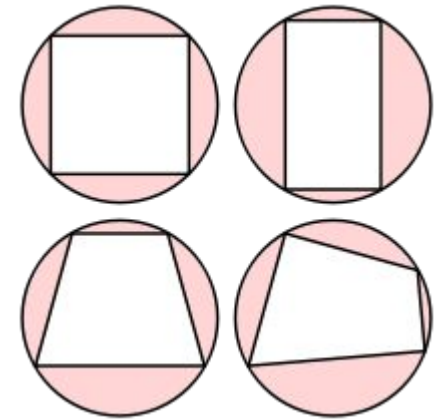
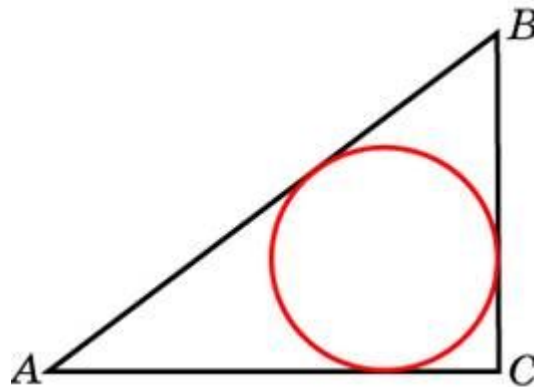
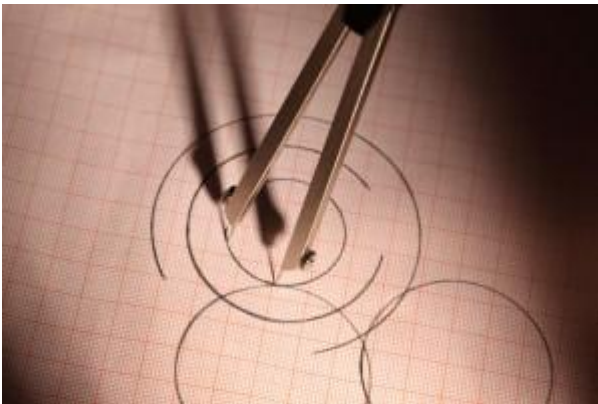


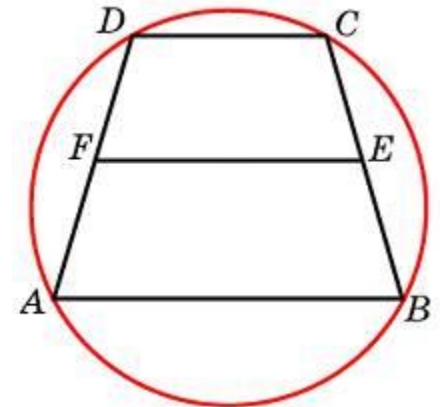
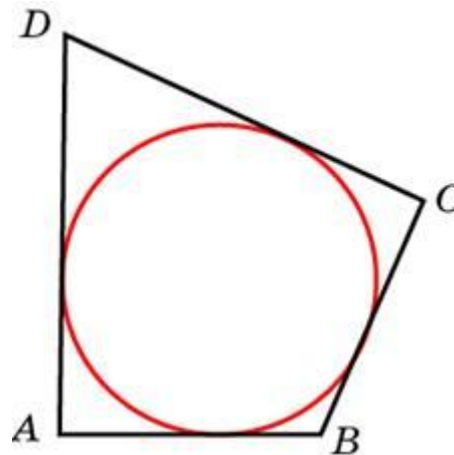
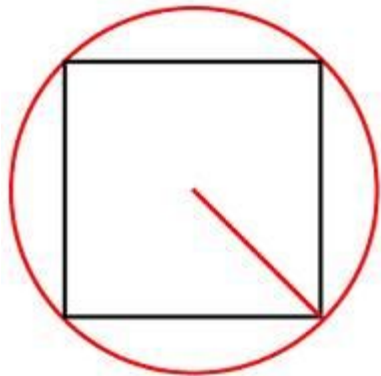
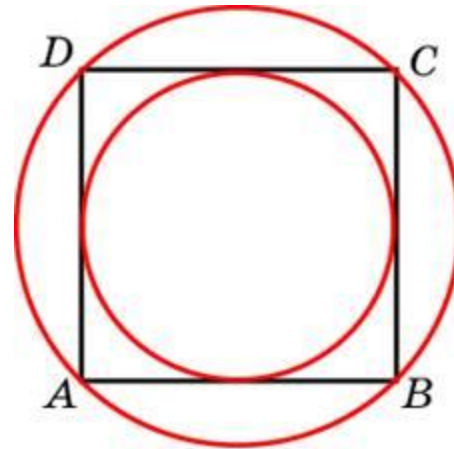
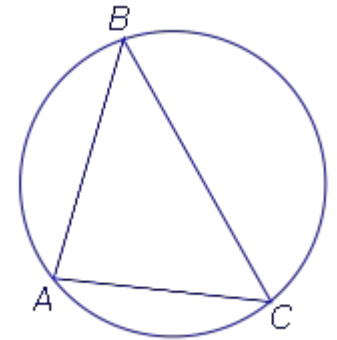
Вписанные и описанные окружности



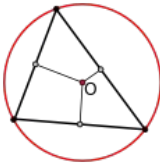
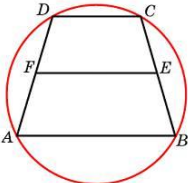
Материал систематизирован Февралевой Натальей Анатольевной

Вписанные и описанные окружности

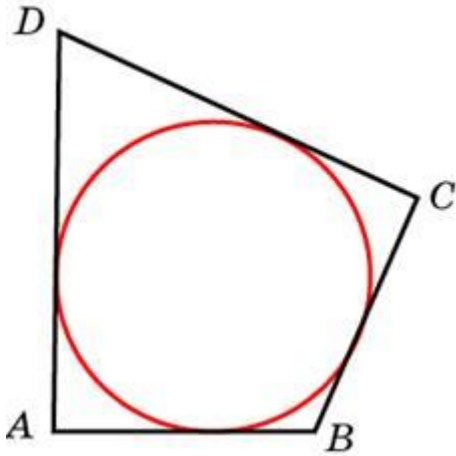
- Условия
- Центры
- Радиусы
- Площади



Условия

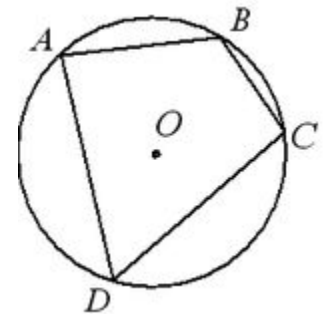
	Вписанная окружность в...	Описанная окружность около ...
треугольник	<p>В любой треугольник можно вписать окружность</p> 	<p>Около любого треугольника можно описать окружность</p> 
четырёхугольник	<p>В любом описанном четырёхугольнике суммы противоположных сторон равны</p> 	<p>В любом вписанном четырёхугольнике сумма противоположных углов равна 180°</p> 
прямоугольник		<p>Вокруг любого прямоугольника можно описать окружность</p> 
трапеция	<p>В равнобокую трапецию можно вписать окружность, если боковая сторона равна средней линии трапеции</p>	<p>Около любой равнобокой трапеции можно описать окружность</p> 
ромб	<p>В любой ромб можно вписать окружность</p> 	

Задачи

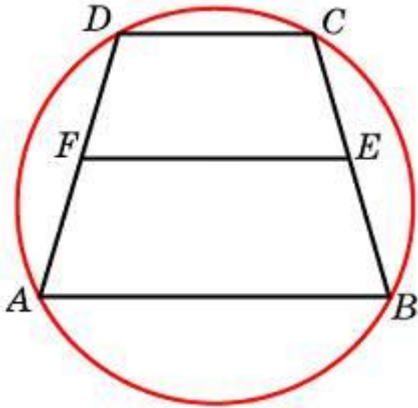


1. В четырехугольник ABCD вписана окружность $AB=5$, $CD=15$. Найдите периметр ABCD.
2. Периметр четырехугольника, описанного около окружности равен 56, две его стороны равны 12 и 20. Найдите большую из оставшихся сторон.
3. В четырехугольник ABCD вписана окружность. $AB=10$, $BC=6$, $CD=16$. Найдите AD.

4. Угол A четырехугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 116 градусов. Найдите угол C.
5. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 44 и 87 градусов. Найдите больший из оставшихся углов.



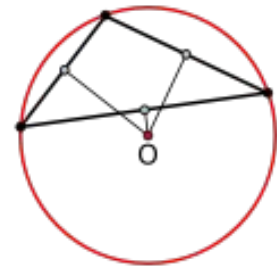
Задачи



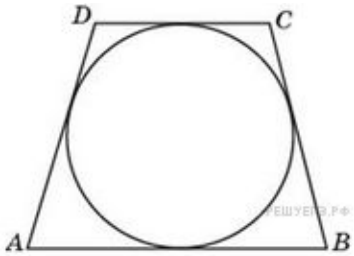
1. Основания равнобедренной трапеции равны 4 и 9. Известно, что в эту трапецию можно вписать окружность. Найдите радиус этой окружности.

2. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 23 и 3. Найдите среднюю линию трапеции.

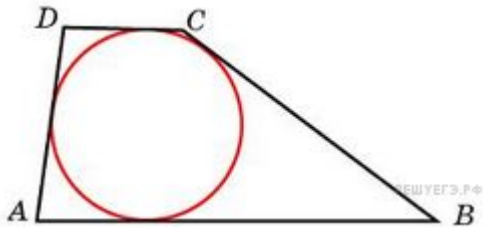
2. Сторона AB тупоугольного треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



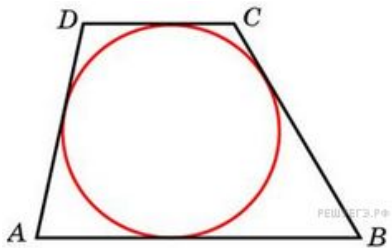
Задачи



1. Найдите высоту трапеции, в которую вписана окружность радиуса 1.

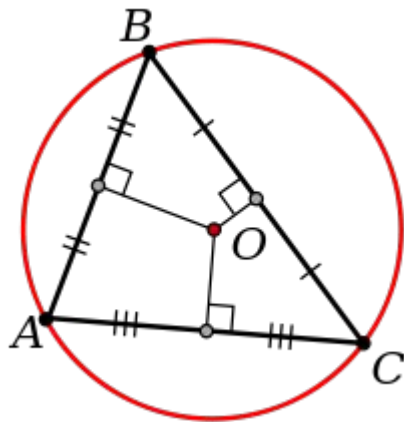


2. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.



3. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 40. Найдите ее среднюю линию.

Центр описанной около треугольника окружности

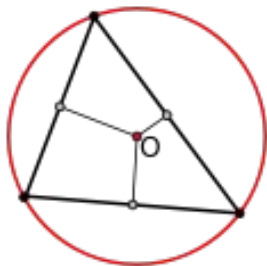


• Центром описанной около треугольника окружности будет являться точка пересечения **серединных перпендикуляров**

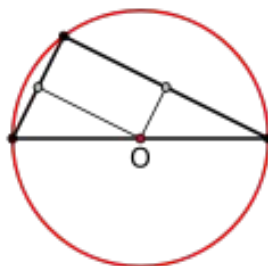
• У остроугольного треугольника центр описанной окружности лежит внутри,

• у тупоугольного — вне треугольника,

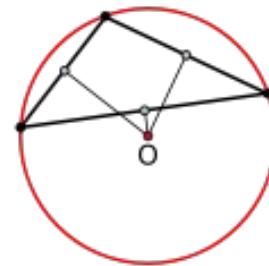
• у прямоугольного — на середине гипотенузы



Остроугольны
й



Прямоугольны
й



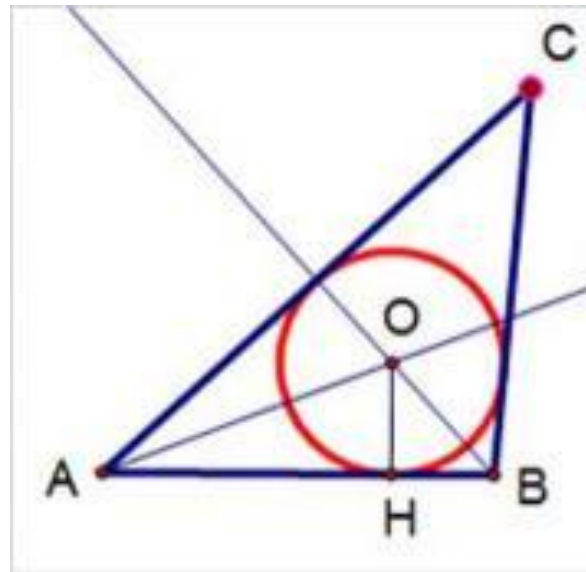
Тупоугольны
й

Центром вписанной в треугольник окружности

является

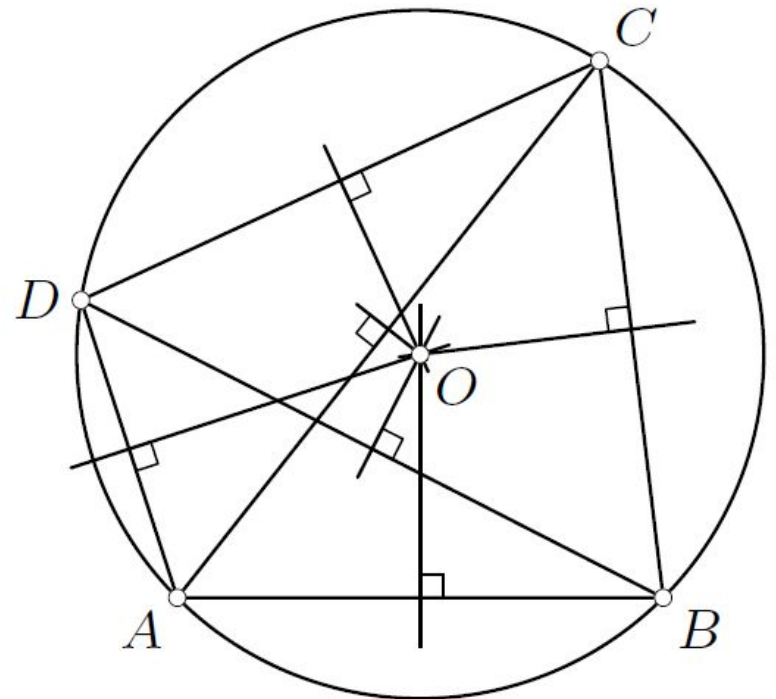
точка

пересечения
его биссектрис



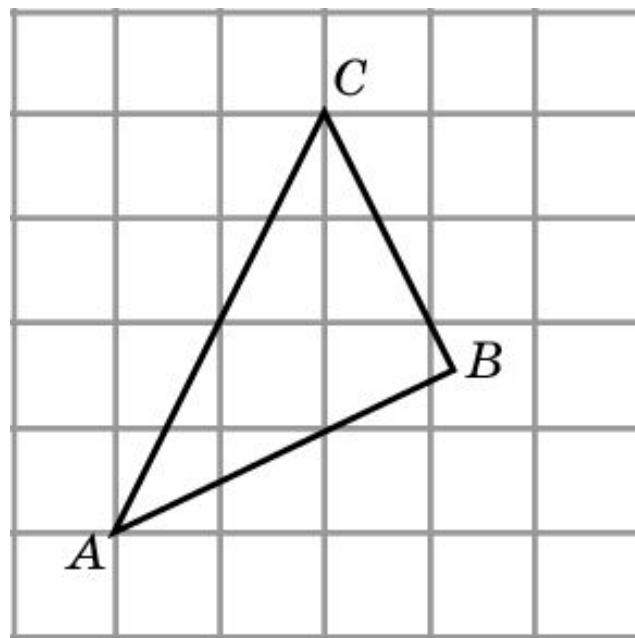
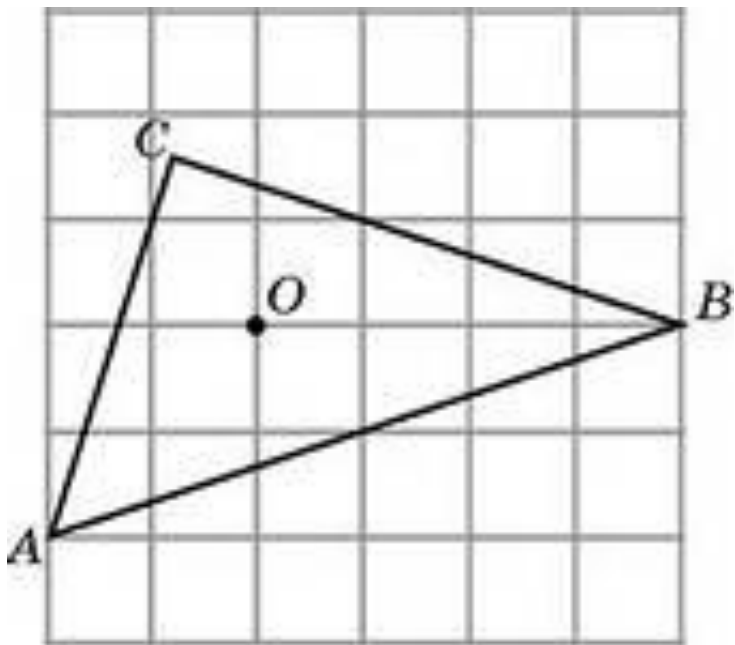
Центром описанной около четырёхугольника окружности

является точка пересечения
серединных
перпендикуляров
к сторонам



Задания

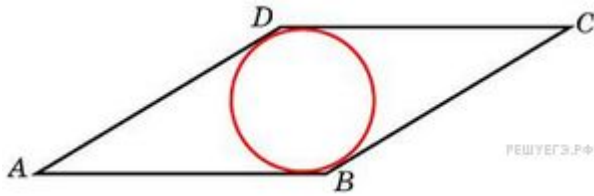
- Укажите центр окружности вписанной в треугольник



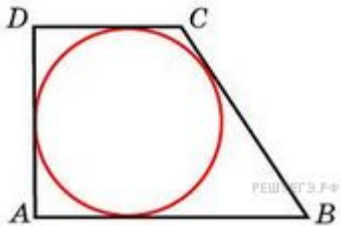
Радиусы

	Вписанная окружность в...	Описанная окружность около ...
равносторонний треугольник	$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$	$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$
Квадрат	$r = \frac{a}{2}$	$R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{d}{2}$
прямоугольник		$R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$
трапеция	$r = \frac{h}{2}$	$R = \frac{d}{2}$
ромб	$r = \frac{h}{2} = \frac{a \cdot \sin A}{2} = \frac{d_1 \cdot d_2}{4a}$	
правильный многоугольник	$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180}{n}}$	$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180}{n}}$

Задачи



1. Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.
2. Острый угол ромба равен 30° . Радиус вписанной в этот ромб окружности равен 2. Найдите сторону ромба.



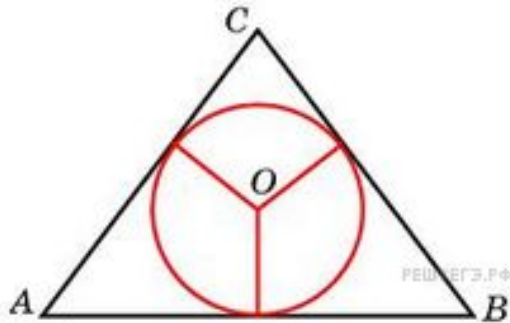
3. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.

Площади

	Вписанная окружность В...	Описанная окружность около ...
Равносторонний треугольник	$S = 3\sqrt{3} \cdot r^2$	$S = \frac{3\sqrt{3} \cdot R^2}{4}$
Произвольный треугольник	$S = p \cdot r, p = \frac{a+b+c}{2}$	$S = \frac{abc}{4R}$
Квадрат	$S = 4r^2$	$S = 2R^2$
ромб	$S = 2ar$	
правильный многоугольник	$S = r^2 \cdot n \cdot \operatorname{tg} \frac{180}{n}$	$S = \frac{1}{2} R^2 \cdot n \cdot \sin \frac{180}{n}$

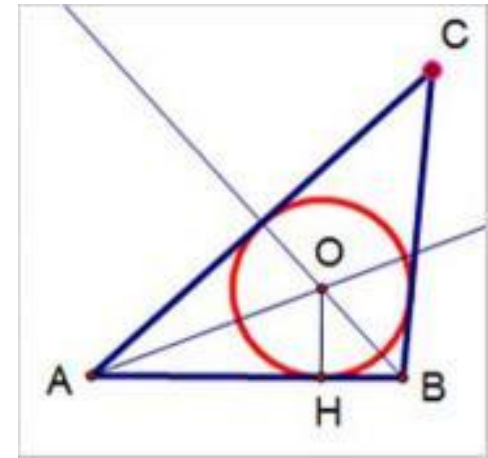
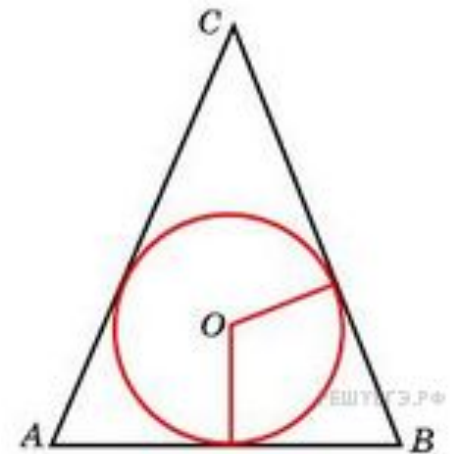
Задачи

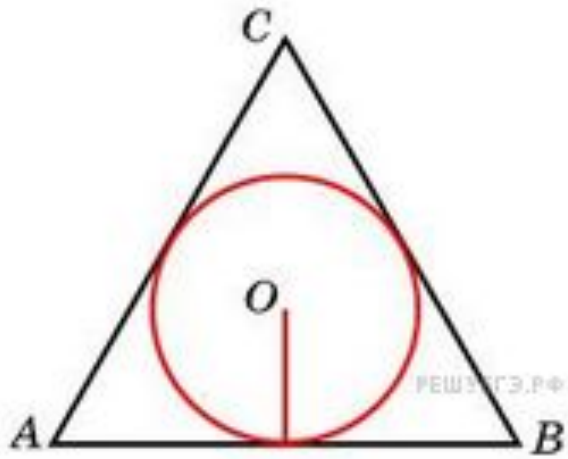
1. Периметр треугольника равен 24, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



2. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.

3. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.





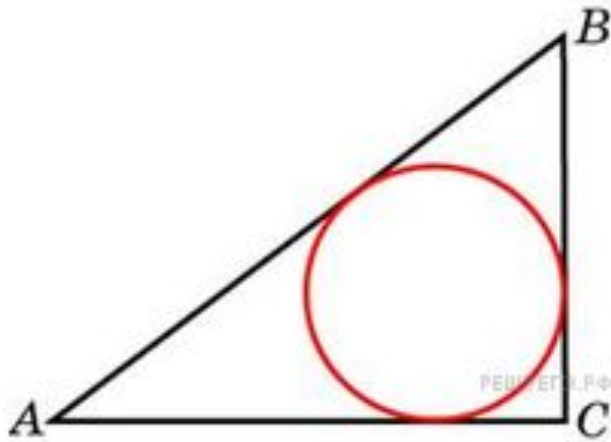
4. Площадь треугольника равна 24, а радиус вписанной окружности равен 2. Найдите периметр этого треугольника.

5. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.

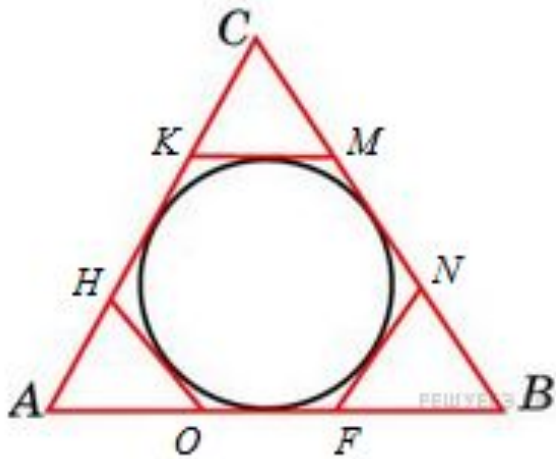
6. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.

7. Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

8. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен $\frac{\sqrt{3}}{6}$. Найдите сторону этого треугольника.



9. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный прямоугольный треугольник, равен 2. Найдите гипотенузу этого треугольника. В ответе укажите $c(\sqrt{2} - 1)$.
10. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
11. В треугольнике ABC $AC=4$, $BC=3$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



12. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.

13. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC , считая стороны квадратных клеток равными 1.

