

- **УРАВНЕНИЕМ ДАННОЙ ЛИНИИ** (В ВЫБРАННОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ) НАЗЫВАЕТСЯ ТАКОЕ УРАВНЕНИЕ С ПЕРЕМЕННЫМИ x И y КОТОРОМУ УДОВЛЕТВОРЯЮТ КООРДИНАТЫ ЛЮБОЙ ТОЧКИ ЛЕЖАЩЕЙ НА ЭТОЙ ЛИНИИ И НЕ УДОВЛЕТВОРЯЮТ КООРДИНАТЫ ЛЮБОЙ ТОЧКИ НЕ ЛЕЖАЩЕЙ НА ЭТОЙ ЛИНИИ. Если известно уравнение линии то для любой точки плоскости можно решить задачу ; лежит она на данной линии или нет. Для этого достаточно подставить в данное уравнение вместо переменных x и y координаты исследуемой точки; если координаты удовлетворяют данному уравнению то точка лежит на линии, если не удовлетворяют- не лежит.
- **Пример:** Лежат ли точки $A(-2;1)$ и $B(0;1)$ на линии $3x - y + 7 = 0$? Подставим вместо x и y координаты точки A получим : $3(-2) - 1 + 7 = -7 + 7 = 0$ следовательно точка A лежит на данной линии Подставим координаты

- Два вектора называются компланарными если они параллельны одной и той же плоскости
- **Линейной комбинацией векторов** a_1, a_2, \dots, a_n называется любой вектор вида $x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_n a_n$, где x_1, x_2, \dots, x_n - числа называемые коэффициентами линейной комбинации. Если вектор представлен в виде линейной комбинации каких-либо векторов то говорят что он разложен по этим векторам.
- **Векторным базисом на плоскости** называют два произвольных неколлинеарных вектора этой плоскости, взятых в определенном порядке. Пусть $(e_1; e_2)$ - один из базисов некоторой плоскости. Тогда любой вектор a этой плоскости можно единственным образом

- Представлен в виде линейной комбинации базисных векторов $a = xe_1 + ye_2$ (1) Т.е. каждому вектору a на плоскости сопоставлена упорядоченная пара чисел x и y . Эти числа называют координатами вектора a в базисе $(e_1; e_2)$. Базис $(e_1; e_2)$ называется ортонормированным Если базисные векторы единичны и взаимно перпендикулярны. Векторы в этом базисе обозначаются i и j
- Пример: Разложение вектора a $(x; y)$ по базису $(i; j)$ имеет вид $a = xi + yj$ Разложим вектор $a(-2; 5)$ по базису и получим $a = -2i + 5j$. Если же вектор a задан своим разложением в базисе $(i; j)$ то в этом базисе он имеет координаты $(-2; 5)$.
- Векторным базисом пространства называют тройку некопланарных векторов взятых в определенном порядке.

- Пусть $(e_1; e_2; e_3)$ - произвольный векторный базис пространства. Так как базисные векторы некопланарны, то можно показать, что любой вектор a пространства может быть представлен единственным образом в виде $a = xe_1 + ye_2 + ze_3$, (1) где x, y, z - некоторые числа. Для любого вектора a существует и притом только одна тройка чисел $(x; y; z)$ удовлетворяющих равенству (1) и эти числа называют координатами вектора a в базисе $(e_1; e_2; e_3)$ и обозначают $(x; y; z)$. Базис $(e_1; e_2; e_3)$ пространства называется ортонормированным, если базисные векторы единичны и попарно перпендикулярны. Базисные векторы пространства обозначают i, j, k .
- Пример** Разложение вектора $a = (x; y; z)$ по базису $(i; j; k)$ имеет вид $a = xi + yj + zk$ (2). Разложим вектор $a = (2; -1; 3)$ по базису $(i; j; k)$. $a = 2i - j + 3k$. Если $a = 2j - 5k$ то в этом базисе вектор a имеет координаты $(0; 2; -5)$.

• ПОЛЯРНЫЕ КООРДИНАТЫ

- Наряду с прямоугольной системой координат на плоскости часто применяется полярная система координат. Зададим на плоскости точку O . луч OP и единичный вектор e того же направления что и луч OP
- Совокупность точки O луча OP и единичного вектора e называется полярной системой координат. Точка O называется полюсом, а луч OP называется полярной осью. Возьмем на плоскости точку M не совпадающую с O Пусть $r = |OM|$ $\gamma = \angle POM$ - величина направленного угла POM . Числа r и γ определяют положение единственной точки M на плоскости. Они называются полярными координатами точки M r - полярный радиус, γ - полярный угол и обозначают $M(r; \gamma)$. Если M совпадает с полюсом O то $r = 0$, а число γ

- В ; $3 \cdot 0 - 1 + 7 = 6 \neq 0$, т.е. точка В не лежит на данной линии.
- Линию на плоскости Оху можно задать при помощи двух уравнений $\{x=V(t) \quad (1)$

$$\{y=Y(t)$$

Где x и y -координаты любой произвольной точки $M(x; y)$ лежащей на данной линии, а t - переменная которая называется параметром При изменении параметра точка $M(x; y)$ перемещается на плоскости описывая данную линию. Уравнения (1) называются параметри-ческими уравнениями линии.

Например; уравнения $x=r \cdot \cos t \quad (2)$ параметрические
 $\{ y=r \cdot \sin t$ уравнения окружности

С центром в начале координат и радиусом r .

КАНОНИЧЕСКОЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ.

- Пусть в ПСК Oxy заданы точка $M_0(x_0; y_0)$ и ненулевой вектор $a(a_1; a_2)$. Требуется составить уравнение прямой проходящей через точку M_0 и параллельной вектору a . Любой ненулевой вектор a , параллельный прямой l называется направляющим вектором этой прямой. Согласно аксиоме о параллельности прямых через данную точку $M_0(x_0; y_0)$ проходит единственная прямая с данным направляющим вектором a . Возьмем на прямой произвольную точку $M(x; y)$. Тогда вектор $M_0M = (x - x_0; y - y_0)$ и $a(a_1; a_2)$ коллинеарны тогда при $a_1 \neq 0$ и $a_2 \neq 0$ имеем $(x - x_0) \cdot a_2 = (y - y_0) \cdot a_1$ (3) - каноническое уравнение прямой или уравнение прямой, проходящей через данную точку параллельно заданному вектору.
- Если $a_1 = 0, a_2 \neq 0$, то направляющий вектор a , и следовательно прямая l перпендикулярны к оси Ox (параллельны оси Oy). В этом случае уравнение

- Вектор a , и следовательно и прямая l перпендикулярны к оси Oy (параллельны оси Ox) В этом случае уравнение имеет вид $Y=Y_0$.
- Пример; Дан треугольник с вершинами $A(-1;-2)$, $B(2;-2)$, и $C(1;3)$. Составить уравнение прямой проходящей через вершину C параллельно стороне AB .
- За направляющий вектор искомой прямой примем вектор $AB(3;0)$. Ордината направляющего вектора $a_2=0$, поэтому уравнение прямой имеет вид $y=y_0$. Заменяя y_0 ординатой точки C , найдем $y=3$.
- **ОБОЗНАЧИМ** буквой t каждое из равных отношений уравнения (1) получим

$$\left. \begin{array}{l} X-X_0 \\ a_1=t \end{array} \right\} \rightarrow x=x_0+a_1t$$

$$\left. \begin{array}{l} Y-y_0 \\ a_2=t \end{array} \right\} \rightarrow y=y_0+a_2t \quad (4) - \text{параметрические уравнения прямой}$$

УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ДАННУЮ ТОЧКУ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ДАННОМУ ВЕКТОРУ

Пусть в плоскости Oxy заданы некоторая точка $M_0(x_0; y_0)$ и ненулевой вектор n с координатами (A, B) . Требуется составить уравнение прямой l , проходящей через точку M_0 и перпендикулярный вектору n .

Любой ненулевой вектор n перпендикулярный прямой l называется нормальным вектором этой прямой.

Если через точку M_0 в плоскости Oxy проходит единственная прямая l имеющая нормальный вектор n . Возьмем на прямой l произвольную точку $M(x; y)$. Тогда вектор M_0M перпендикулярен вектору n и следовательно скалярное произведение равно нулю т.е $n * M_0M = 0$. Учитывая, что $M_0M = (x - x_0; y - y_0)$ и $n = (A, B)$ выразим равенство (1) в координатной форме

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ (2). - уравнение (2) называется уравнением прямой проходящей через точку $M_0(x_0; y_0)$ с заданным нормальным вектором $n = (A; B)$

