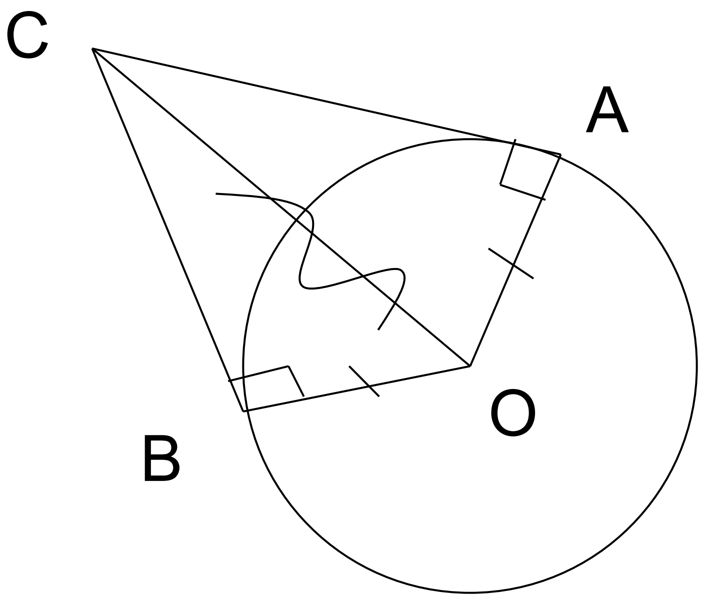
7 вопросов по планиметрии



Отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, равны.

Решение

1. Рассмотрим △CBO и △CAO.

а) CO-общая

б) BO=OA=R

△CBO=△CAO

1.

а)гипотенуза.

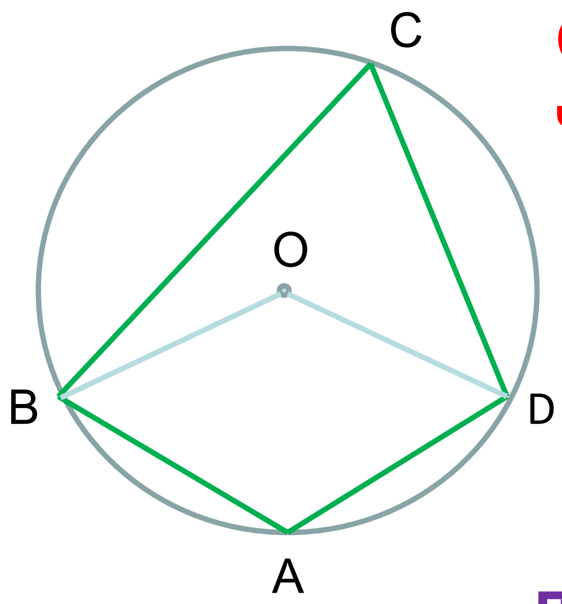
б)катетами является радиус.

Два треугольника равны по двум катетам и гипотенузе.

2. △CBO=△CAO

CA=CB

2. Следует из п. 1.



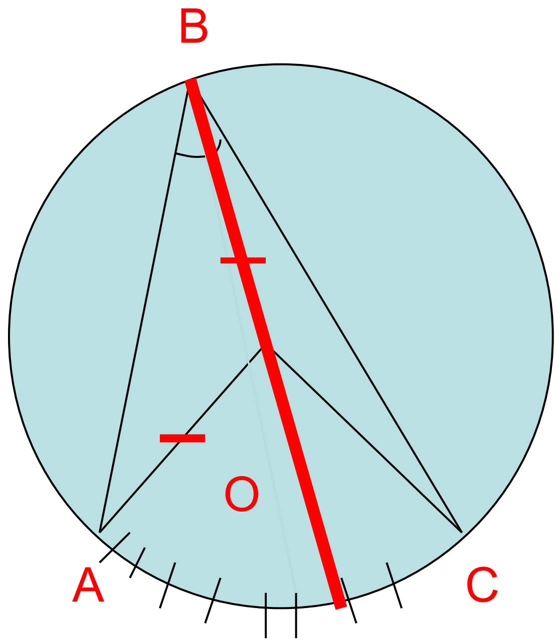
Сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180˚.

Дано: ABCD – четырехугольник, вписанный в окружность с центром O.

Доказать: A +C =180˚.

Доказательство:

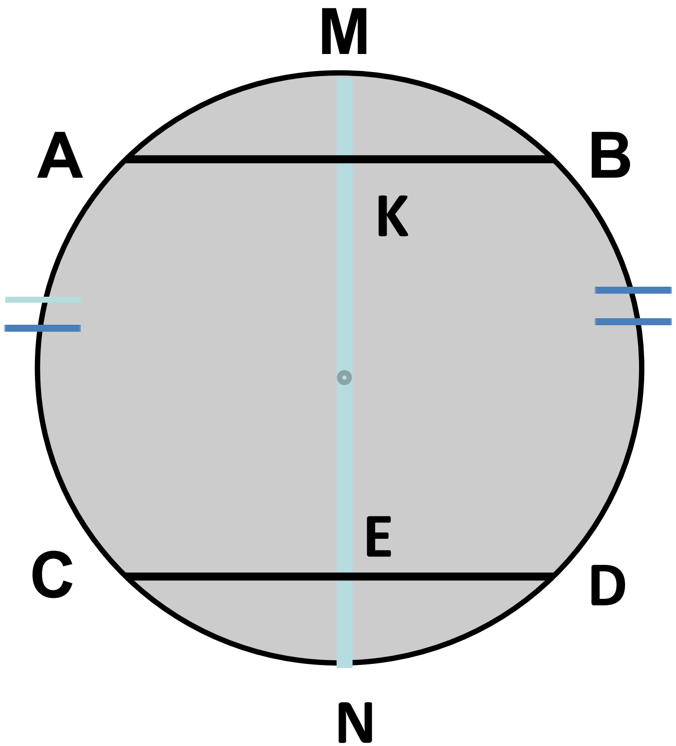
1)ABCD - выпуклый	**1)Вершины A и C лежат по разные стороны прямой BD**
2)∠BAD = 0,5 ∠ BOD	**2)По свойству вписанных углов, где ∠ BOD – соответствующий центральный угол**
3) ∠ BCD = 0,5∠ BOD	**3) Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается**
4) ∠BAD + ∠ BCD = 0,5 * 360˚	**4)Следует из п.2,3; сумма дополнительных центральных углов равна 360˚**
5) Следовательно ∠A+ ∠C = 180˚	**5) ---**
6)Аналогично рассматриваются ∠B и ∠D	**6) Сумма всех углов четырехугольника равна 360˚**



∠ABC= ½ AC,

ABC=1/2 ∠AOC

ВПИСАННЫЙ УГОЛ РАВЕН ПОЛОВИНЕ ДУГИ, НА КОТОРУЮ ОН ОПИРАЕТСЯ



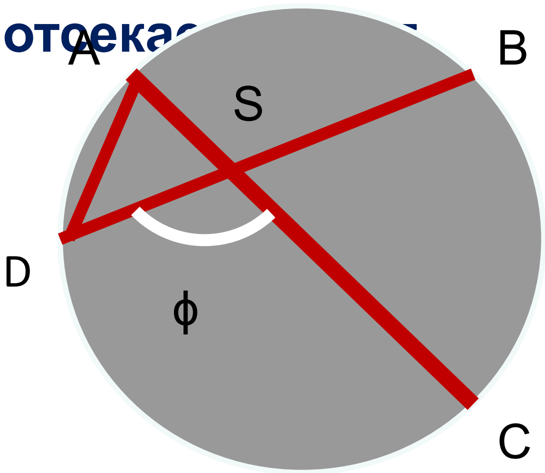
Дуги, заключенные между параллельными хордами, равны.

Дано:
окружность;
MN- диаметр;
AB и CD – хорды.

Доказать:
◡AC=◡BD

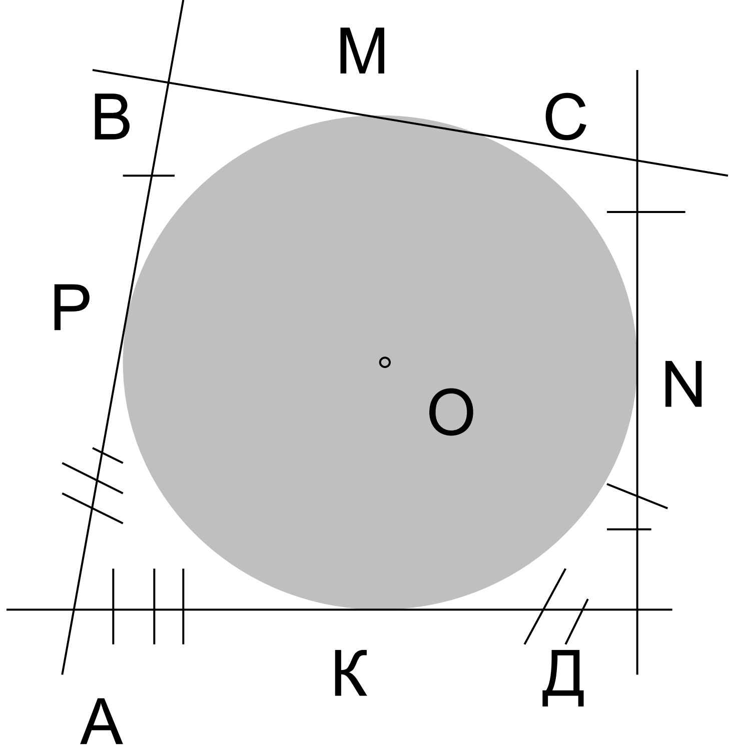
Доказательство:1)Пусть хорда AB‖ BD.
2)Проведём диаметр MN_|_ AB.
3)Так как CD ‖ AB, то MN_|_ CD.
4) Перенесём чертёж по диаметру MN так , чтобы правая часть совпала с левой. Тогда точка B совпадёт с точкой A, так как они симметричны относительно оси MN.
5)Аналогично, точка D совпадёт с точкой C. Отсюда ◡AB=◡BD

Угол между пересекающимися хордами равен полусумме отсека



Доказать: ϕ=½(AB+CD)

1)Проведем хорду AD,где D – точка пересечения прямой BC с окружностью
2)Lϕ внешний угол Δ ABS
3)LA и LD вписаны в окружность
4)LA равен половине центрального угла, дугой которого является DC
5)LD равен половине центрального угла , дугой которого является AB
6)Отсюда следует, что ϕ=½(AB+CD)



В описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны

Дано:1) АВСД описан около окружности;

2)АВ,ВС,СД и ДА – касательные и окружности

Доказать: АВ + СД = АД + ВС

Доказательство

1) Обозначим точки касания буквами M,N,K,P

2) На основании свойств касательных, проведенных к окружности из одной точки, имеем :

АР = АК;

ВР = ВМ;

ДN = ДК;

CN = CM

3)Сложим почленно эти равенства Получим:

АР + ВР + ДN + CN = АК + ВМ + ДК + СМ, т.е. АВ + СД = АД + ВС