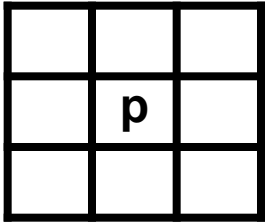


Некоторые
фундаментальные
отношения между пикселями

Соседи отдельного элемента



$$p = p(x, y)$$

- $N_4(p)$

$$(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)$$

- $N_D(p)$

$$(x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)$$

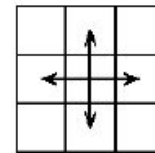
- $N_8(p)$

Смежность

- V – множество значений яркости. p, q из V .

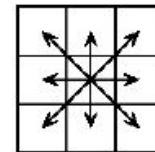
- 4-смежность

q в $N_4(p)$



- 8-смежность

q в $N_8(p)$

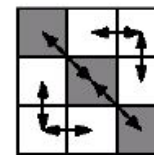


- m -смежность

а) q в $N_4(p)$, или

б) q в $N_D(p)$, $N_4(p)$ и $N_4(q)$

не содержит элементов из V



0	1	1
0	1	0
0	0	1

0	1	1
0	1	0
0	0	1

0	1	1
0	1	0
0	0	1

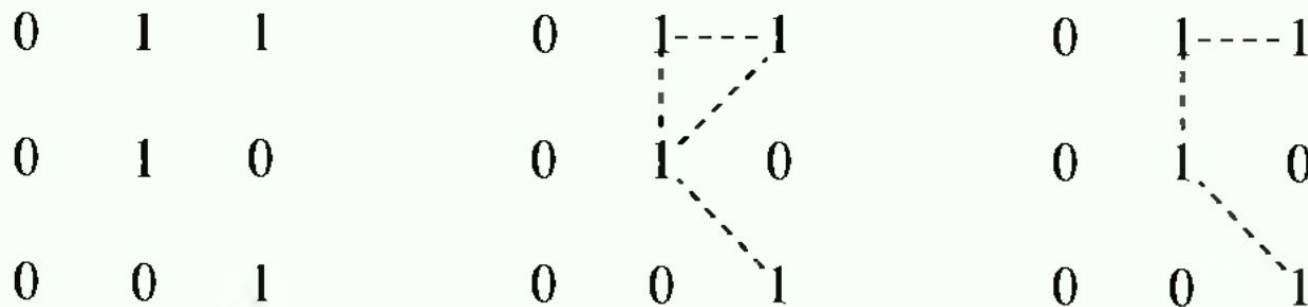
Область и граница

- Дискретным путем от $p(x, y)$ до $q(s, t)$ называется неповторяющаяся последовательность пикселей

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n),$$

где $(x_0, y_0) = (x, y)$, $(x_n, y_n) = (s, t)$, и

(x_i, y_i) и (x_{i-1}, y_{i-1}) – являются смежными.



- Пусть S – некоторое подмножество элементов изображения. Два элемента называются *связными* в S , если между ними существует путь, целиком состоящий из элементов S . Множество всех элементов, связанных с данным, называют *компонентой связности*. *Связное множество* – множество, содержащее только одну компоненту связности.

Область и граница

- Пусть R – некоторое подмножество элементов изображения. Будем называть его *областью*, если R – связное множество. *Границей* области R называется множество пикселей этой области, у которых один или более соседей не являются элементами R .

Меры расстояния

- $p(x,y), q(s,t), z(v,w)$. Функция расстояния D :

a) $D(p,q) \geq 0$, причем $D(p,q) = 0 \leftrightarrow p = q$

b) $D(p,q) = D(q,p)$

c) $D(p,z) \leq D(p,q) + D(q,z)$

- расстояние между двумя изображениями определяется через норму Гёльдера, усредненную на количество элементов изображения

$$\|f - g\|_p = \left(\frac{1}{mn} \sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n |f(x,y) - g(x,y)|^p \right)^{1/p}, p \geq 1$$

- при $p=1$ возникает средняя разность, а при $p=2$ – корень из среднеквадратического отклонения ($RMSE$).
- На основе введенного расстояния строится пиковое отношение сигнал/шум ($PSNR$) между двумя изображениями

$$PSNR = 20 \lg \frac{2^{16} - 1}{\|f - g\|_2}.$$

Меры расстояния

- Евклидово расстояние (l_2):

$$D_e(p, q) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$$

- Расстояние D_4 (l_1):

$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$$

			2		
		2	1	2	
2	1	0	1	2	
		2	1	2	
				2	

- Расстояние D_8 (l_∞):

$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$$

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

Поэлементные и матричные операции

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}}_A \times \underbrace{\begin{pmatrix} x & y \\ w & z \end{pmatrix}}_X = \begin{pmatrix} ax + bw & ay + bz \\ cx + dw & cy + dz \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Matrix multiply} \\ (\text{MATLAB } A * X) \end{array}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}}_A \times \underbrace{\begin{pmatrix} x & y \\ w & z \end{pmatrix}}_X = \begin{pmatrix} ax & by \\ cw & dz \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Array multiply} \\ (\text{MATLAB } A .* X) \end{array}$$

Линейные и нелинейные преобразования

- Линейный оператор H

$$H(af + bg) = aH(f) + bH(g)$$

- Сумма изображений

$$\begin{aligned}\sum [a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] &= \sum a_i f_i(x, y) + \sum a_j f_j(x, y) \\ &= a_i \sum f_i(x, y) + a_j \sum f_j(x, y) = a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y)\end{aligned}$$

- Нелинейный оператор \max $f_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $f_2 = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$$\max \left\{ (1) \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = \max \left\{ \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \right\} = -2$$

$$(1) \max \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right\} + (-1) \max \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = 3 + (-1)7 = -4$$

Арифметические операции

$$s(x, y) = f(x, y) + g(x, y)$$

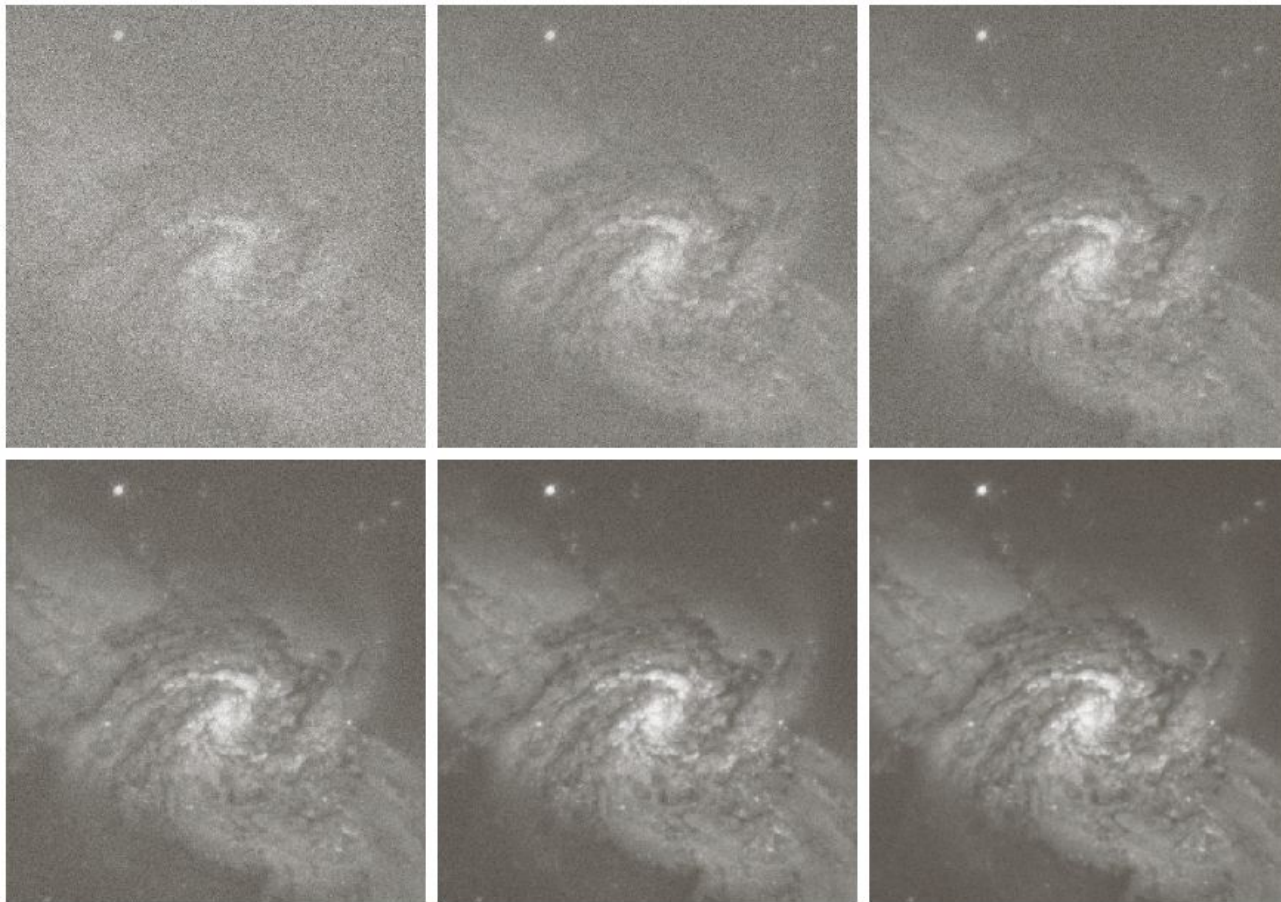
$$d(x, y) = f(x, y) - g(x, y)$$

$$p(x, y) = f(x, y) \times g(x, y)$$

$$v(x, y) = f(x, y) \div g(x, y)$$

Арифметические операции: +

- Усреднение (сложение) изображений позволяет уменьшить шум

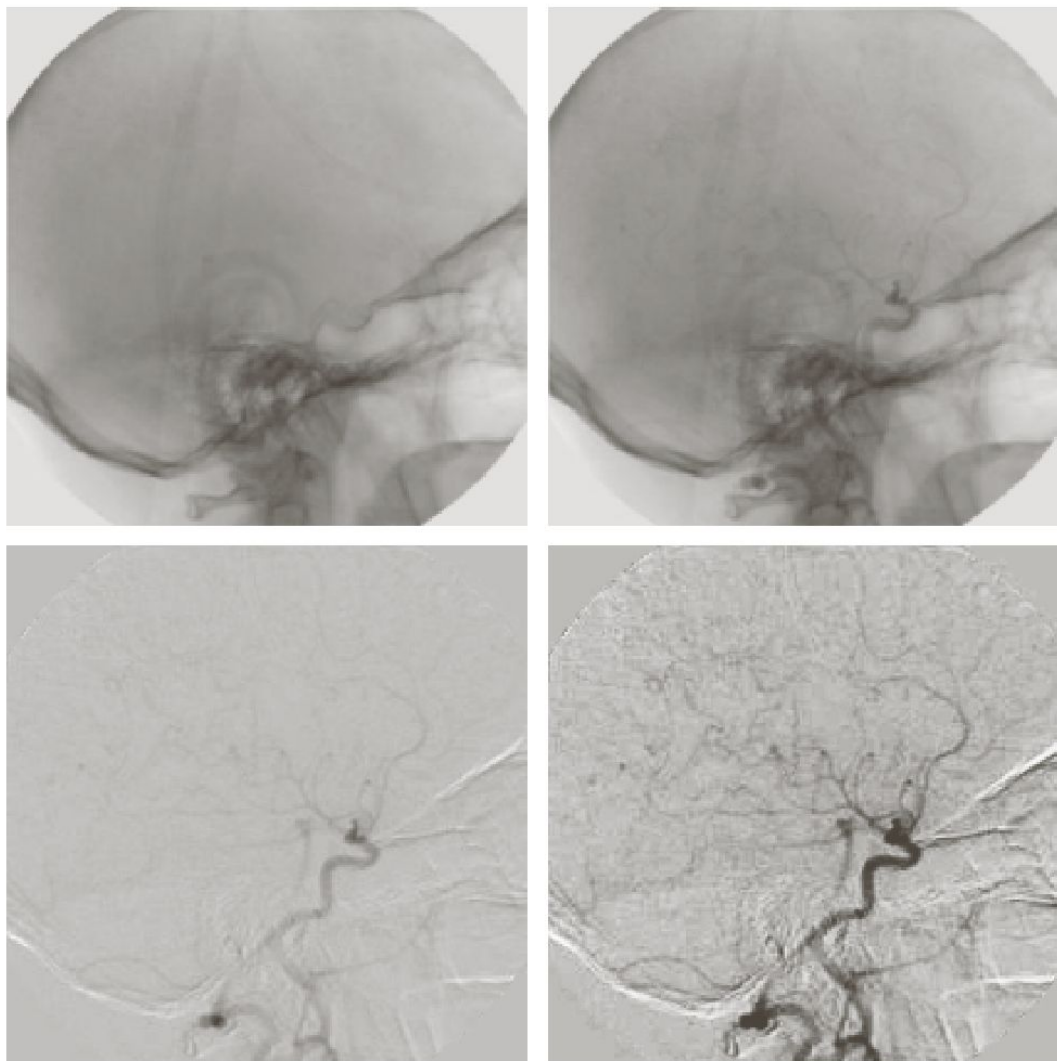


a	b	c
d	e	f

FIGURE 2.26 (a) Image of Galaxy Pair NGC 3314 corrupted by additive Gaussian noise. (b)–(f) Results of averaging 5, 10, 20, 50, and 100 noisy images, respectively. (Original image courtesy of NASA.)

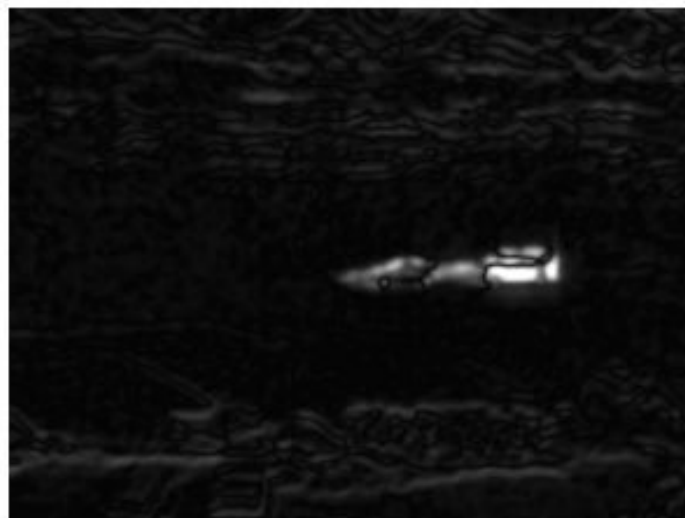
Арифметические операции: -

- Усиление различий / Сравнение с маской



Арифметические операции: -

- Определение движения



Арифметические операции: *

- Коррекция затенений



a b c

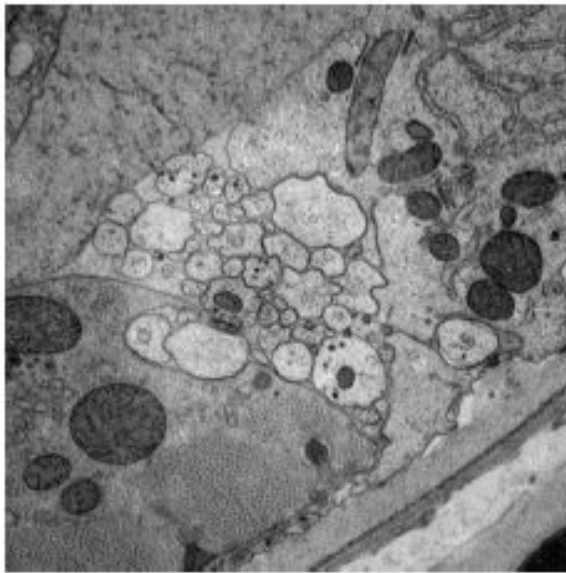
Арифметические операции: *

- Выделение требуемой области

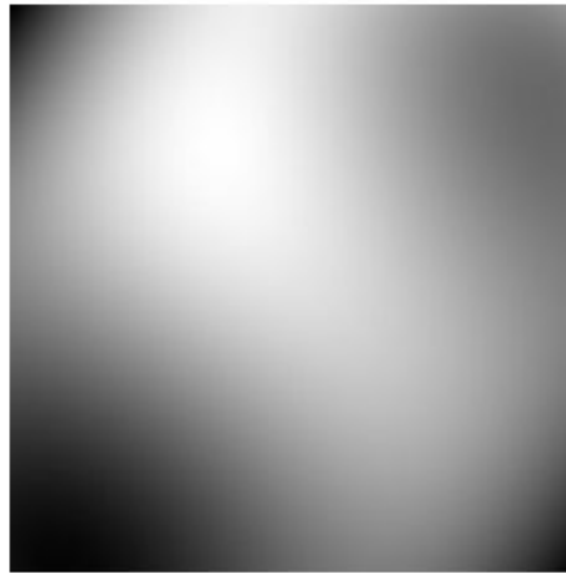


a b c

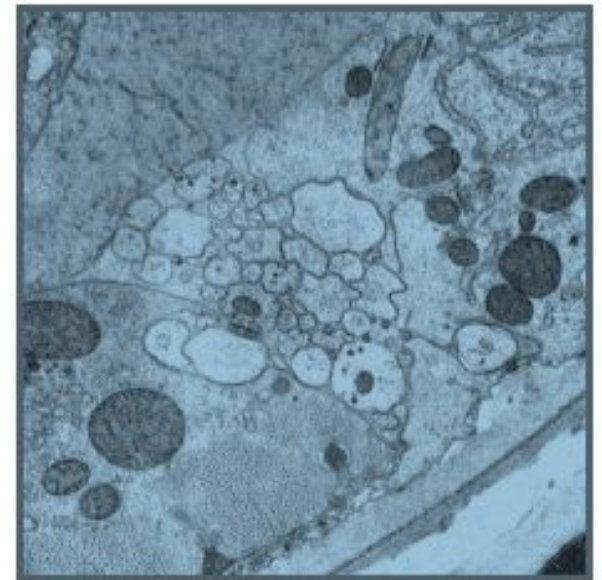
Арифметические операции: /



Captured image

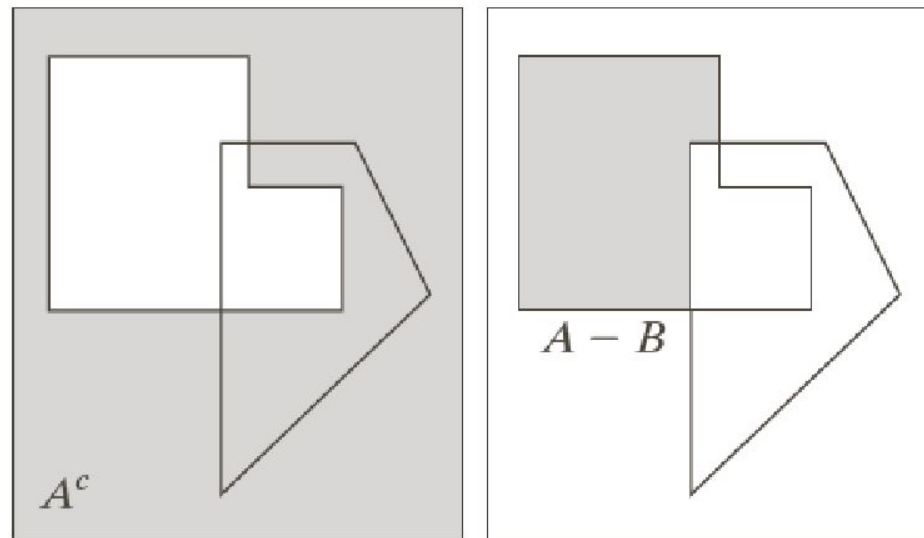
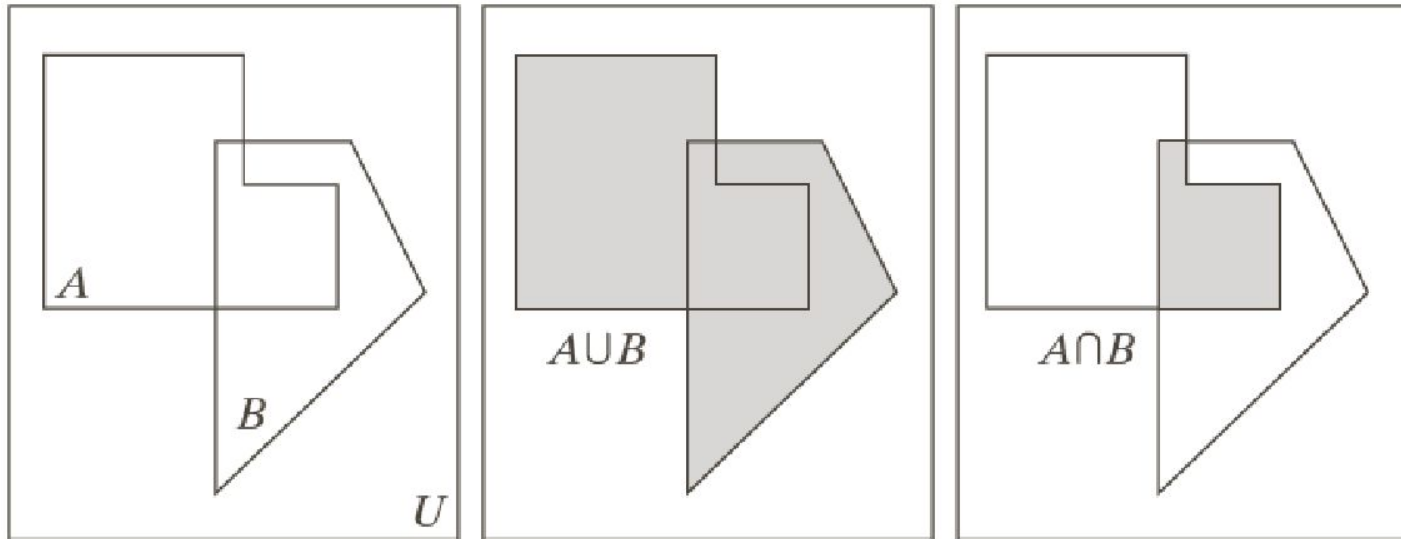


Illumination

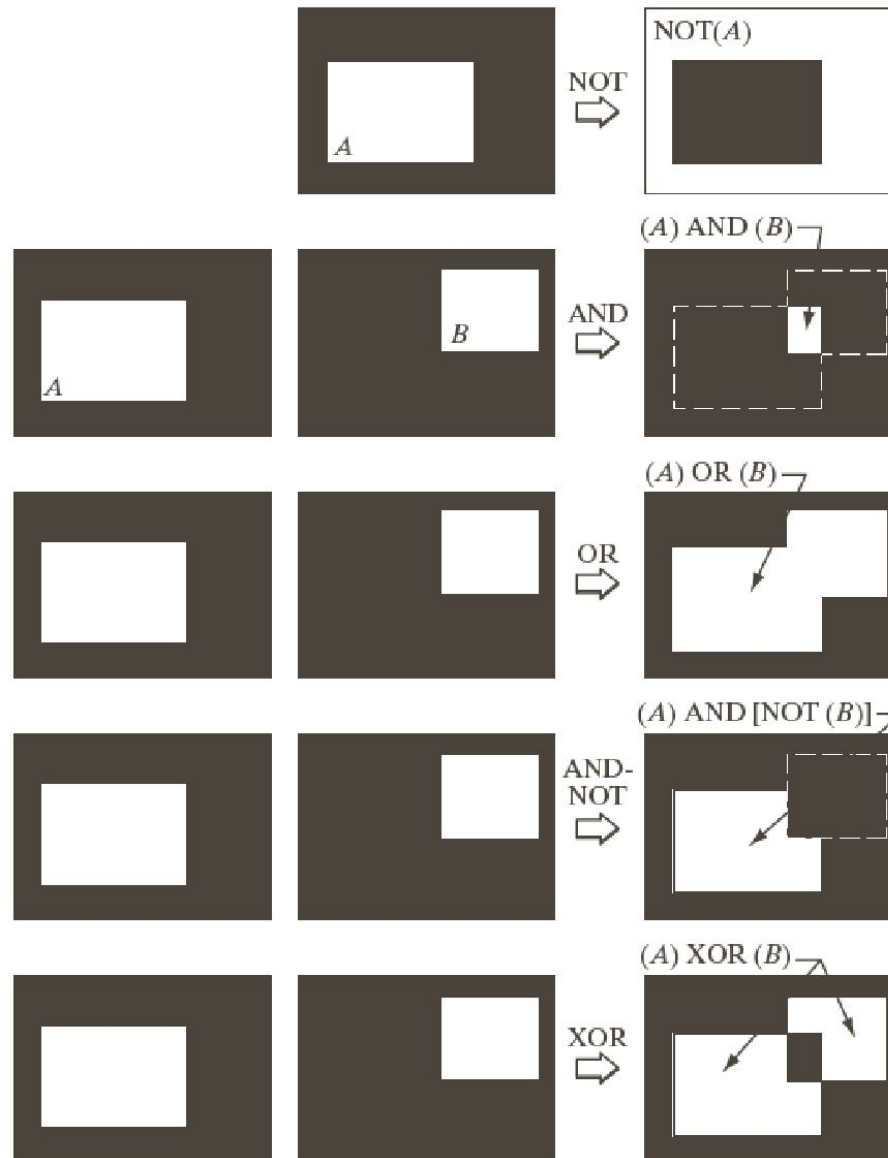


Corrected image

Операции над множествами



Логические операции



Логические операции

