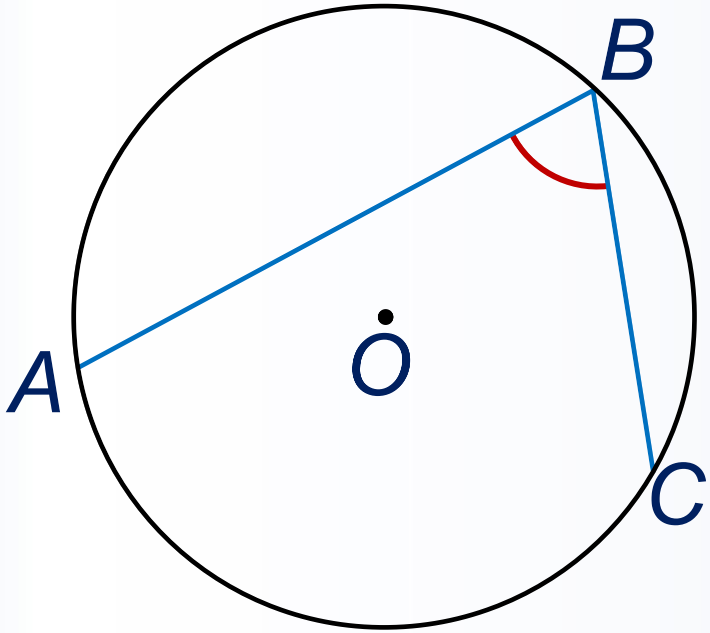
На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 140°$. Длина меньшей дуги равна 98. Найдите длину большей дуги.



Найти: длину $\cup ADB$.

Решите задачу №16

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна 13/36 длины окружности. Ответ дайте в градусах.



<u>*Найти:*</u> $\angle ABC$.

Свойство биссектрисы

Теорема. ***Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.***

Обратно:

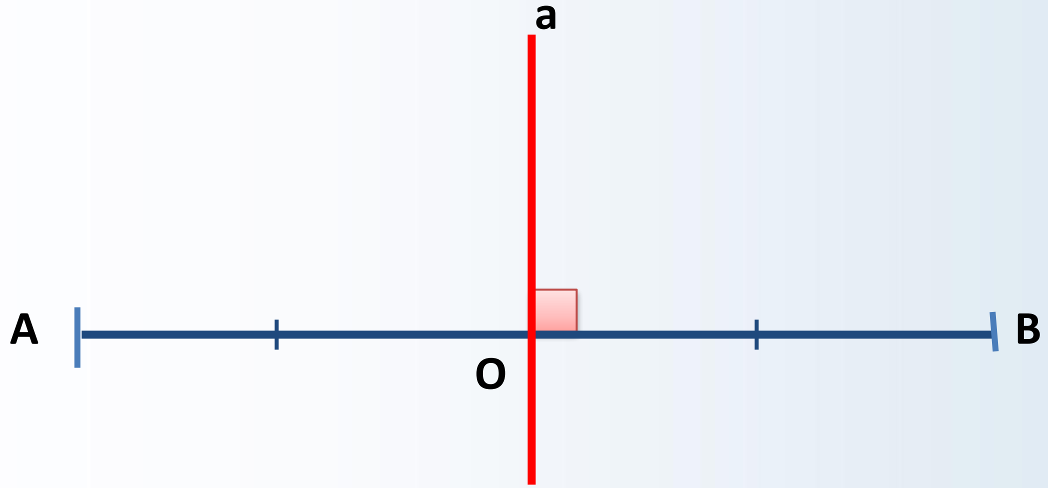
- ***Каждая точка, лежащая внутри угла и равноудалённая от сторон угла, лежит на его биссектрисе.***

Следствие:

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

Серединный перпендикуляр

Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярная к нему

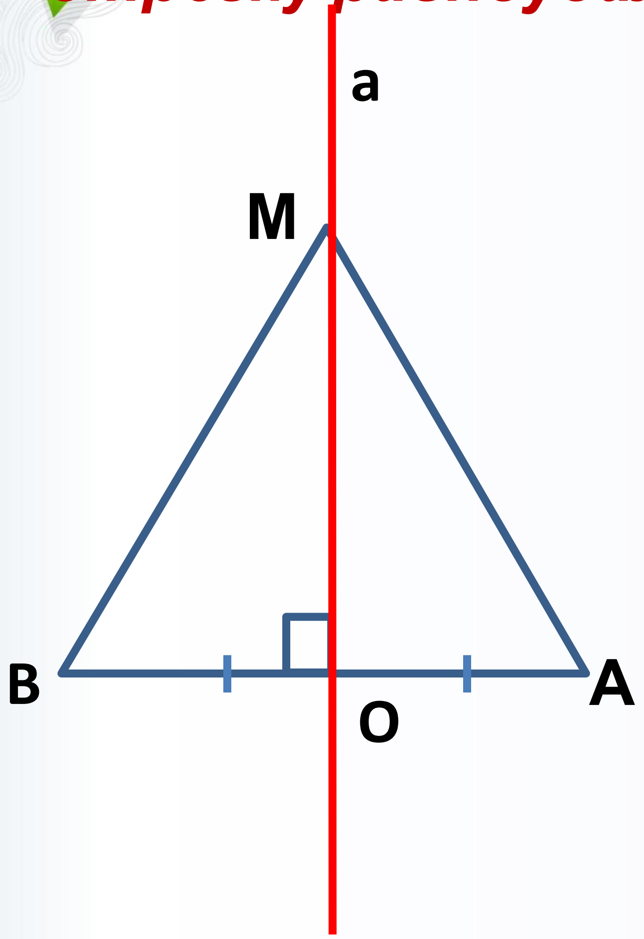


$a \perp AB$ и $AO=BO$

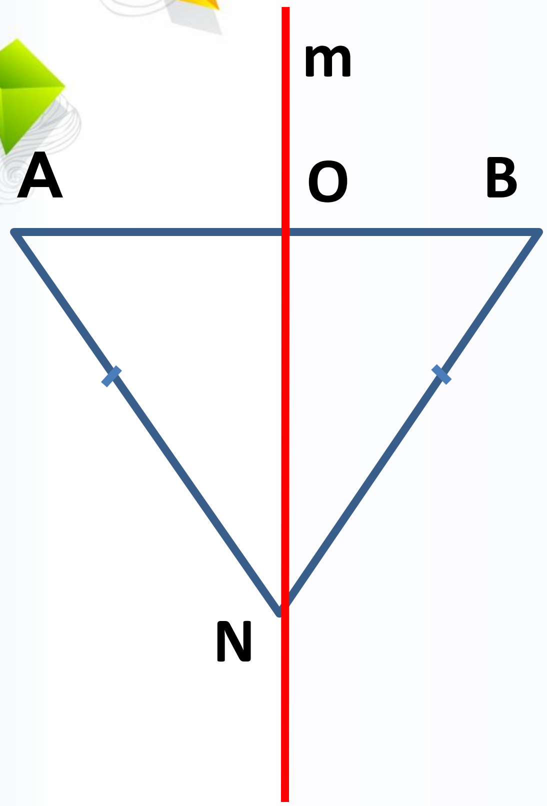
($O=a \cap AB$)

Теорема (о серединном перпендикуляре):

Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.

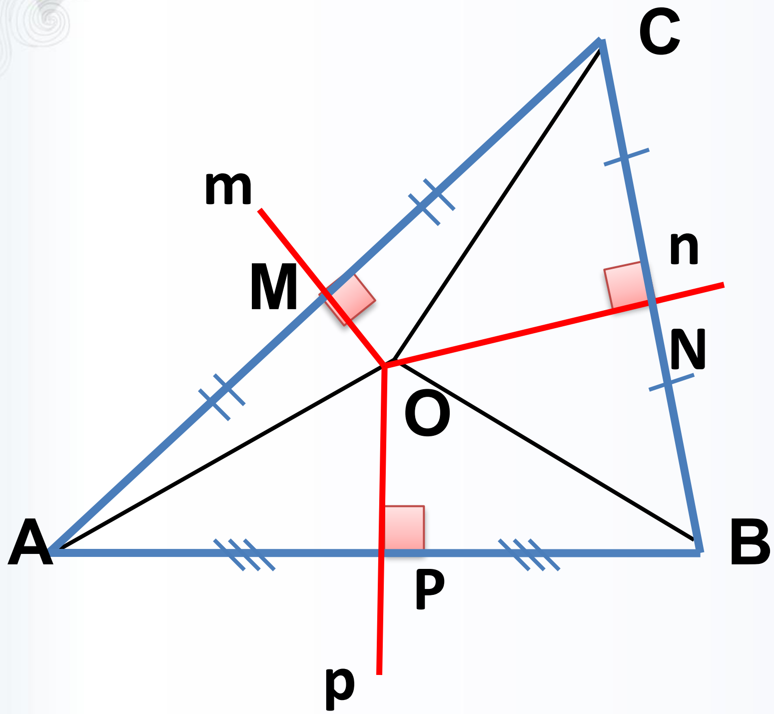


Обратно: *Каждая точка, равноудаленная от концов этого отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.*



Следствие:

Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.



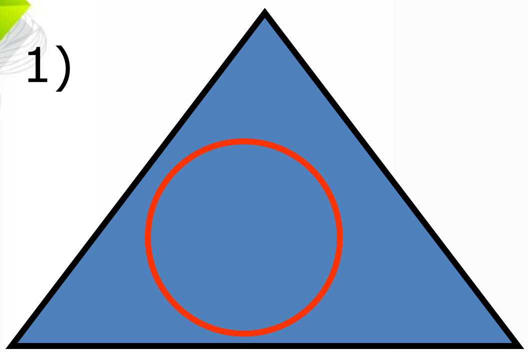
Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке.

Вписанная окружность

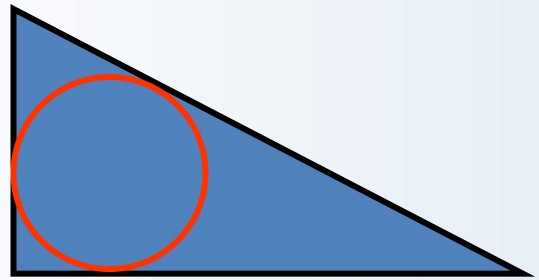
Определение: **окружность называется вписанной в треугольник, если все стороны треугольника касаются окружности.**

На каком рисунке окружность вписана в треугольник:

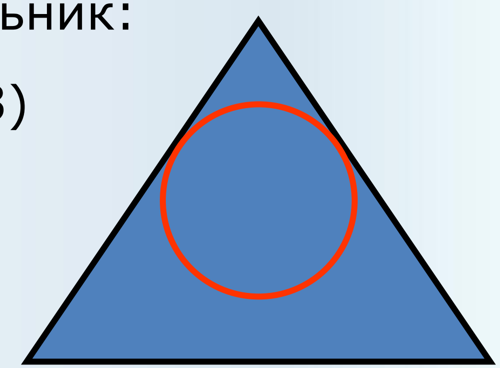
1)



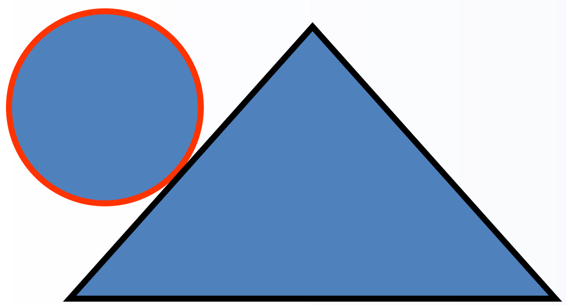
2)



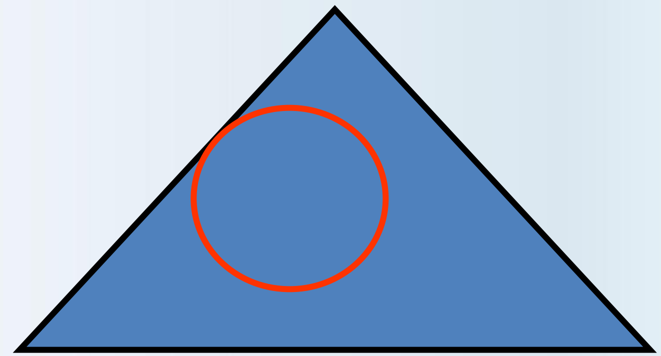
3)



4)



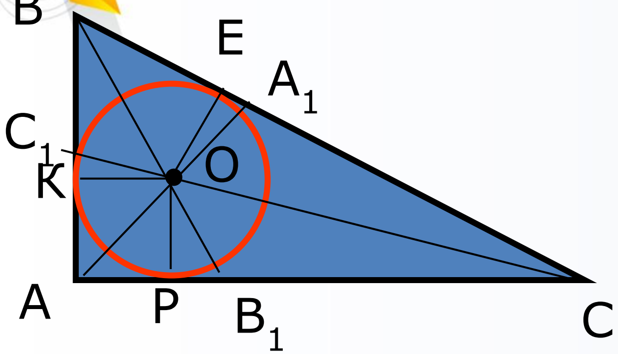
5)



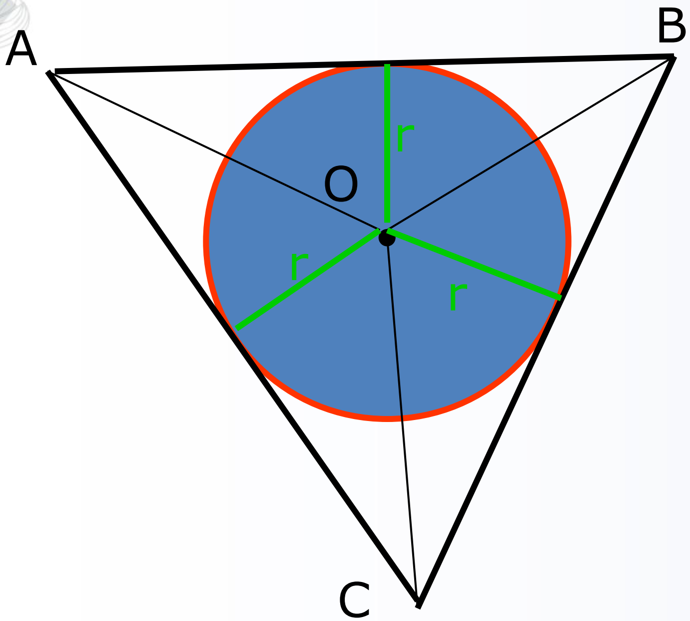
Если окружность вписана в треугольник, то треугольник описан около окружности.

Теорема. **В треугольник можно вписать окружность, и притом только одну.**

Её центр – точка пересечения биссектрис треугольника.

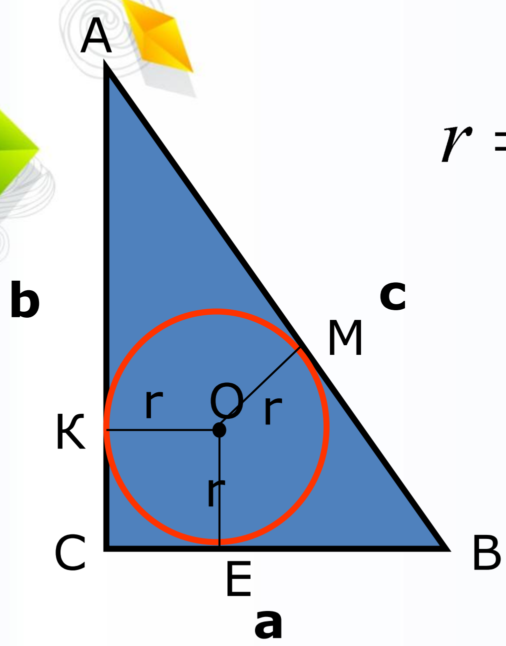


Важная формула



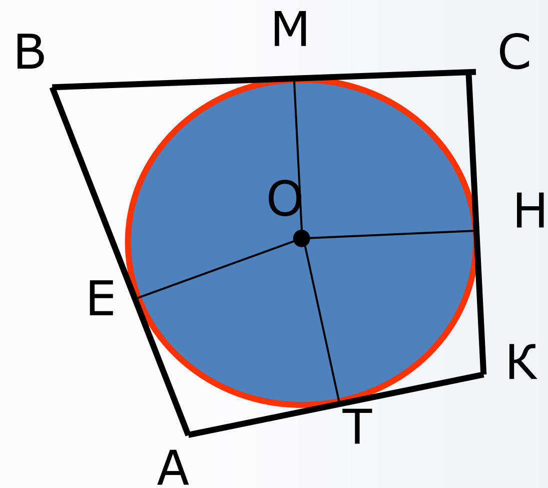
$$S_{ABC} = p \cdot r$$

Нужная формула для радиуса окружности, вписанной в прямоугольный треугольник



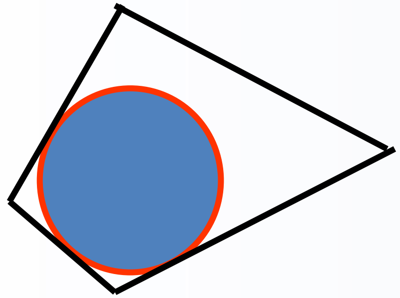
$$r = \frac{a+b-c}{2};\, a, b$$ - **катеты, с - гипотенуза**

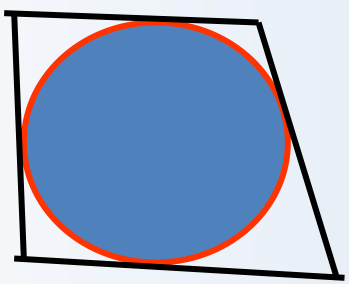
Окружность, вписанная в четырёхугольник

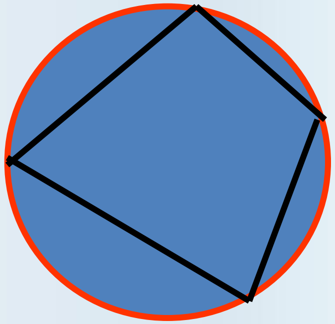


Определение: **окружность называется вписанной в четырёхугольник, если все стороны четырёхугольника касаются её.**

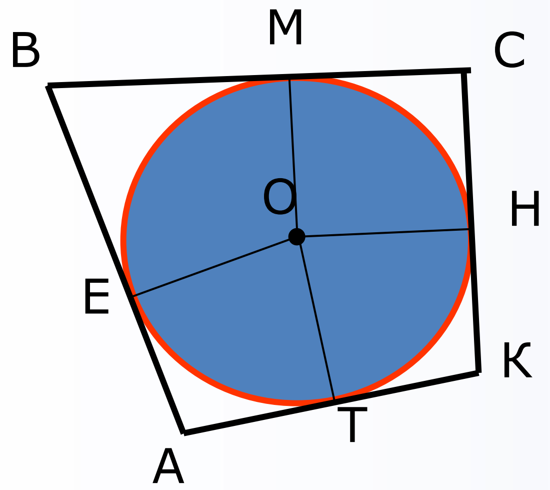
На каком рисунке окружность вписана в четырёхугольник:

1) 

2) 

3) 

Теорема: **если в четырёхугольник вписана окружность, то суммы противоположных сторон четырёхугольника равны (** в любом описанном четырёхугольнике суммы противоположных сторон равны).

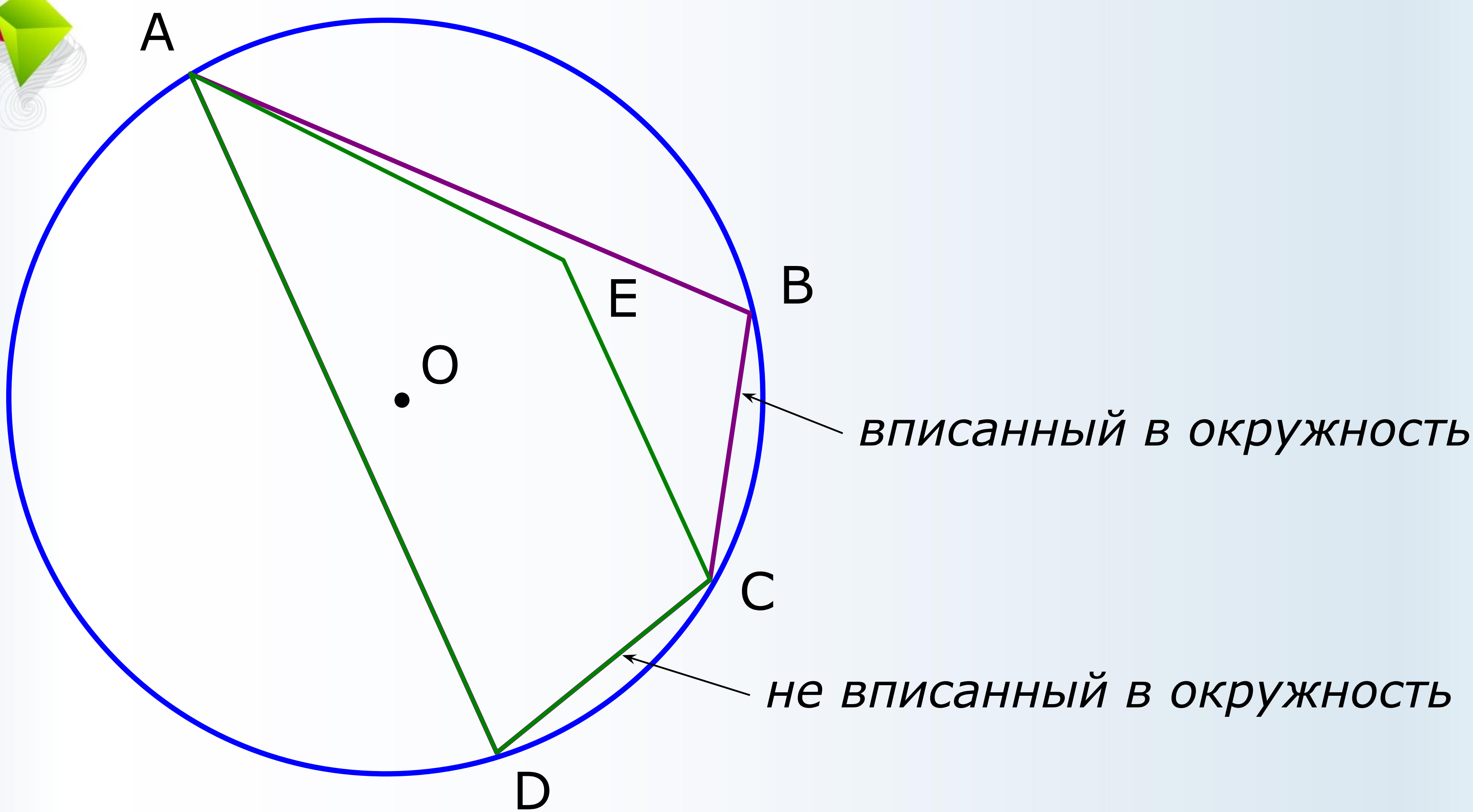


AB + CK = BC + AK.

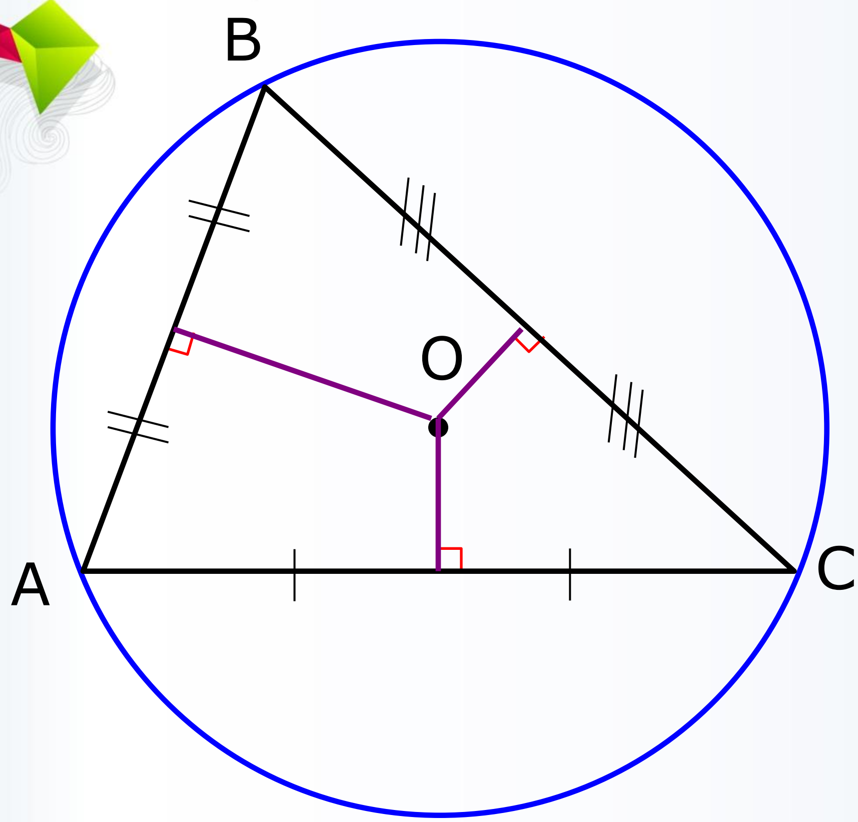
Обратная теорема: **если суммы противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равны, то в него можно вписать окружность.**

Описанная окружность

Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется ОПИСАННОЙ около многоугольника, а многоугольник – ВПИСАННЫМ в эту окружность



ОКОЛО ЛЮБОГО ТРЕУГОЛЬНИКА МОЖНО ОПИСАТЬ ОКРУЖНОСТЬ



Центром окружности, описанной около треугольника является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

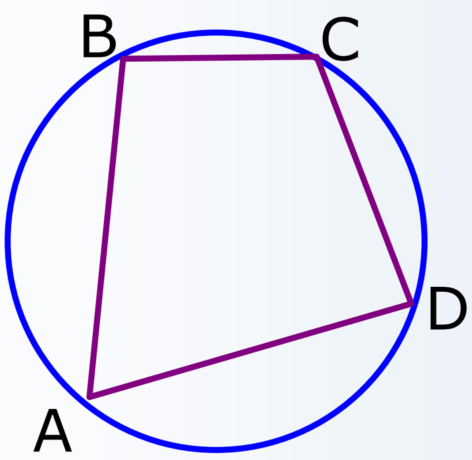
Замечание 1:

около треугольника можно описать только одну окружность

Замечание 2:

около четырехугольника не всегда можно описать окружность

В ЛЮБОМ ВПИСАННОМ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКЕ СУММА ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ УГЛОВ РАВНА 180^O



ЕСЛИ СУММА ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ УГЛОВ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА РАВНА 180^O, ТО ОКОЛО НЕГО МОЖНО ОПИСАТЬ ОКРУЖНОСТЬ

Использованы ресурсы

- *Геометрия, 7 – 9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.] – 6-е изд. – М.: Просвещение, 2016.*
- *Изучение геометрии в 7 – 9 классах: Пособие для учителей / Л. С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков и др. – 7-е изд. – М.: Просвещение, 2009.*
- *http://mathege.ru/or/ege/Main.html - материалы открытого банка заданий ЕГЭ по математике .*