ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.1 Электрический заряд и его свойства. Закон Кулона

Электрический заряд

- **Электростатика** – раздел учения об электричестве, изучающий взаимодействие неподвижных электрических зарядов и свойства постоянного электрического поля.
- **Электрический заряд** – это внутреннее, индивидуальное *свойство* тел или частиц, характеризующее их способность к электромагнитному взаимодействию.
- **Электрический заряд** q – *физическая величина*, которая определяет интенсивность электромагнитного взаимодействия.
- Единица электрического заряда – **кулон (Кл)** – электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А (ампер) за 1 с.

Свойства электрического заряда

- 1. **Носители электрического заряда** – заряженные элементарные частицы:
  - **протон** и **электрон**;
  - их античастицы – **антипротон** и **позитрон**;
  - нестабильные частицы - **π-мезоны**, **μ-мезоны** и т.д.

Заряженные частицы взаимодействуют друг с другом с силами, которые убывают с расстоянием так же медленно, как гравитационные, но во много раз превышающими их по величине.

Свойства электрического заряда

- 2. Электрический заряд *аддитивен*: заряд любой системы тел (частиц) равен сумме зарядов тел (частиц), входящих в систему:

$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_i + \ldots + q_N = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

- Здесь i-номер заряда (тела или частицы); N – количество тел (частиц) в системе.

Свойства электрического заряда

- 3. Электрический заряд *дискретен*: заряд q любого тела кратен элементарному заряду e:

$$q = Ne$$

- Элементарный заряд: $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл.
- Поскольку тело не может приобрести или потерять долю электрона, суммарный заряд тела должен быть целым кратным элементарного заряда. Говорят, что *заряд квантуется* (т.е. может принимать лишь *дискретные* значения).
- Однако, поскольку заряд электрона очень мал, мы обычно не замечаем дискретности макроскопических зарядов (заряду 1 мкКл соответствуют примерно 10^{13} электронов) и считаем заряд непрерывным.

Свойства электрического заряда

- 4. Электрический заряд существует в двух видах – *положительный* и *отрицательный*. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные заряды притягиваются.

- За положительный заряд принят заряд протона ($+e$). Заряд электрона – отрицательный ($-e$).

- Если в состав макроскопического тела входит различное количество протонов N_p и электронов N_e, то оно оказывается *заряженным*. Заряд тела:

$$q = e(N_p - N_e)$$

Свойства электрического заряда

- 5. Электрический заряд *инвариантен*: его величина не зависит от системы отсчета, т.е. от того, движется он или покоится:

$$q = \text{inv}$$

Свойства электрического заряда

- 6. Электрический заряд подчиняется **закону сохранения электрического заряда**: *алгебраическая сумма электрических зарядов замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы не происходили внутри данной системы*

$$q = \sum_{i=1}^{N} q_i = \mathrm{const}$$

- (под **замкнутой системой** понимается система, которая не обменивается зарядами с внешними телами)

Закон Кулона

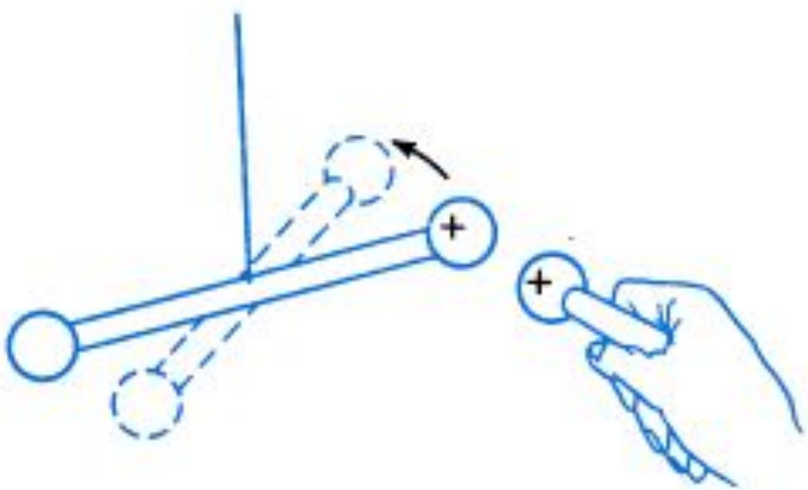
- **Точечные электрические заряды** – элементарные частицы или заряженные тела, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними.

- **Закон Кулона.** *Сила взаимодействия F между двумя точечными зарядами q_1 и q_2, находящимися в вакууме, прямо пропорциональна произведению этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:*

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- Величина $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – **электрическая постоянная**, относящаяся к числу фундаментальных физических констант.

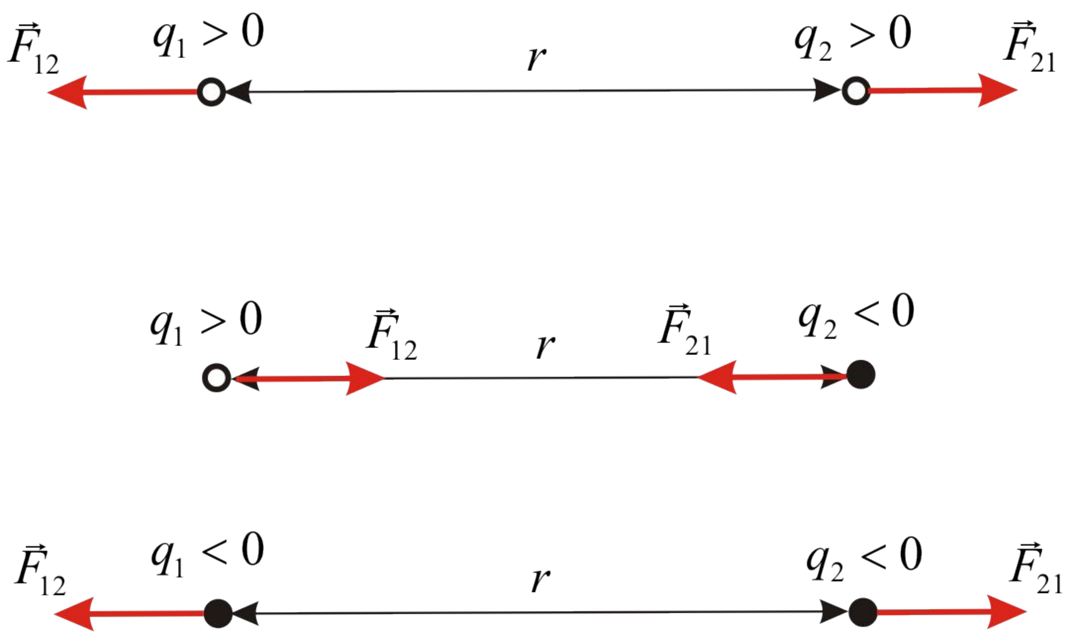
Схема опыта Кулона (1780 г.)



- Когда к шарику на конце стержня, подвешенного на нити, подносят заряд, стержень слегка отклоняется, нить закручивается, и угол закручивания нити пропорционален действующей между зарядами силе (крутильные весы).
- С помощью этого прибора Кулон определил зависимость силы от величины зарядов и расстояния между ними.

Закон Кулона

Сила **F** направлена вдоль прямой, соединяющей заряды q_1 и q_2, т.е. является **центральной силой**, и соответствует *притяжению*, если $q_1 q_2 < 0$ (заряды разноименные) и *отталкиванию*, если $q_1 q_2 > 0$ (заряды одного знака).

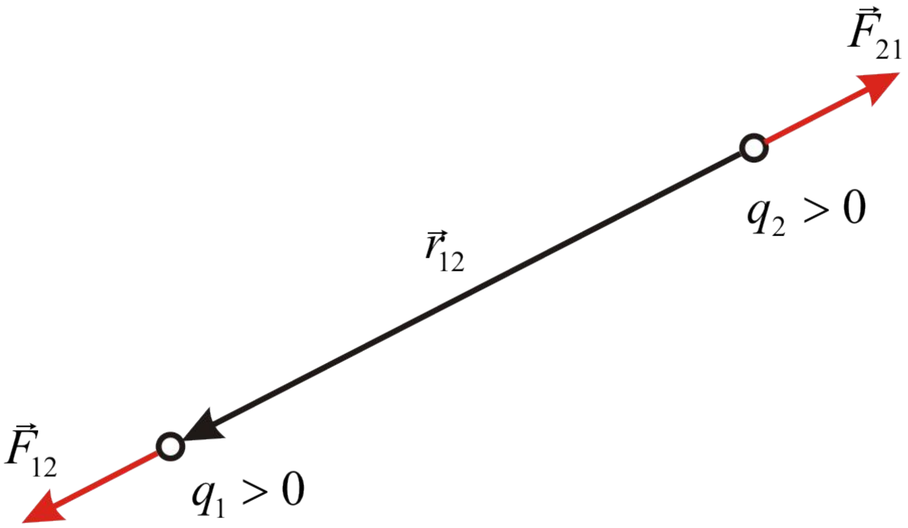


Закон Кулона в векторной форме

- Формула, выражающая закон Кулона, в векторной форме: сила $\mathbf{F}_{12}$, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

- Здесь **r** – радиус-вектор, проведенный из заряда q_2 к заряду q_1.



На электрический заряд q_2, согласно третьему закону Ньютона, действует сила $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$.

Принцип суперпозиции сил

- К кулоновским силам применим рассмотренный в механике **принцип суперпозиции сил**: *результирующая сила, действующая со стороны нескольких точечных зарядов* q_1, q_2, …, q_i, …, q_N, *на точечный заряд* q, *равна векторной сумме сил, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов в отдельности:*

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_i}{r_i^3} \vec{r}_i = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i \vec{r}_i}{r_i^3}$$

- Здесь $\mathbf{r}_i$ – радиус-вектор, проведенный из заряда q к заряду q_i; r_i – расстояние между зарядами q и q_i.

Плотности заряда

- Часто бывает значительно удобнее считать, что заряды распределены в заряженном теле *непрерывно*:
  - вдоль некоторой линии (например, в случае заряженного тонкого стержня, нити);
  - по поверхности (например, в случае заряженной пластины, сферы);\
  - в объеме (например, в случае заряженного шара).

Плотности заряда

Распределение электрического заряда q по пространству объемом V	Распределение электрического заряда q по поверхности площадью S	Распределение электрического заряда q по линии длины l
Объемная (пространственная) плотность заряда $\rho(\mathbf{r})$, Кл/м^3	**Поверхностная плотность заряда** $\sigma(\mathbf{r})$, Кл/м^2	**Линейная плотность заряда** $\lambda(\mathbf{r})$, Кл/м
$dq = \rho dV$	$dq = \sigma dS$	$dq = \lambda dl$

ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.2 Электрическое поле. Напряженность

Электромагнитное поле

- **Электромагнитное поле** – особый вид материи, посредством которого осуществляется взаимодействие заряженных частиц. Это означает, что:
  - **заряженные частицы создают в окружающем пространстве электромагнитное поле;**
  - **на заряженную частицу действует электромагнитное поле, существующее в данной точке пространства и в данный момент времени.**

  - Поле, создаваемое точечным источником, пропорционально его заряду; воздействие поля на заряженную частицу пропорционально заряду этой частицы.

Источники электромагнитного поля

Неподвижные заряды	Движущиеся заряды
Электрическое поле	Электрическое и магнитное поля

Действие электромагнитного поля на заряды

Пробный заряд

- Для определения характеристик электромагнитного поля используется понятие **пробного заряда**, внесение которого в исследуемое поле его не искажает (т.е. не приводит к смещению источников поля). Для этого величина пробного заряда должна быть достаточно малой.

- Сила, действующая на неподвижный пробный заряд q_0, пропорциональна его величине и определяется только электрическим полем:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$

Напряженность электрического поля

- **Напряженность электрического поля E** – векторная физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд q_0, помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

- Единица напряженности электростатического поля – **вольт на метр (В/м)**, или **ньютон на кулон (Н/Кл)**.

Напряженность электрического поля точечного заряда

- **Напряженность электростатического поля точечного заряда** q в вакууме в скалярной и векторной формах соответственно:

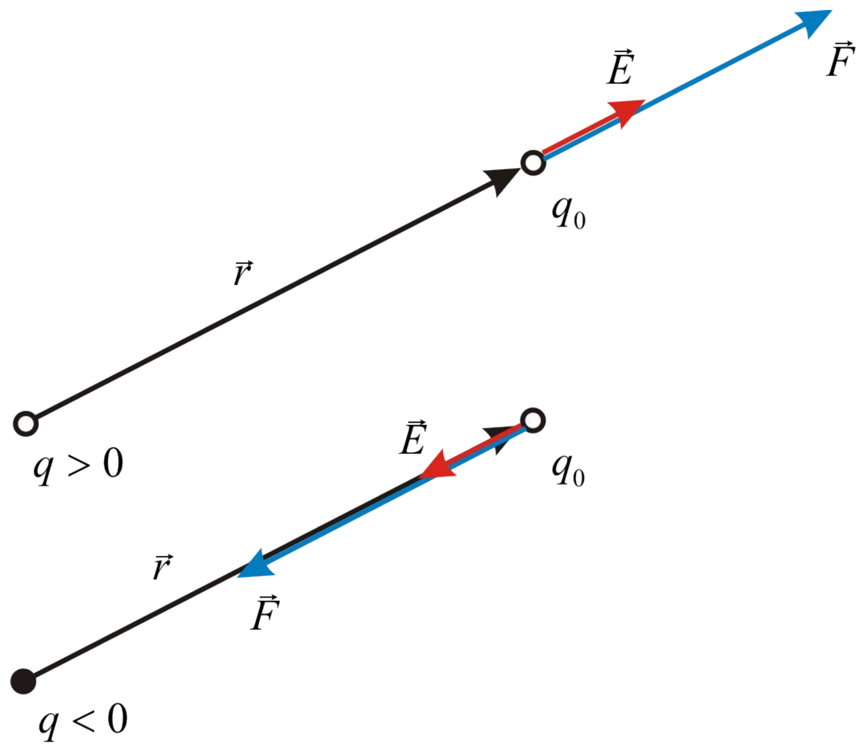
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

- Здесь **r** – радиус-вектор, проведенный в данную точку поля из заряда q, создающего поле; r – расстояние между зарядом q и точкой, в которой определяется вектор **E**.

Напряженность электрического поля точечного заряда

- Направление вектора **E** совпадает с направлением вектора силы **F**, действующей на положительный заряд.

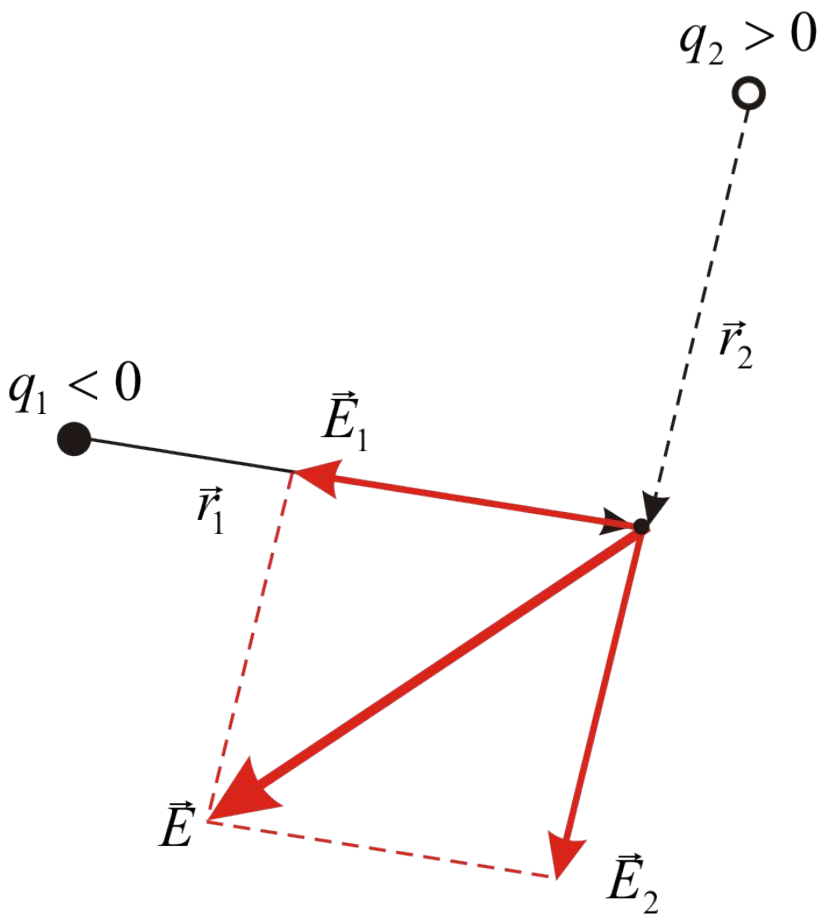
- Если поле создано *положительным* зарядом, то вектор **E** направлен вдоль радиуса-вектора **r** от заряда q во внешнее пространство (*отталкивание* пробного положительного заряда q_0).
- Если поле создается *отрицательным* зарядом, то вектор **E** направлен к заряду (*притяжение* пробного положительного заряда q_0).



Принцип суперпозиции электрических полей

- **Принцип суперпозиции электрических полей**: *напряженность результирующего поля, создаваемого системой зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:*

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$



Напряженность электрического поля системы точечных зарядов

- Из принципа суперпозиции электрических полей следует, что **напряженность электростатического поля системы точечных зарядов** $q_1, q_2, \ldots, q_i, \ldots, q_N$:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$$

- где $\mathbf{E}_i$ – напряженность электрического поля, создаваемая зарядом q_i в точке с радиусом-вектором $\mathbf{r}_i$, проведенным из заряда q_i; r_i – расстояние между зарядом q_i и точкой пространства, в которой вычисляется напряженность $\mathbf{E}_i$ поля.

Силовые линии электрического поля

- Графически электростатическое поле изображают с помощью **линий напряженности (силовых линий)** – линий, касательная к которым в каждой точке совпадает с направлением вектора **E**.
- Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора **E**.
- Густота этих линий пропорциональная модулю E вектора напряженности.

- Так как в данной точке пространства вектор **E** имеет лишь одно направление, то линии вектора напряженности никогда не пересекаются.

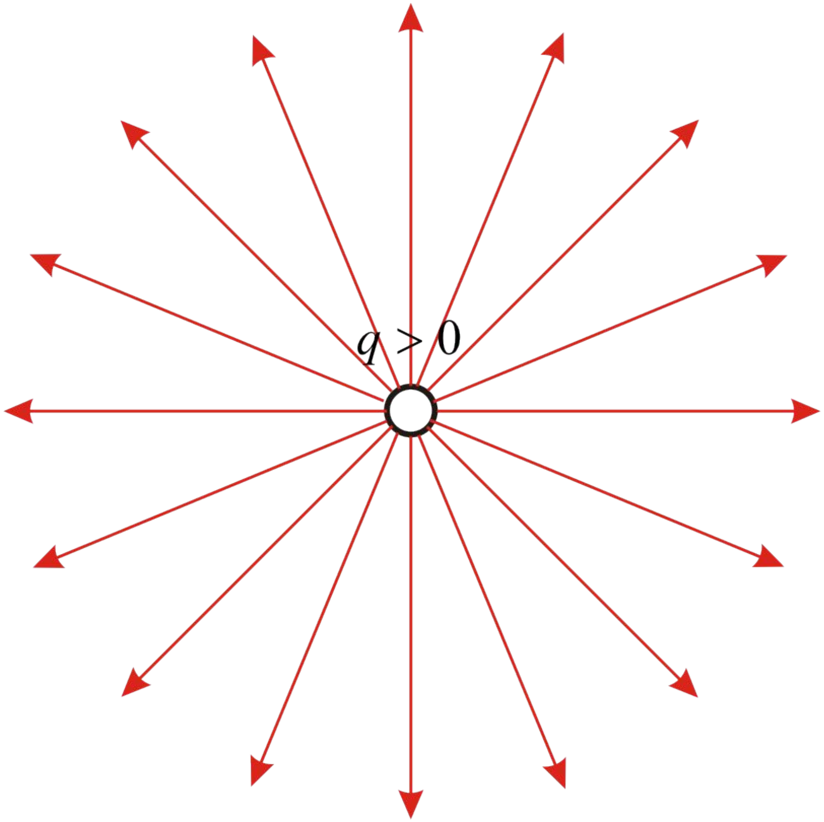
Свойства силовых линий электрического поля

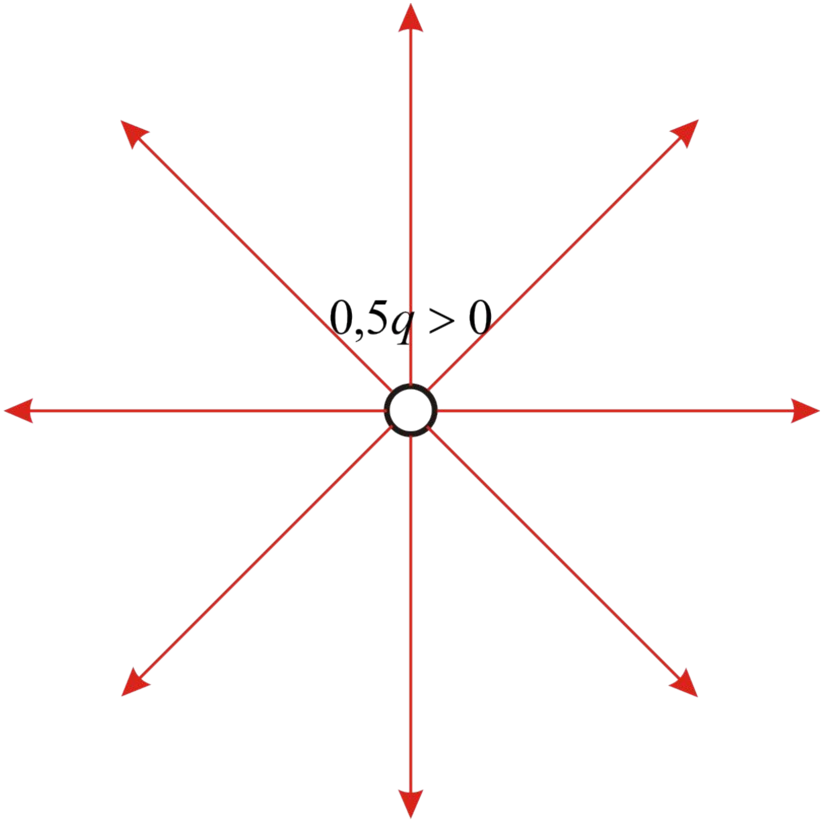
- 1. Силовые линии указывают направление напряженности электрического поля: в любой точке вектор напряженности **E** электрического поля направлена по касательной к силовой линии.

- 2. Силовые линии проводятся так, чтобы модуль вектора напряженности электрического поля *E* был пропорционален числу линий, проходящих через единичную площадку, перпендикулярную линиям.

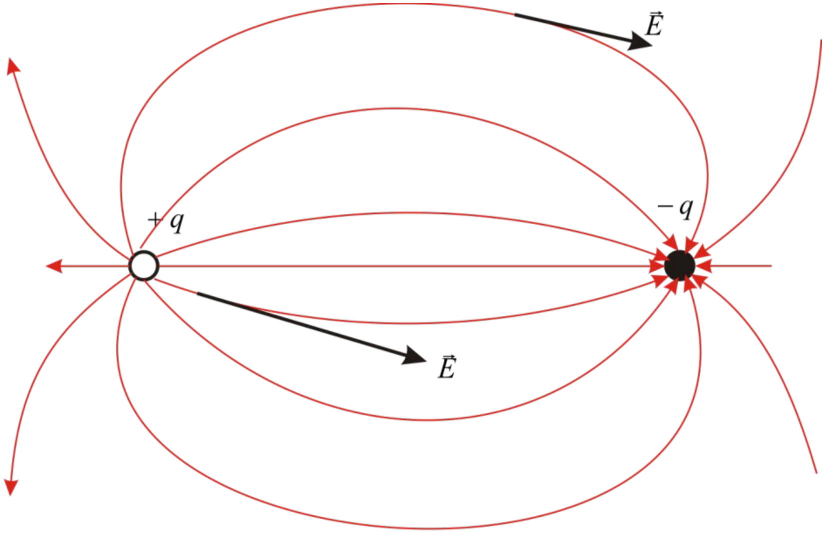
- 3. Силовые линии начинаются только на положительных зарядах и заканчиваются только на отрицательных зарядах; число линий, выходящих из заряда или входящих в него, пропорционально величине заряда.

Силовые линии электрического поля точечного заряда

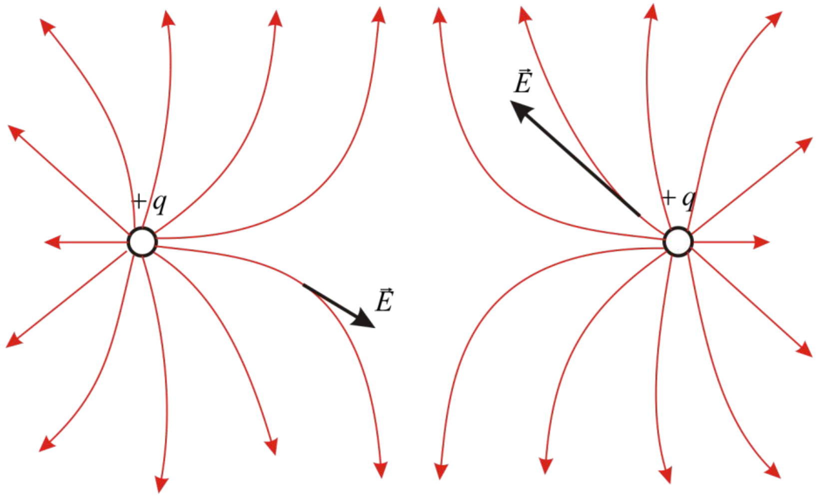




Силовые линии электрического поля



Силовые линии электрического поля системы из 2-х равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов.



Силовые линии электрического поля системы из 2-х равных по модулю и одинаковых по знаку точечных зарядов.

ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.3 Консервативное электрическое поле

Консервативное электрическое поле

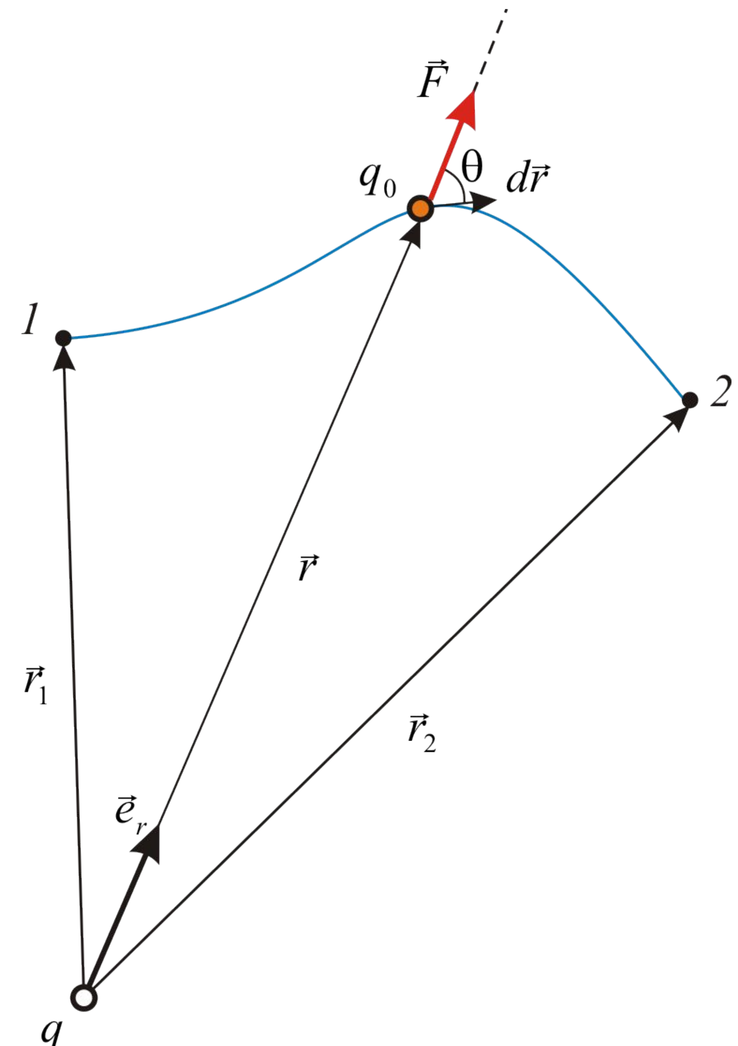
- Как и любое центральное поле, электростатическое поле является **консервативным** (**потенциальным**).

- Это означает, что *работа сил поля при перемещении пробного заряда из точки 1 в точку 2 не зависит от вида траектории и характера движения заряда*.

Работа по перемещению заряда в поле точечного неподвижного заряда *q*

- Пусть, например, точечный (пробный) заряд q_0 перемещается в электрическом поле, созданном неподвижным точечным зарядом q.

- Обозначим: $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ – радиусы-векторы точек *1* и *2*, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор заряда q_0 (все радиусы-векторы имеют начало в заряде q); $\mathbf{e}_r$ – единичный вектор, сонаправленный с $\mathbf{r}$.



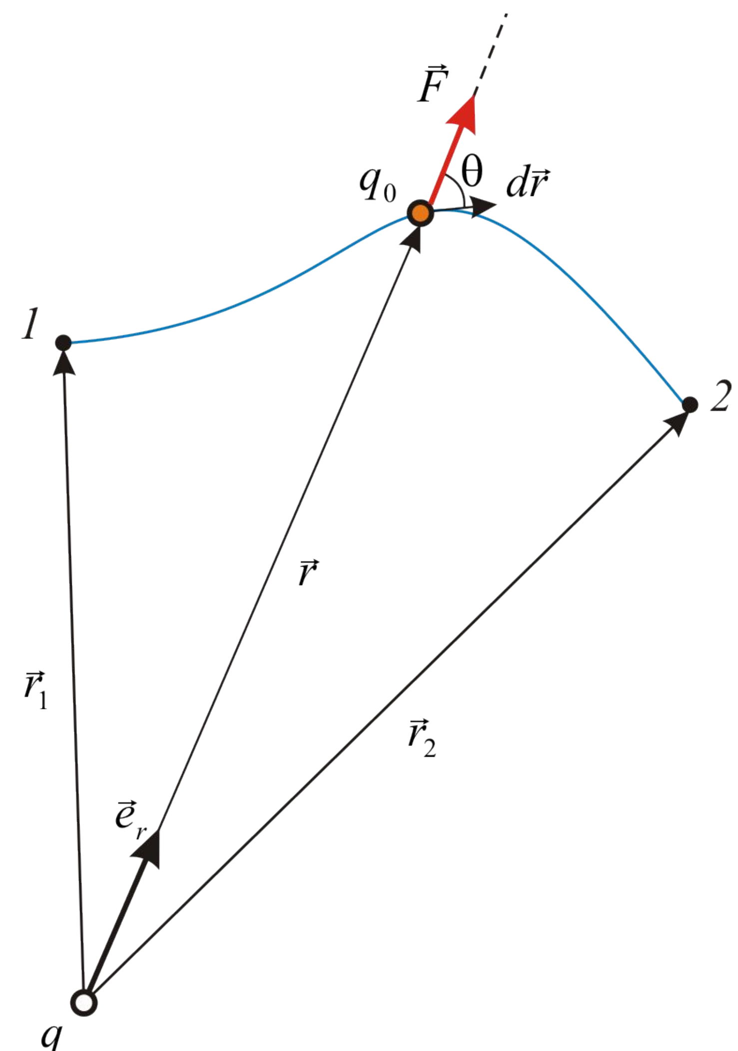
Работа по перемещению заряда q_o в поле точечного неподвижного заряда q

$$A=\int_1^2 \vec F\cdot d\vec r=\int_1^2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q}{r^3}\vec r d\vec r=$$

$$=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_1^2\frac{|\vec r|\cdot|d\vec r|\cdot\cos\theta}{r^3}=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}=$$

$$=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

- В консервативном поле работа по перемещению электрического заряда вдоль *замкнутой* траектории равна нулю: $A=\oint_L \delta A=0$



Потенциальная энергия заряда

- В потенциальном поле тела обладают потенциальной энергией и работа консервативных сил совершает за счет убыли потенциальной энергии тел.
- Работу консервативной силы Кулона при перемещении точечного заряда q_0 из точки *1* в точку *2* можно представить в виде разности потенциальных энергий заряда q_0 в начальной и конечной точках: $\delta A = -d\Pi$ (для элементарного перемещения),

$$A_{12} = -\Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_2$$

- С другой стороны, известно, что

$$A_{12} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

Потенциальная энергия заряда

- Таким образом, потенциальная энергия П заряда q_0 во внешнем электростатическим поле точечного заряда q равна

$$\Pi = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \text{const}$$

- Считая, что при удалении заряда q_0 на бесконечность потенциальная энергия П обращается в ноль, получаем: const = 0, т.е.

$$\Pi = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Для *одноименных* зарядов, что соответствует *отталкиванию*, $\Pi > 0$ (если $q_0 q > 0$), для *разноименных* зарядов (*притяжение*) ($q_0 q < 0$) $\Pi < 0$.

Потенциальная энергия заряда $q_о$ в электрическом поле системы точечных зарядов

- Если поле создается системой N точечных зарядов, то потенциальная энергия заряда q_0, находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий, создаваемых каждым из зарядов системы в отдельности в той точке пространства, где находится заряд q_0:

$$\Pi = \sum_{i=1}^{N} \Pi_i = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i}$$

Здесь r_i – расстояние между зарядом q_i системы и зарядом q_0.

ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.4 Потенциал электрического поля

Потенциал электростатического поля

- **Потенциалом** ϕ электростатического поля в данной точке пространства называется скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии П единичного пробного заряда q_0, помещенного в данную точку поля:

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_0}$$

- Например, потенциал ϕ поля, созданного точечным зарядом q в вакууме на расстоянии r от него, равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Потенциал электростатического поля

- Из приведенного примера видно, что отношение $П/q_0$ не зависит от выбора пробного заряда, а характеризуется только зарядом, создающим поле.

- Таким образом, *потенциал* ϕ *является скалярной (энергетической) характеристикой электростатического поля* (напряженность **E** – векторная (силовая) характеристика поля).

- Единица потенциала – **вольт** (**В**).
- Один вольт (1 В) есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1Дж/Кл).

Разность потенциалов

- Работа A_{12}, совершаемая силами электрического поля при перемещении заряда q_0 из точки *1* в точку *2* может быть представлена как

$$A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 \Delta\varphi$$

т.е. она равна произведению перемещаемого заряда q_0 на разность потенциалов $\Delta\varphi$ в начальной и конечной точках.

Разность потенциалов

- **Разность потенциалов** Δφ двух точек *1* и *2* электростатического поля определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки *1* в точку *2*:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Еще одно определение потенциала

- Если перемещать заряд q_0 из произвольной точки поля за пределы поля (на бесконечность), где потенциальная энергия П = 0, а значит и потенциал $\phi = П/q_0 = 0$, то работа сил электростатического поля

$$A_\infty = q_0(\varphi - 0) = q_0\varphi$$

откуда

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}$$

Потенциал ϕ данной точки поля – физическая величина, определяемая работой сил электростатического поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.

Свойства потенциала

- 1. *Потенциал электростатического поля ϕ в данной точке пространства является функцией только координат x, y, z этой точки:*

$$\varphi = \varphi(x, y, z)$$

Свойства потенциала

- 2. *Работа сил поля по перемещению единичного положительного заряда из произвольного начального положения 1 в произвольное конечное положение 2, равна убыли потенциала*:

$$A_{\text{ед}} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varphi_1 - \varphi_2$$

- Если при этом точки *1* и *2* расположены достаточно близко друг от друга, то напряженность **E** электрического поля можно считать приблизительно одинаковой между точками *1* и *2* и тогда

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = -d\varphi$$

Свойства потенциала

- 3. *Потенциал* ϕ *электростатического поля определен с точностью до аддитивной постоянной величины*.

- Это означает, что при замене точки O – начала отсчета потенциала, на некоторую другую точку O' потенциал ϕ во всех точках пространства изменится на одну и ту же величину C, равную работе сил поля при перемещении единичного положительного заряда из точки O в точку O':

$$\varphi' = \varphi + C;$$

$$C = \int_{O}^{O'} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Принцип суперпозиции потенциалов

- **Принцип суперпозиции потенциалов электростатических полей:** *если электрическое поле создано несколькими зарядами, то потенциал электрического поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов электрических полей всех этих зарядов:*

$$\varphi = \sum_{i=1} \varphi_i$$

Потенциал системы неподвижных точечных зарядов

- Например, потенциал ϕ точки электрического поля, созданного системой N точечных зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_i, \ldots, q_N$ равен:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i}$$

- Здесь r_i – расстояние от данной точки поля до заряда q_i системы.

Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля

- Для консервативного поля связь между консервативной силой **F** и потенциальной энергией П имеет вид:

$$\vec{F} = -\text{grad}\Pi = -\nabla\Pi$$

Здесь $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ – оператор градиента

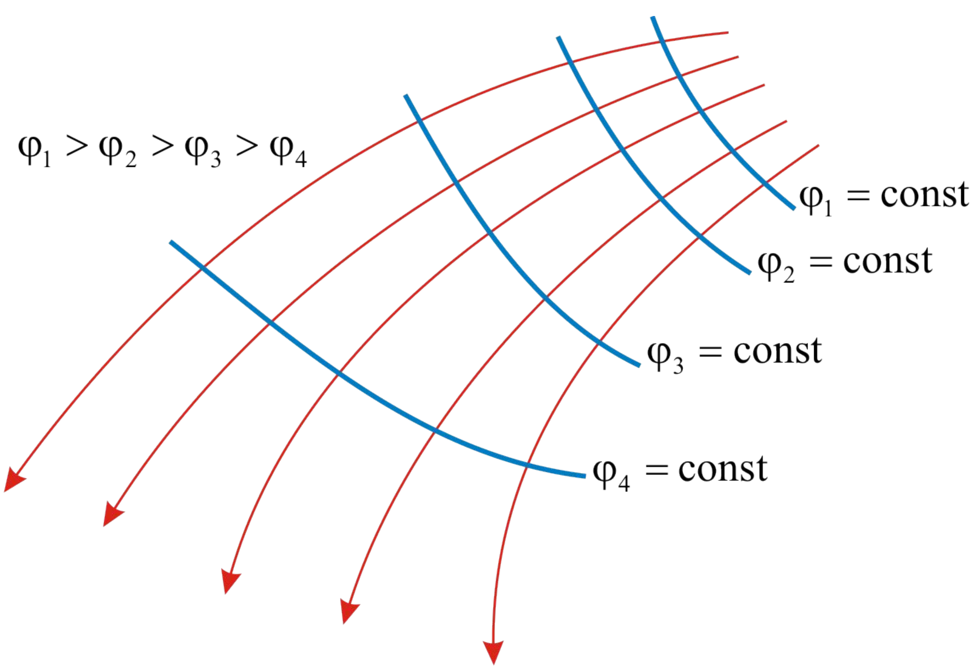
Поскольку $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ и $\Pi = q\varphi$, то

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\nabla\varphi$$

Знак минус показывает, что вектор напряженности электростатического поля направлен в сторону убывания потенциала.

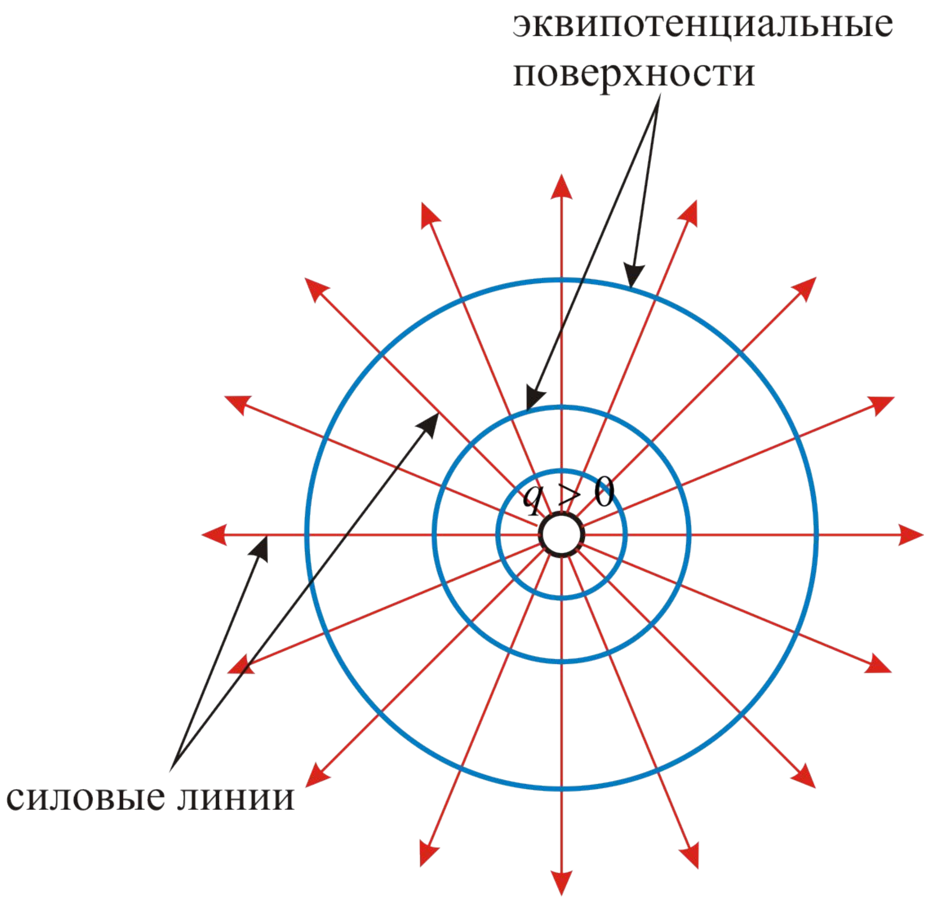
Эквипотенциальные поверхности

- Для графического изображения распределения потенциала используются **эквипотенциальные поверхности** – поверхности, во всех точках которых потенциал φ (и потенциальная энергия П заряда, помещенного в данную точку) имеет одно и то же значение.



Эквипотенциальные поверхности обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность электростатического поля в разных точках. Там, где поверхности расположены гуще, модуль вектора напряженности **E** электрического поля больше.

Эквипотенциальные поверхности



- Для точечного заряда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

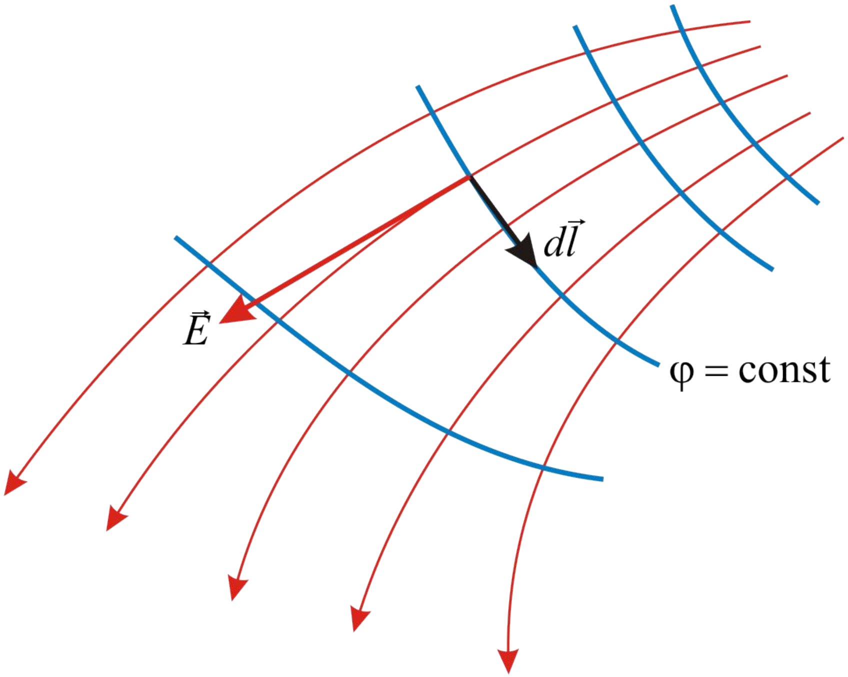
поэтому эквипотенциальные поверхности представляют собой концентрические сферы r = const. С другой стороны, линии напряженности **E** – радиальные прямые.

Эквипотенциальные поверхности

- Докажем, что **линии напряженности всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям**.
- Работа $A_{ед}$ по перемещению единичного положительного заряда *вдоль эквипотенциальной поверхности:*

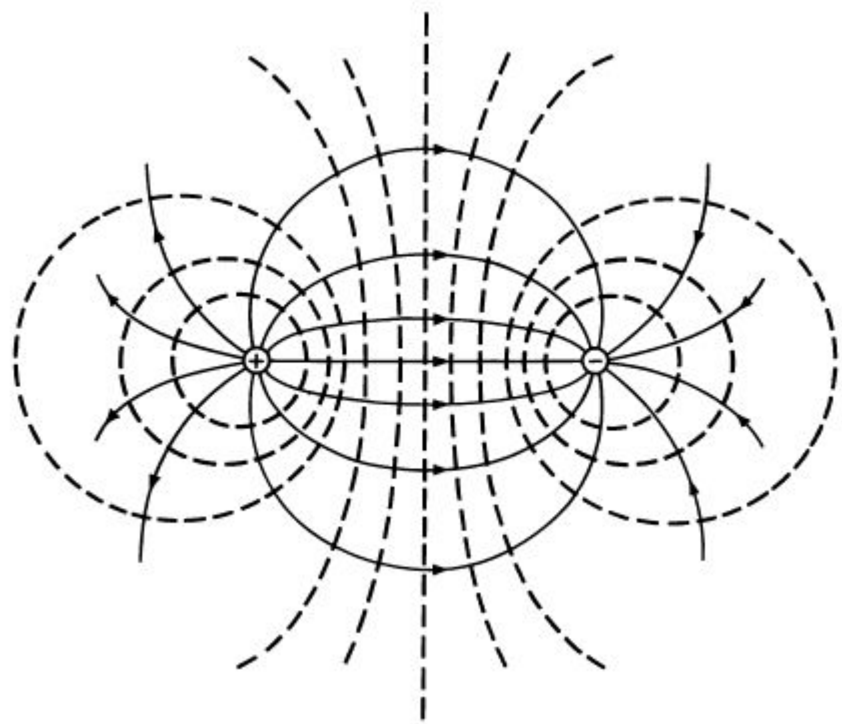
$$A_{ед} = \vec{E} \cdot d\vec{l} = -d\varphi = 0$$

- А так как $\mathbf{E}$, $d\mathbf{l} \neq 0$, то их скалярное произведение равно нулю только тогда, когда $\mathbf{E} \perp d\mathbf{l}$.



Эквипотенциальные поверхности

- На рисунке приведена картина силовых линий и эквипотенциальных поверхностей (обозначены пунктиром) для системы из двух одинаковых по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов.



ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПЛЕ В ВАКУУМЕ

1.5 Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса

Теорема Гаусса

- Теорема Гаусса является важнейшей теоремой электростатики и формулируется следующим образом

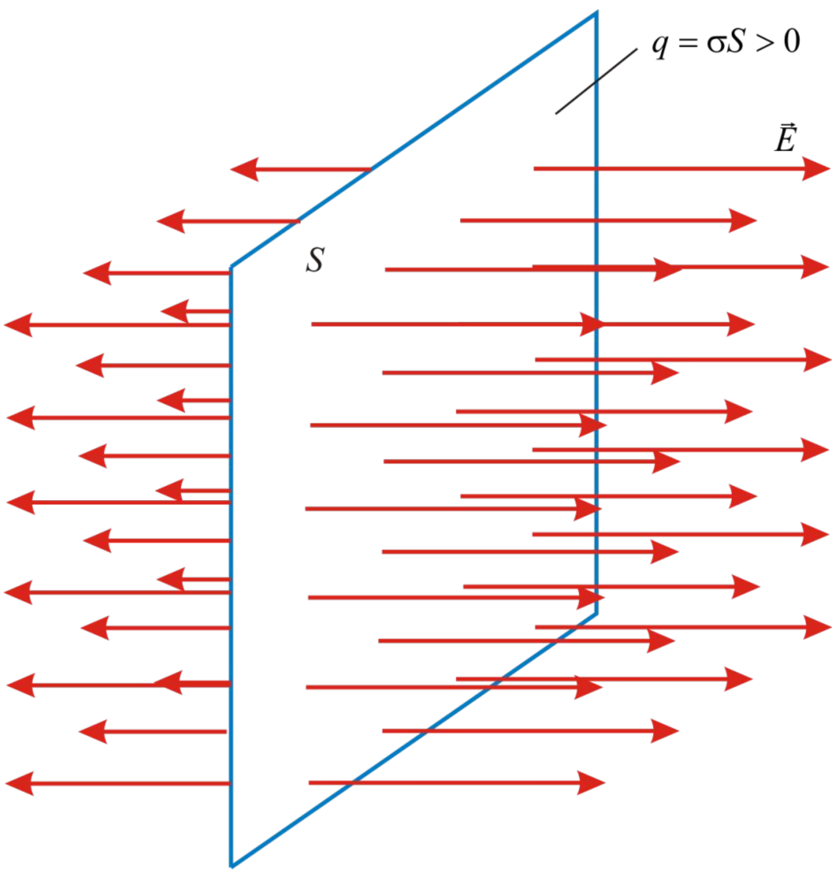
- **Теорема Гаусса:** *поток Ф вектора напряженности электрического поля* **E** *через произвольную замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на* ε_0:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q}{\varepsilon_0}$$

- Докажем ее.

Постановка задачи

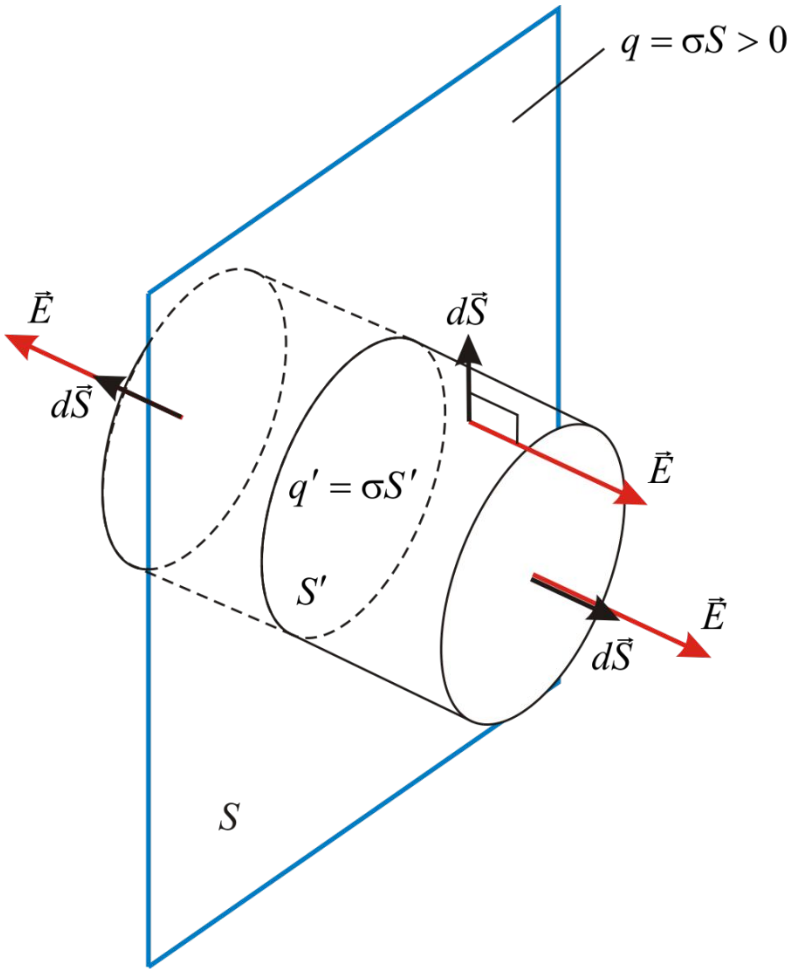
- Пусть бесконечно большая плоскость $x = 0$ равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ.
- Линии вектора напряженности электрического поля **E** направлены перпендикулярной к ней от нее (если $\sigma > 0$) или к ней (если $\sigma < 0$).
- Найдем поле заряженной плоскости.



Постановка задачи

- За гауссову поверхность удобно принять поверхность цилиндра, образующие которого перпендикулярны плоскости, а основания площадью S' параллельны ей и лежат по разные стороны от нее на одинаковых расстояниях.
- как векторы **E** направлены вдоль оси X: $\mathbf{E} = E_x\mathbf{i}$ и $E_x(x) = -E_x(-x)$, то

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = 2ES' = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S'}{\varepsilon_0}$$



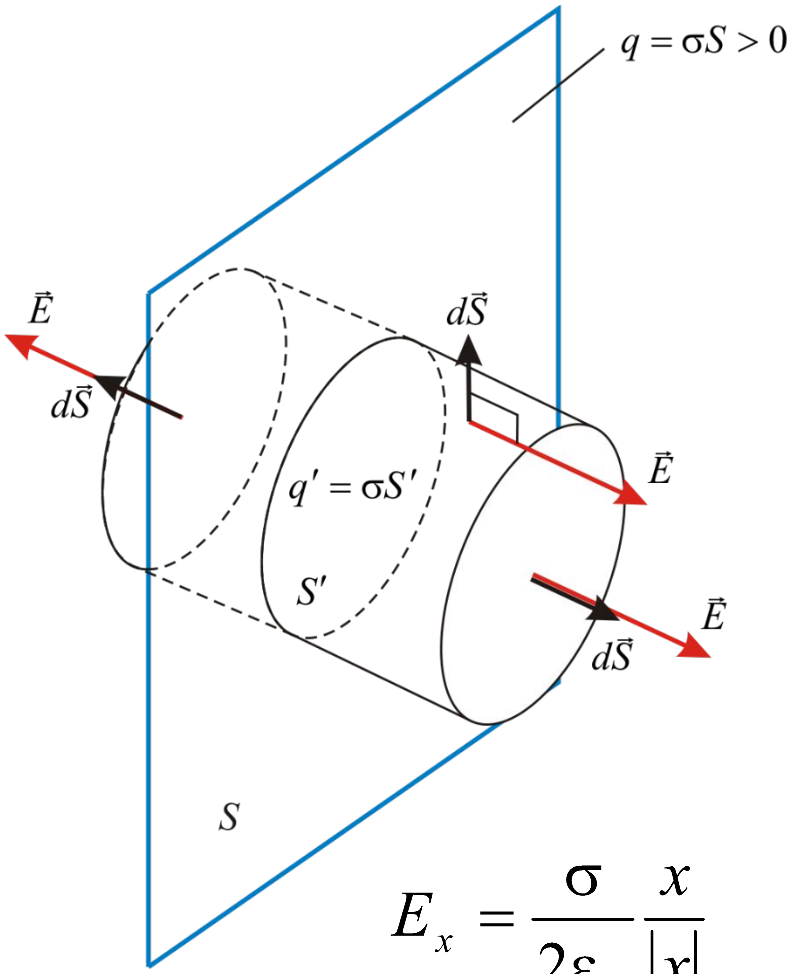
Напряженность электрического поля бесконечной плоскости

- Таким образом, напряженность электрического поля бесконечной равномерно заряженной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

- Или, в проекции на ось X

$$E_x = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}, & x \geq 0; \\ -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}. & x < 0. \end{cases}$$



$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{|x|}$$

Потенциал электрического поля бесконечной плоскости

- Так как $E_x = -d\phi/dx$, то полагая потенциал $\phi = 0$ во всех точках заряженной плоскости, т.е. $\phi(x = 0) = 0$, получаем:
  - при $x > 0$:

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \Rightarrow 0 - \varphi = \int_0^x E_x dx = \int_0^x \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} x \Rightarrow \varphi = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} x$$

  - при $x < 0$:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \Rightarrow 0 - \varphi = \int_0^x E_x dx = -\int_0^x \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} x \Rightarrow \varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} x$$

или

$$\varphi = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} |x|$$

Электрическое поле равномерно заряженной бесконечной плоскости