

Физика ядерных реакторов

Кафедра расчета и конструирования реакторов АЭС

Ядерный реактор - это устройство в котором под действием нейтронов осуществляется управляемая реакция деления, точнее Самоподдерживающаяся Цепная реакция (**СЦР**).

СЦР – это реакция деления ядер урана и плутония нейтронами, рождающимися при делении.

Необходимое условие протекания СЦР – рождение в каждом очередном акте деления не менее одного нейтрона.



Основные соотношения:
200МэВ/ядро

$$1Вт = 3.3 \cdot 10^{10} \text{ делений / сек}$$

$$1МВт \cdot \text{сут} = 1.24г \text{ } U^{235}$$

Критическая масса – минимальное количество делящегося материала (топлива), необходимое для того чтобы существовала цепная реакция деления.

Отрицательный вклад в нейтронный баланс:

- поглощение нейтронов в U-238;
- поглощение н. в накапливающихся шлаках;
- поглощение н. конструкционных материалах;
- утечка н. за пределы зоны реакции.

Меры по экономии нейтронов:

- повышение концентрации делящихся ядер (U-235);
- использование конструкционных материалов со слабым поглощением (Zr, Al, Mg ...);
- использование отражателей.

Минимальные критические размеры и массу имеет размножающая среда в форме шара. Для U-235 такой шар без отражателя имеет массу ~ 48 кг и радиус ~ 8,5 см.

Материал	Плотность, г/см	t плавления, С	λ , Вт/(м·°С)	σ_a , барн
Al-27	2.7	660	210	0.215
Mg-24	1.74	651	159	0.059
Zr-91	6.5	1845	239	0.18
Нерж. Сталь	7.95	1400	14.6	2.88
C-12	1.65	3650	130-170	0.0045

Количественная характеристика возможности осуществления ЦР – **эффективный коэффициент размножения ($k_{эф}$)**, представляющий собой отношение числа нейтронов n_2 в данном поколении к числу нейтронов в поколении предыдущем n_1 (или делений ядер), непосредственно предшествующем поколению:

$$k_{эф} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_1 \pm \Delta n}{n_1} = 1 \pm \frac{\Delta n}{n_1} = 1 \pm \delta k_{эф}$$

Чаще состояние ядерного реактора (ЯР) характеризуют **реактивностью** – относительным отклонением $k_{эф}$ от единицы:

$$\rho = \frac{k_{эф} - 1}{k_{эф}} = \pm \frac{\delta k_{эф}}{k_{эф}}$$

$K_{эф}$	ρ	Реакция (название)	Реактор (название)
< 1	< 0	Затухает	Подкритический
$= 1$	$= 0$	Стационарна	Критический
> 1	> 0	Разгон	Надкритический

Существует только три способа регулирования (изменения баланса нейтронов) величины K в реакторе:

- А. Изменить количество делящегося вещества;
- Б. Изменить количество поглощающих веществ;
- С. Изменить утечку нейтронов.

Основные поглощающие материалы

Материал	σ_a , барн	Реакция	T плавления, С
B-10	3840	(n , α)	2300
B-11 (ест.)	755	(n , α)	2300
Cd	2450	(n , γ)	321
Hf	105	(n , γ)	2220
Gd	46000	(n , γ)	1350
Eu	4300	(n , γ)	900
Sm	5600	(n , γ)	1052

Достижение $K_{eff} = 1$

+

Генерация нейтронов

-

Захват нейтронов баз деления.

Утечка нейтронов.

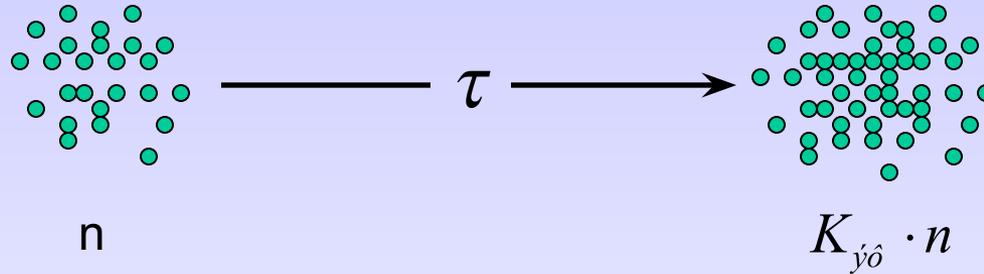
Пренебрегаем β - распадом нейтронов, т.к.
время нейтронного цикла в ЯР $< 10^{-3} c$, а
время жизни свободного нейтрона $\approx 10^3 c$.

$$K_{eff} = K_{\infty} \cdot P$$

Зависит от размеров и геометрической
формы активной зоны

Определяется составом активной зоны реактора
(количеством делящегося и других материалов)

Развитие цепной реакции во времени



n – число нейтронов

τ – время нейтронного цикла, для ВВЭР $\tau = 10^{-3} \text{ c}$

Изменение числа нейтронов во времени: $\frac{dn}{dt} = \frac{n(K_{eff} - 1)}{\tau}$ решение $\rightarrow n(t) = n_0 \exp\left(\frac{K_{eff} - 1}{\tau} \cdot t\right)$

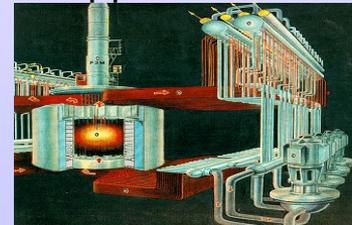
n_0 - число нейтронов в момент $t = 0$

При $K_{эф} = 1.01$

$$\frac{n(t = 1\text{c})}{n_0} = \exp\left(\frac{0.01 \cdot 1}{0.001}\right) = \text{раз}^{10} \approx 20000$$

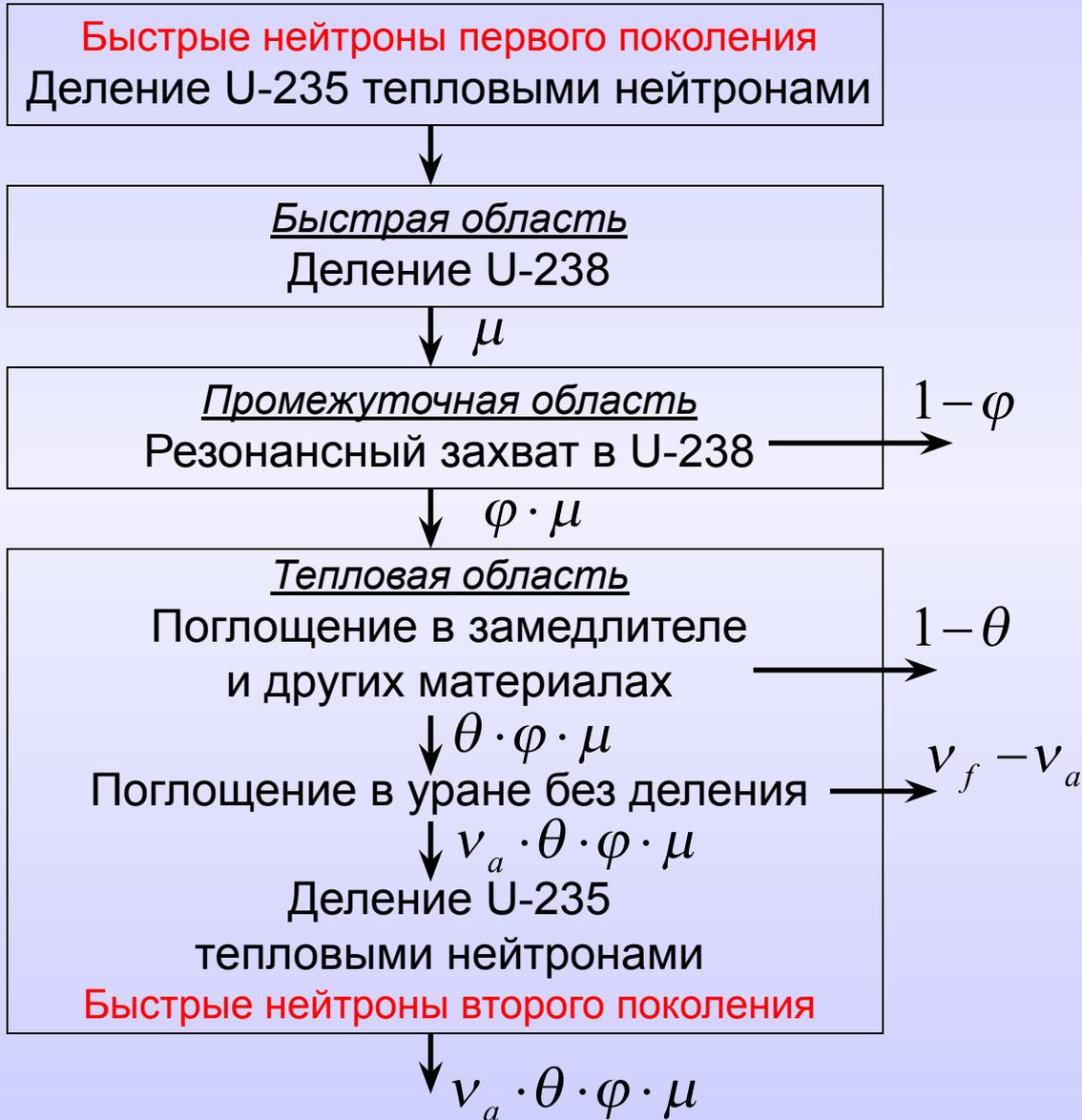
Число нейтронов
Число делений
Энерговыведение

Оценка без учета запаздывающих нейтронов !



Формула четырех сомножителей $K_{\infty} = \nu_a \cdot \theta \cdot \varphi \cdot \mu$

Нейтронный цикл в реакторе на тепловых нейтронах



Число вторичных нейтронов на один акт деления

Нуклид	ν_f
U-233	2.479
U-235	2.416
Pu-239	2.862
U-238	2.9

ν_a - число вторичных нейтронов на одно поглощение в топливе.

$$\nu_a = \frac{\nu_f \cdot \Sigma_f}{\Sigma_a}$$

Для UO_2
$$\nu_a = \nu_f^{U235} \cdot \frac{\Sigma_f^{U235}}{\Sigma_f^{U235} + \Sigma_c^{U235} + \Sigma_c^{U238}} = \nu_f^{U235} \cdot \frac{\sigma_f^{U235}}{\sigma_f^{U235} + \sigma_c^{U235} + \sigma_c^{U238}} \cdot \frac{N^{U238}}{N^{U235}}$$

Чистый U-235
$$\nu_a = \nu_f^{U235} \cdot \frac{\sigma_f^{U235}}{\sigma_f^{U235} + \sigma_c^{U235}} = \frac{\nu_f^{U235}}{1 + \alpha^{U235}}, \quad \text{где } \alpha = \frac{\sigma_c}{\sigma_f}$$

Для тепловой области

Вещество	ν_f	ν_a	α
U-233	2.479	2.284	0.0855
U-235	2.416	2.070	0.167
Pu-239	2.862	2.106	0.359
Природный уран	-	1.33	-

θ - коэффициент использования тепловых нейтронов.

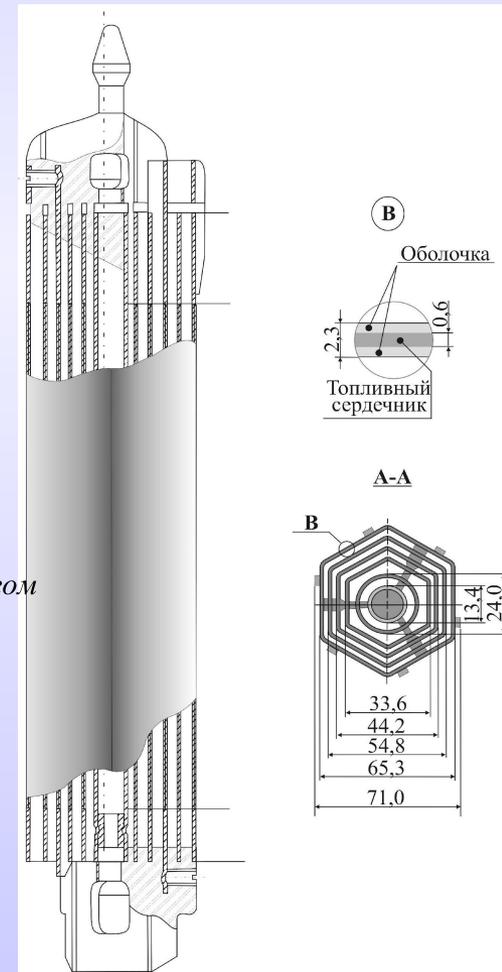
$$\theta_{гом} = \frac{\sum_a^U}{\sum_a^{зам} + \sum_a^{др материалы} + \sum_a^U}$$

где, $\sum_a^U = \sum_a^{U235} + \sum_a^{Pu239} + \sum_c^{U238} + \sum_a^{Th232} + \sum_a - + \dots$

$$\theta_{гет} = \frac{\sum_a^U \cdot \bar{\Phi}^U \cdot V^U}{\sum_a^{зам} \cdot \bar{\Phi}^{зам} \cdot V^{зам} + \sum_a^U \cdot \bar{\Phi}^U \cdot V^U}$$

определяющее соотношение $\frac{\bar{\Phi}^{зам}}{\bar{\Phi}^U} > 1 \longrightarrow \theta_{гет} < \theta_{гом}$

тот же эффект, кот. снижает $\theta_{гет}$ приводит к значительно большему увеличению $\varphi_{гет}$ в сравнении с $\varphi_{гом}$. $\longrightarrow (\varphi \cdot \theta)_{гет} > (\varphi \cdot \theta)_{гом}$



μ - коэффициент размножения на быстрых нейтронах.

$$\mu_{\text{гом}} = 1 + \frac{0.56 \cdot (v_f^{U238} - 1) \cdot \Sigma_f^{U238}}{\Sigma_d + \Sigma_f^{U238} \cdot (1 - 0.56 \cdot v_f^{U238})}$$

где, Σ_d - сечение увода нейтронов из надпороговой области

$$\mu_{\text{зем}} = 1 + 0.01 \cdot d_U$$

d_U - диаметр уранового блока [см]

φ - вероятность избежать резонансного захвата.

$$\varphi^{zom} = \exp\left(-\frac{N_U \cdot I_{a\text{ eff}}}{\xi \Sigma_s}\right)$$

$$I_{a\text{ eff}} = \int_{E_{cp}}^{E_f} \sigma_{a\text{ eff}} \frac{dE}{E} - \text{эффективный резонансный интеграл поглощения нейтронов.}$$

$$\sigma_{a\text{ eff}} = \sigma_a \left(\frac{\Sigma_s}{\Sigma_s + \Sigma_a} \right)$$

$$I_{a\text{ eff}}^{zom} = 3.8 \left(\frac{\Sigma_s}{N_U} \right)^{0.42} \leftarrow \text{приближенное значение полученное по экспериментальным данным.}$$

Вещество	Химическая формула	$\gamma, \frac{\text{e}}{\text{cm}^3}$	$\xi \Sigma_s, \frac{1}{\text{cm}}$	$\frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_a}$
Вода	H ₂ O	1	1.35	61
Полиэтилен	(CH ₂) _n	0.92	1.61	61
Тяжелая вода	D ₂ O	1.10	0.188	5700
Бериллий	Be	1.84	0.155	125
Окись бериллия	BeO	2.96	0.12	170
Графит	C	1.60	0.061	205
Гелий	He	0.000178	0.00009	45
Уран	U	18.7	0.0033	0.009

$$\varphi^{gem} = \exp\left(-\frac{N_U \cdot V_U \cdot I_{a\ eff}^{gem}}{\xi \Sigma_{sam} \cdot V}\right)$$

$$I_{a\ eff}^{gem} = 8.0 + 27.5 \frac{S}{M}$$

← приближенное значение полученное по экспериментальным данным.

→ примерная величина $I_{a\ eff}^{gom}$ в чистом уране

где, S – площадь боковой поверхности уранового блока [см²]
M – масса уранового блока [г]

Оптимальные параметры гомогенных сред (x по U-235 = 0,71%)

Замедлитель	$N_{\text{зам}}/N_U$	K_{∞}
H ₂ O	2.5	0.84
D ₂ O	167	1.14
Be	193	0.80
C	452	0.85

Оптимальные параметры гетерогенных сред (x по U-235 = 0,71%)

Замедлитель	$N_{\text{зам}}/N_U$	$V_{\text{зам}}/V_U$	K_{∞}	d_u , см	Шаг решетки, см
H ₂ O	1.4	2	< 1	1.5	2.5
D ₂ O	80	30	1.2	3	15
C	20	50	1.08	3	20

$$P = \frac{R_{\text{погл}}}{R_{\text{погл}} + R_{\text{ут}}}$$

– **вероятность избежать утечки**, слабо зависит от энергии нейтронов и значительно - от геометрических характеристик реактора и его состава.

Этапы расчетов :

Теория решетки.

Рассматриваются методы расчета параметров решетки и обосновывается переход к эквивалентной гомогенной среде.

$$K_{\infty}, \tau, L, D$$

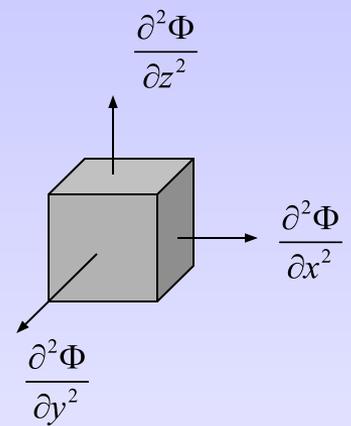
Теория критических размеров.

Определяют условия критичности гомогенного реактора и распределение потока нейтронов по его объему.

$$K_{\text{eff}}$$

Уравнение нейтронного баланса

$$\underbrace{-D \cdot \nabla^2 \Phi \cdot dV}_{\text{утечка}} + \underbrace{\Sigma_a \cdot \Phi \cdot dV}_{\text{поглощение}} = \underbrace{S \cdot dV}_{\text{источник}}$$



Уравнение справедливо при условии:

1. Поток нейтронов на длине свободного пробега меняется незначительно;
2. Рассеяние нейтронов изотропно;
3. $\Sigma_a \ll \Sigma_s$;
4. Вдали от источников, границ и поглотителей, удаление $r > 2-3 \cdot \lambda_{tr}$

$$\lambda_a \cdot \frac{\nabla \Phi}{\Phi} \ll 1$$

$$L = \sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}} \quad \text{- длина диффузии нейтронов.}$$

$$\tau = \frac{D}{\xi \Sigma_s} \cdot u \quad \text{- возраст нейтронов.}$$

Решения уравнения диффузии

Бесконечная однородная среда, с точечным изотропным источником (расположен в начале координат) с постоянной во времени скоростью генерации.

$$D \cdot \nabla^2 \Phi + \chi^2 \cdot \Phi = 0$$

$$\chi^2 = \frac{1}{L^2} \cdot \left(\frac{\nu_f \cdot \Sigma_f}{\Sigma_a} - 1 \right) \quad - \text{материальный параметр}$$

В однородной активной зоне большого энергетического реактора достаточно хорошо выполняется равенство.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot \Phi(\vec{r}) = -B^2 \cdot \Phi(\vec{r})$$

Параметры реактора без отражателя

Форма реактора	Геометрический параметр, B^2	Минимальный объем реактора	Распределение потока нейтронов $\Phi(r)$	Коэфф. неравном. $K_V = \frac{\Phi_0}{\Phi}$
Прямоугольный параллелепипед	$\left(\frac{\pi}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c_0}\right)^2$	$\frac{161}{B^2}$	$\Phi(x, y, z) = \Phi_0 \cos \frac{\pi x}{a_0} \cos \frac{\pi y}{b_0} \cos \frac{\pi z}{c_0}$	3.88
Цилиндр	$\left(\frac{\xi_0}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H_0}\right)^2$	$\frac{148}{B^2}$	$\Phi(r, z) = \Phi_0 J_0 \left(\frac{\xi_0 \cdot r}{R_0} \right) \cos \frac{\pi z}{H_0}$	3.64
Сфера	$\left(\frac{\pi}{R_0}\right)^2$	$\frac{130}{B^2}$	$\Phi(r) = \Phi_0 \frac{\sin(\pi r/R_0)}{\pi r/R_0}$	3.29

Условие критичности через материальный и геометрический параметры

Соотношение параметров	Реактор (название)
$\chi^2 < B^2$	Подкритический
$\chi^2 = B^2$	Критический
$\chi^2 > B^2$	Надкритический

Критическое уравнение в диффузионно-возрастном приближении

$$K_{eff} = 1 = \frac{K_{\infty} \cdot \exp(-B^2 \cdot \tau_T)}{1 + B^2 \cdot L_T^2}$$

$K_{eff} = 1$

$$P = \frac{1}{1 + B^2 \cdot L_T^2} \cdot \exp(-B^2 \cdot \tau_T)$$

Вероятность для тепловых нейтронов избежать утечки в процессе диффузии

Вероятность избежать утечки в процессе замедления

Критическое уравнение в одногрупповом приближении

$$K_{eff} = \frac{K_{\infty}}{1 + B^2 \cdot M^2}$$

$M^2 = L^2 + \tau$ квадрат длины миграции

Влияние отражателя

Уравнение диффузии для:

активной зоны

$$\Delta\Phi_1 + \chi_1^2 \cdot \Phi_1 = 0$$

где, $\chi_1^2 = \frac{K_\infty - 1}{M_1^2}$

отражателя

$$\Delta\Phi_2 - \chi_2^2 \cdot \Phi_2 = 0$$

где, $\chi_2^2 = \frac{1}{M_2^2}$

$$\bar{D}_2 = D_2^T \cdot \left(1 + \frac{\tau_2}{L_2^2}\right)$$

Граничные условия на поверхности раздела F а.з. и отражателя:

$$\Phi_1|_F = \Phi_2|_F; \quad \bar{D}_1 \nabla \Phi_1|_F = \bar{D}_2 \nabla \Phi_2|_F$$

Внешняя экстраполированная граница отражателя:

$$\Phi_2(R_2) = 0$$

Вещество	Плотность замедлителя γ , g/cm^3	D^T , см	τ/L^2
H ₂ O	1.0	0.14	3.7
D ₂ O	1.1	0.80	0.01
C	1.6	0.90	0.13

Условие критичности для бесконечного плоского реактора:

$$D_1 \cdot \chi_1 \cdot \operatorname{tg} \left(\chi_1 \frac{H}{2} \right) = D_2 \cdot \chi_2 \cdot \operatorname{cth}(\chi_2 T)$$

где, H – толщина активной зоны;
 T – толщина боковых отражателей.

Без отражателя $T=0$: $\operatorname{tg} \left(\frac{\chi_1 H_{\text{э}}}{2} \right) \rightarrow \infty$ или $H_{\text{э}} = \frac{\pi}{\chi_1}$

Эффективная добавка: $\delta = \frac{H_{\text{э}}}{2} - \frac{H}{2}$

$$\delta = \frac{1}{\chi_1} \operatorname{arctg} \left[\frac{D_1 \cdot \chi_1}{D_2 \cdot \chi_2} \operatorname{th}(\chi_2 \cdot T) \right]$$

Для больших реакторов $\chi_1 \delta \ll 1$: $\delta \approx \frac{D_1}{D_2} M_2 \cdot \operatorname{th} \left(\frac{T}{M_2} \right)$

Критическое выражение для
плоского реактора с отражателем: $\chi_1^2 = \left[\frac{\pi}{H + 2 \cdot \delta} \right]^2$

Эффективная добавка для цилиндрического реактора:

$$\delta = \frac{D_1}{D_1 \cdot v} \left(1 - \frac{T}{2 \cdot R_1} \frac{D_2 - D_1}{D_2} \right) th(v \cdot T)$$

$$v^2 = \chi_2^2 + B_z^2 = \frac{1}{M_2^2} + \left(\frac{\pi}{H_{\dot{Y}}} \right)^2$$

Учитывает кривизну границы а.з.

R_1 – радиус активной зоны;
 T – толщина бокового отражателя;
 $H_{\dot{Y}}$ – экстраполированная высота.

Наличие бокового отражателя приводит к уменьшению $K_r = \Phi_0 / \bar{\Phi}(r)$ от 2.32 до

$$K_r = \frac{\xi_0 \cdot R_1}{2(R_1 + \delta) J_1 \left(\frac{\xi_0 \cdot R_1}{R_1 + \delta} \right)}$$

