

Перпендикулярность

Геометрия 10



прямой и плоскости

Методическая разработка Савченко Е.М. МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

Перпендикулярные прямые в пространстве.

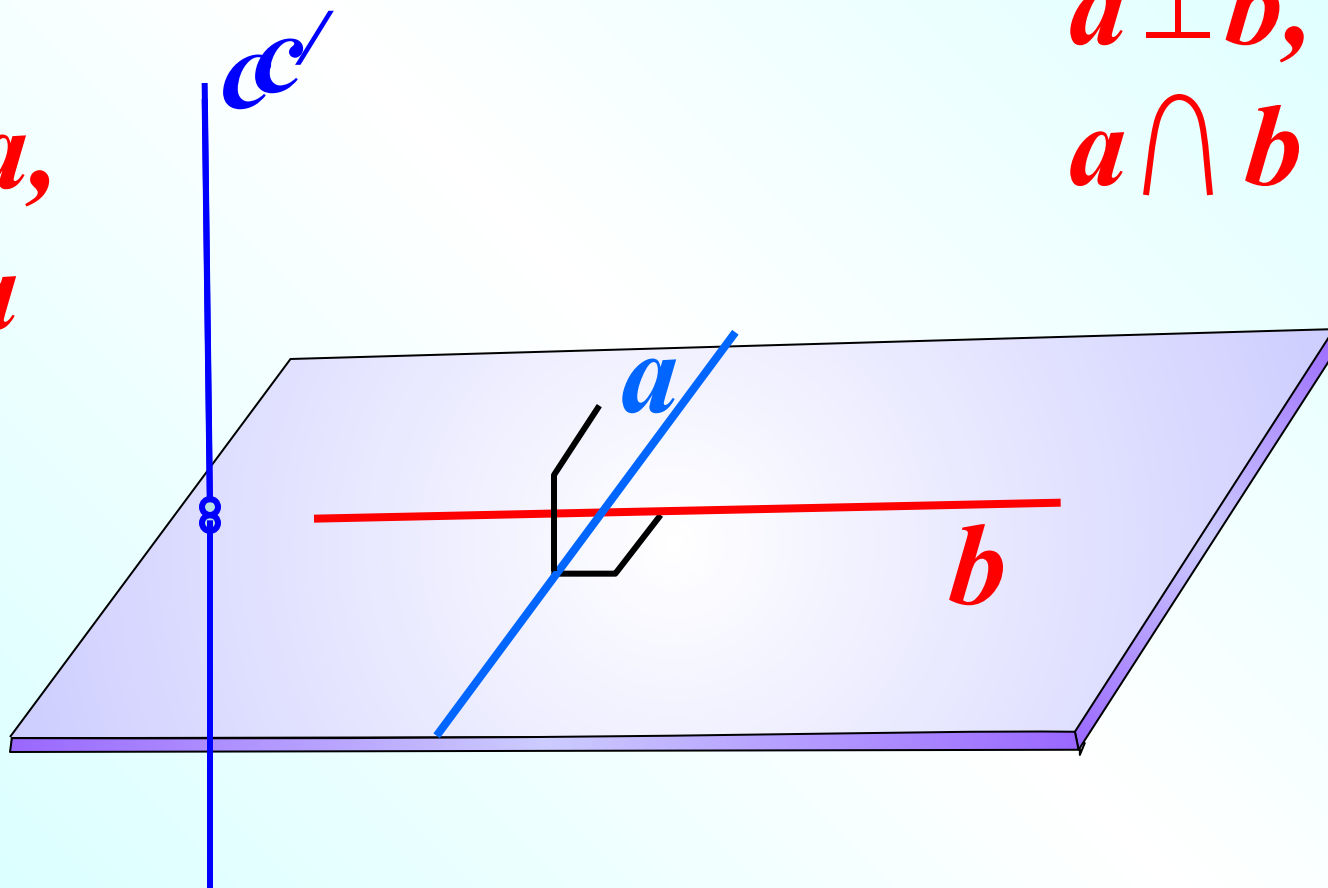
Две прямые в пространстве называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90° .

$$c \perp a,$$

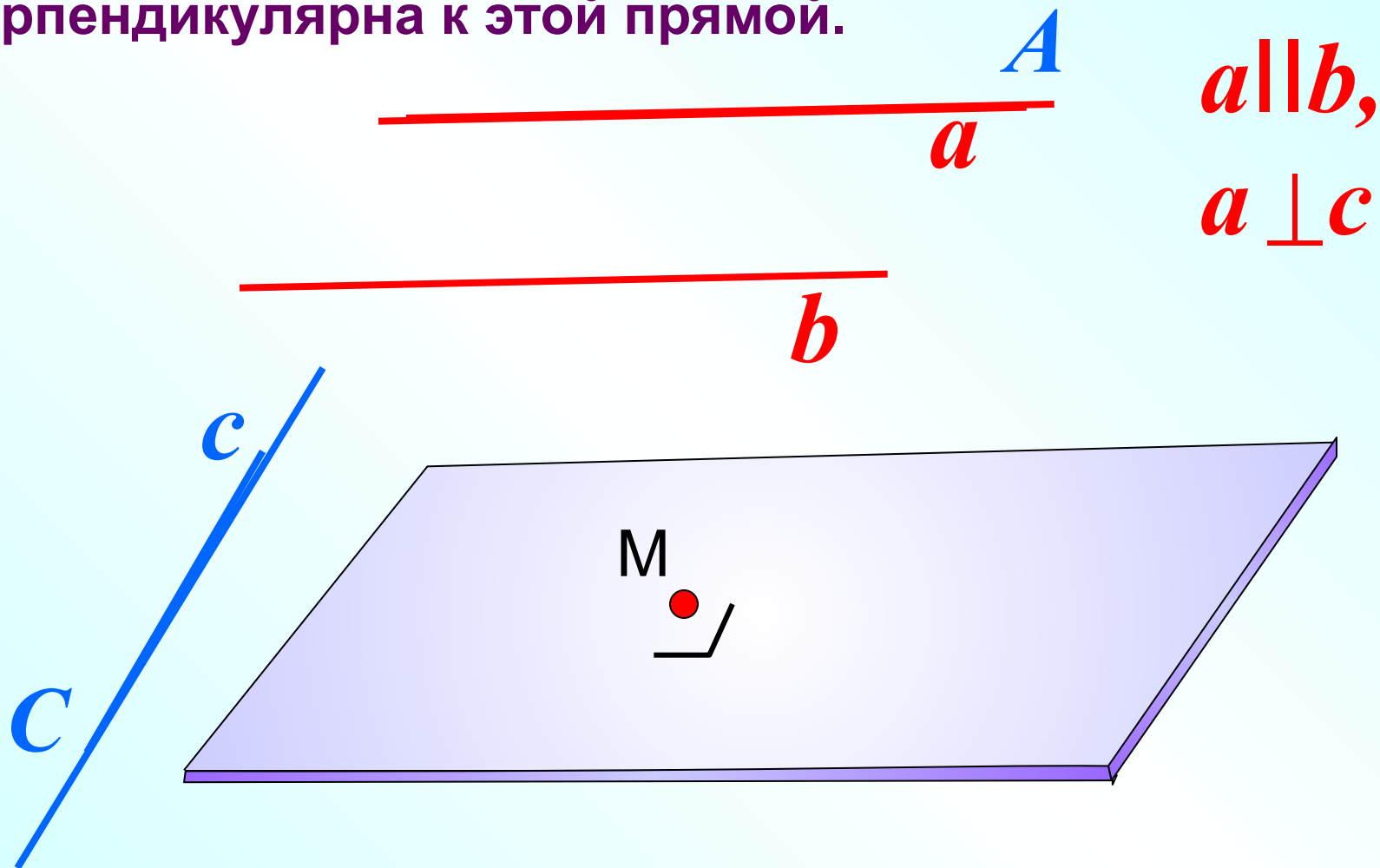
$$c \perp a$$

$$a \perp b,$$

$$a \cap b$$

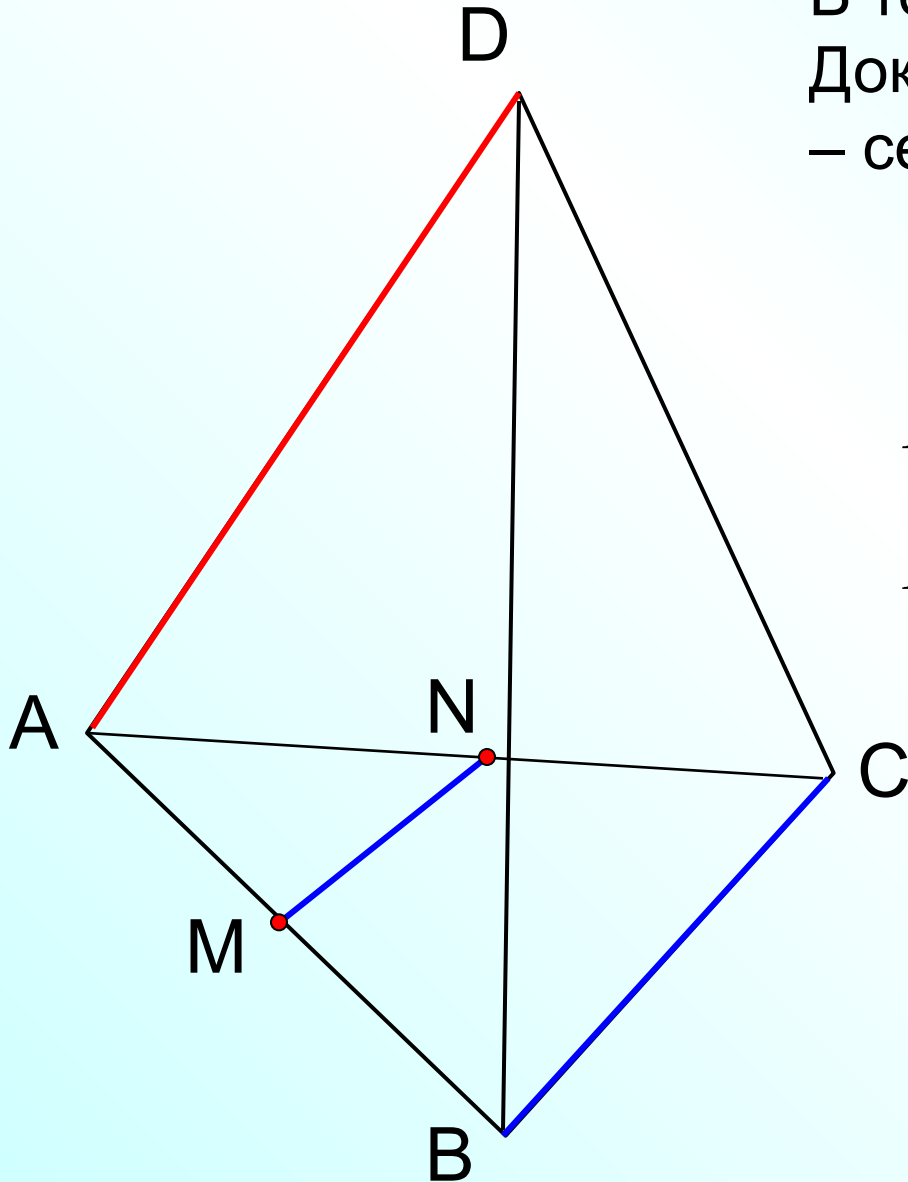


Лемма. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.



№117.

В тетраэдре $ABCD$ $BC \perp AD$.
Докажите, что $AD \perp MN$, где M и N
– середины ребер AB и AC .

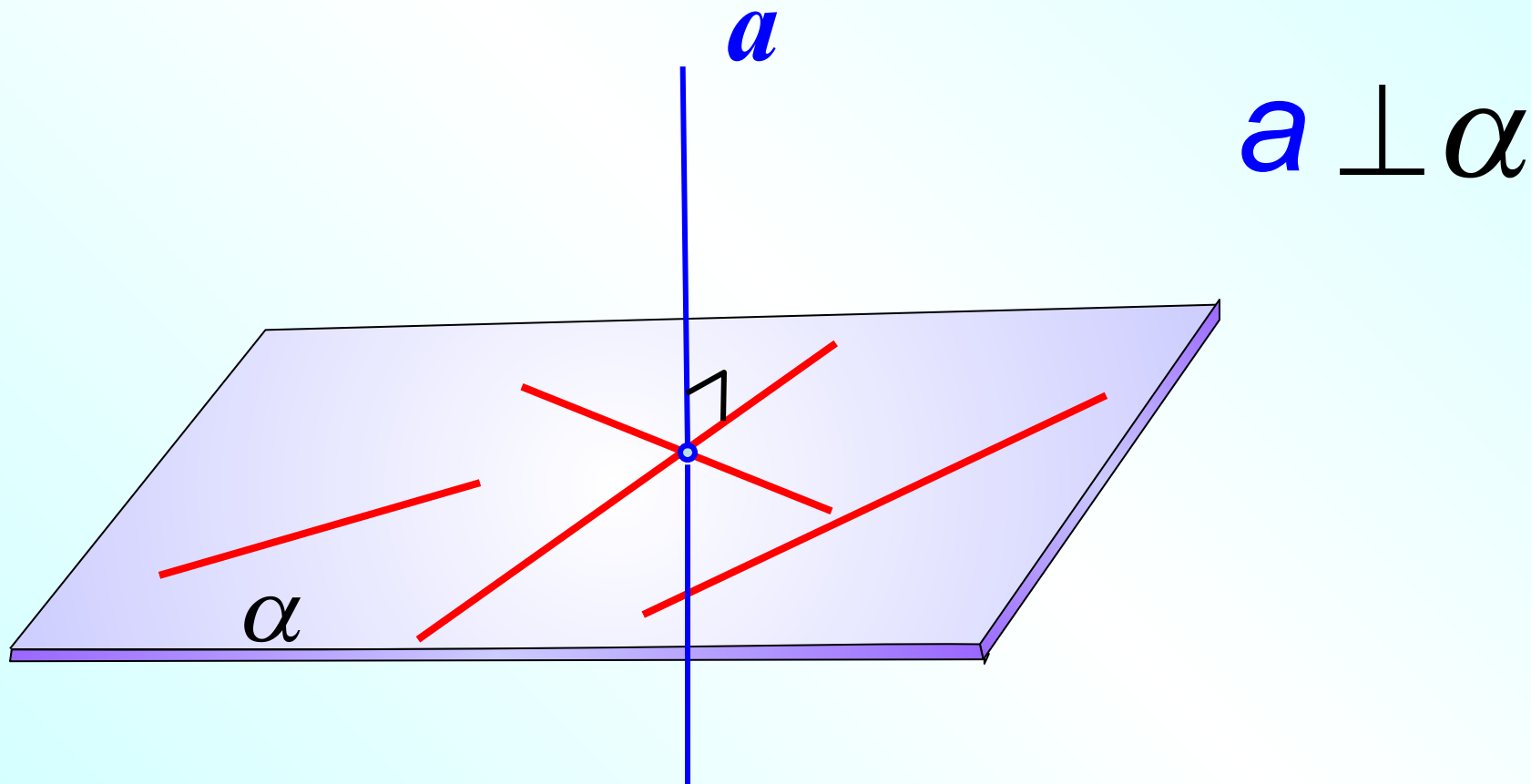


$$BC \perp AD$$

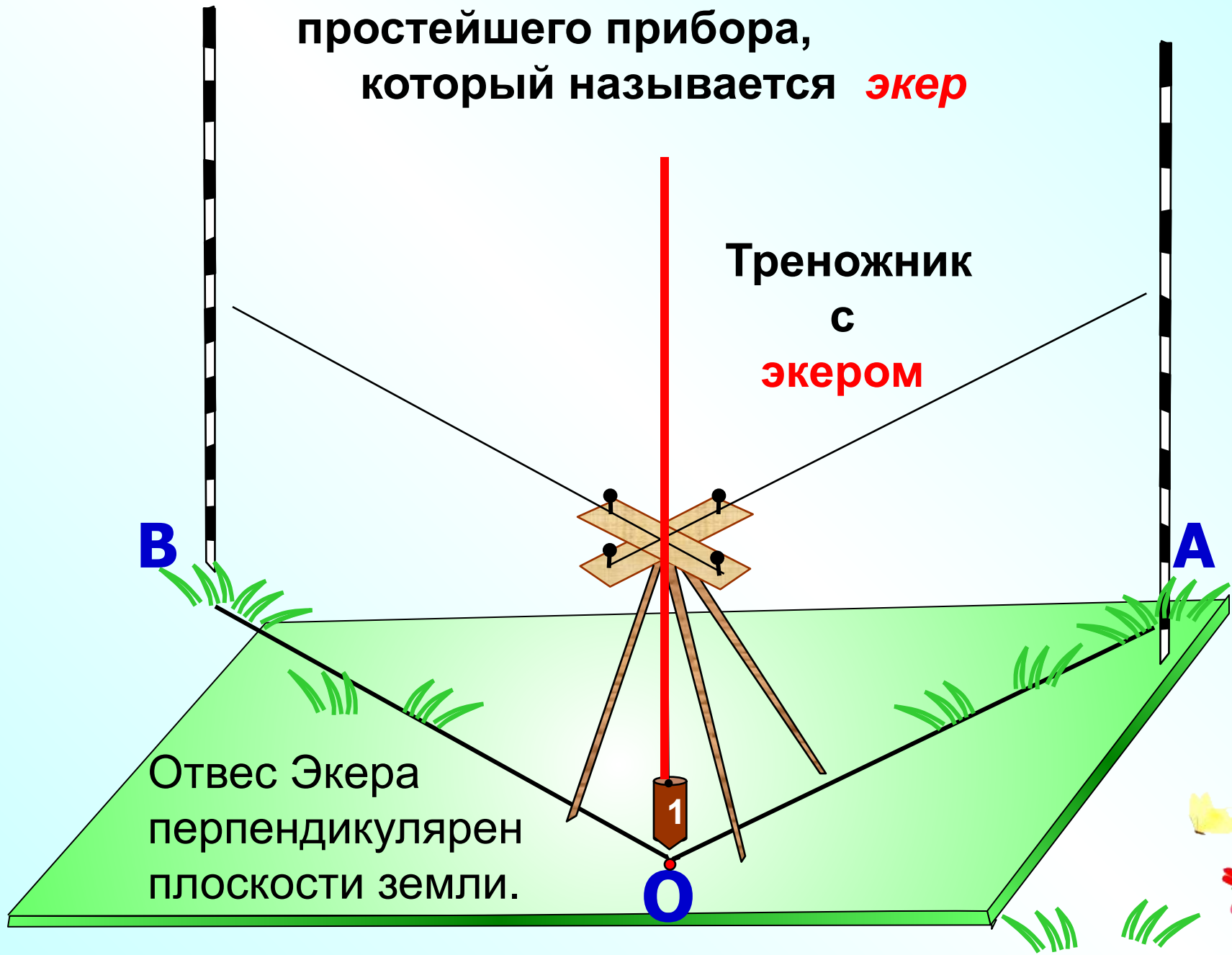
$$BC \parallel MN$$

$$\Rightarrow MN \perp AD$$

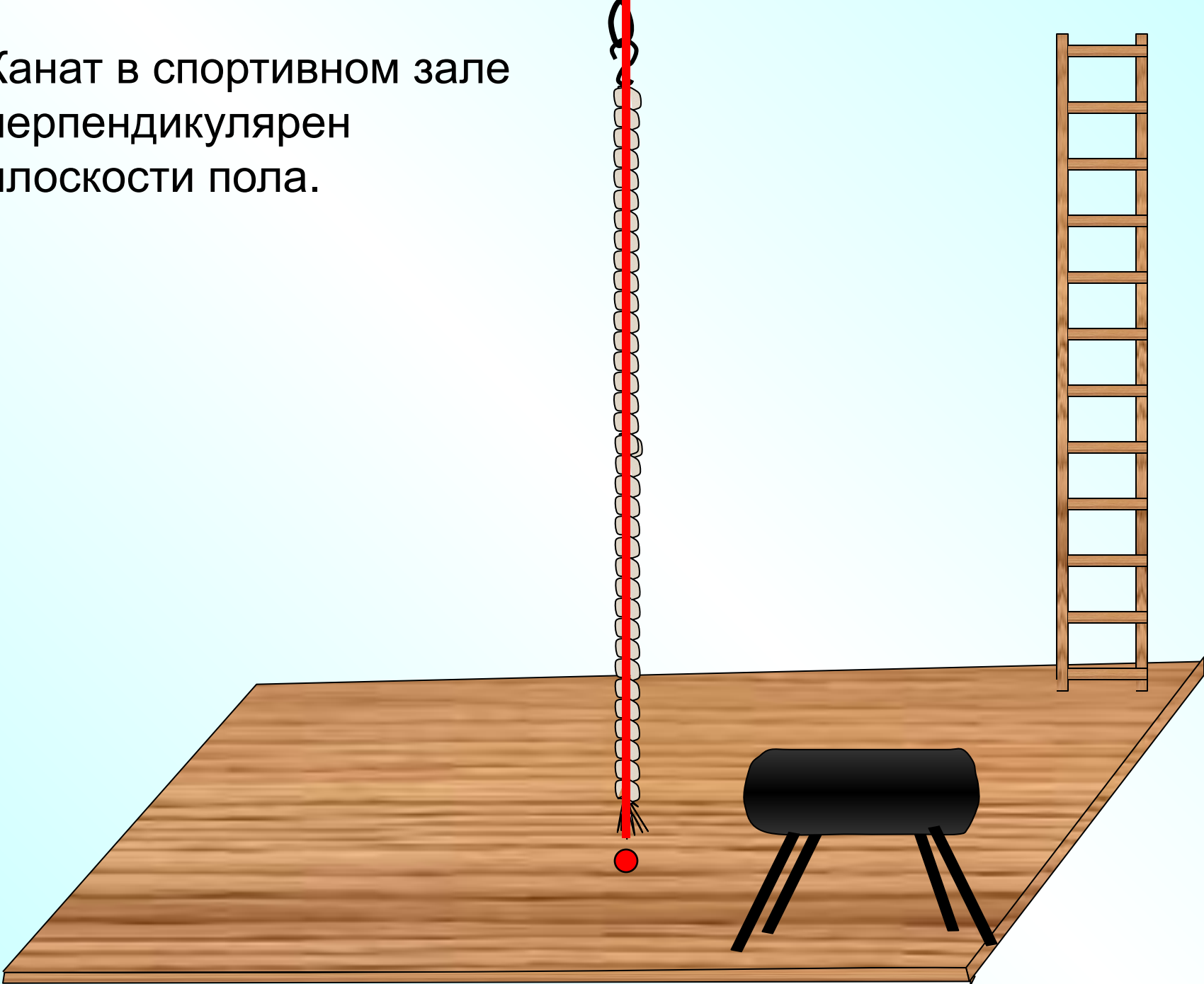
Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.



Построение *прямых* углов на местности с помощью простейшего прибора, который называется *экер*



Канат в спортивном зале
перпендикулярен
плоскости пола.

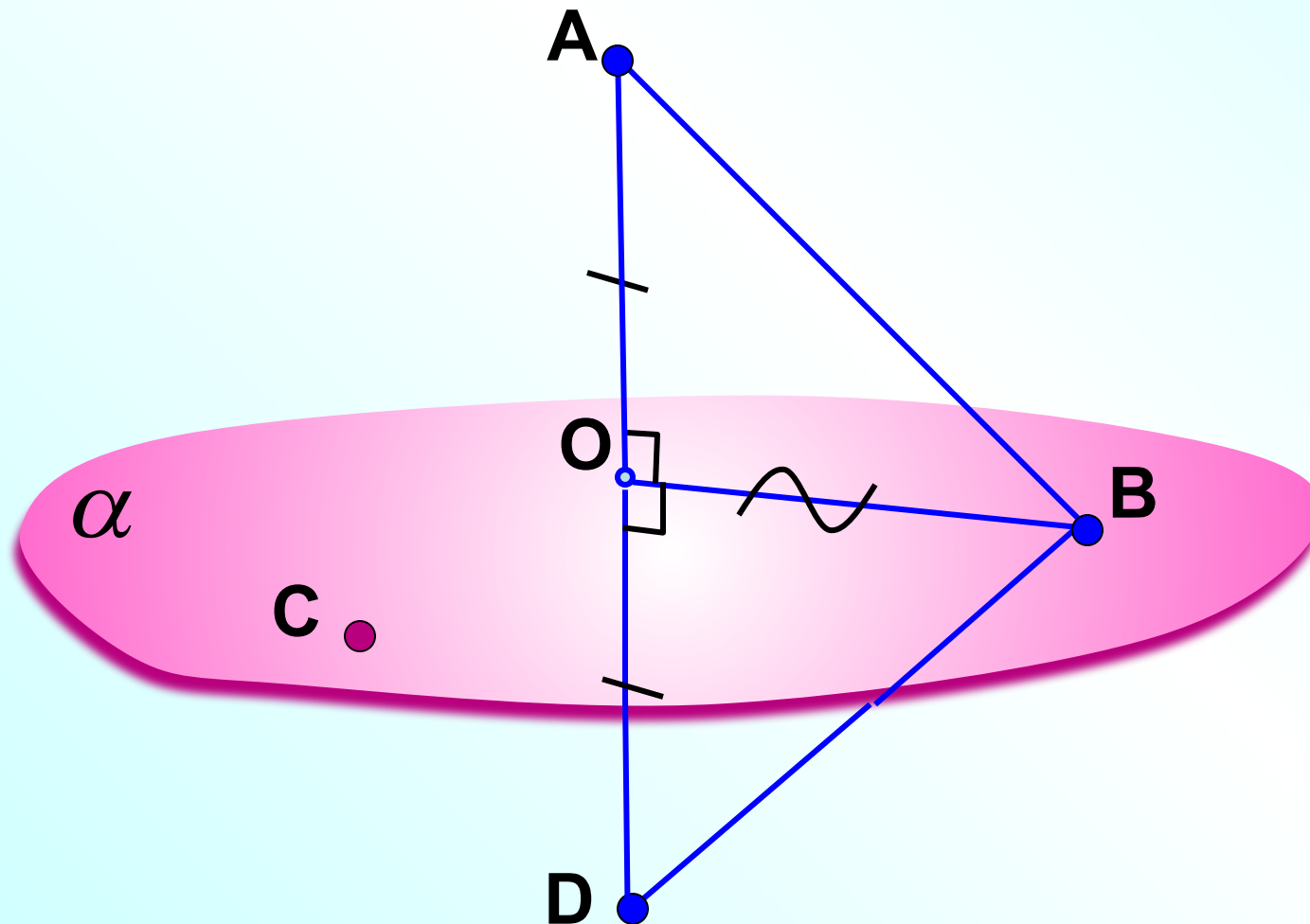




№119. Прямая $OA \perp OBC$. Точка O является серединой отрезка AD . Докажите, что $AB = BD$.

По опр.

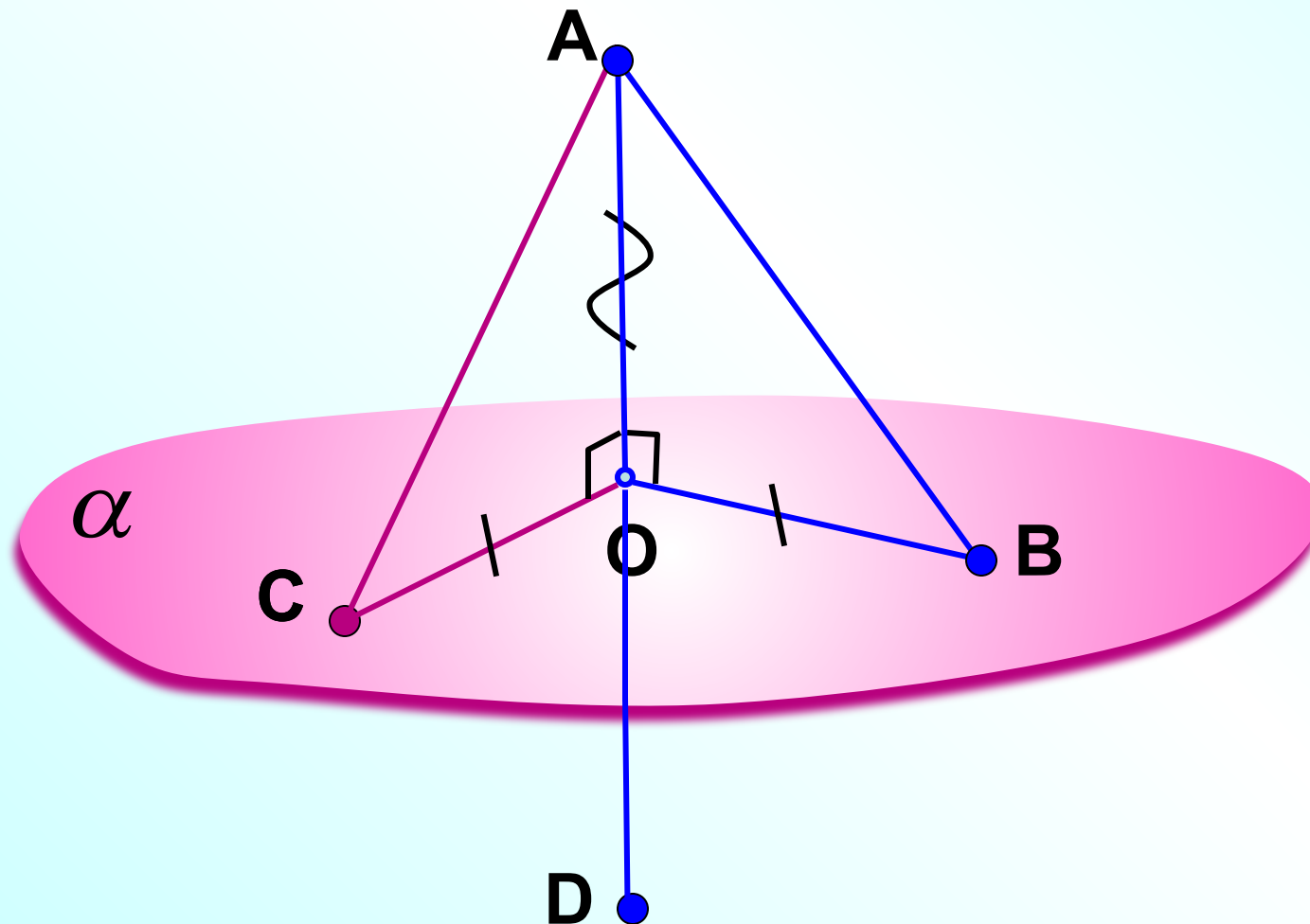
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB$$



№119. Прямая $OA \perp OBC$. Точка O является серединой отрезка AD , $OB = OC$. Докажите, что $AB = AC$.

По опр.

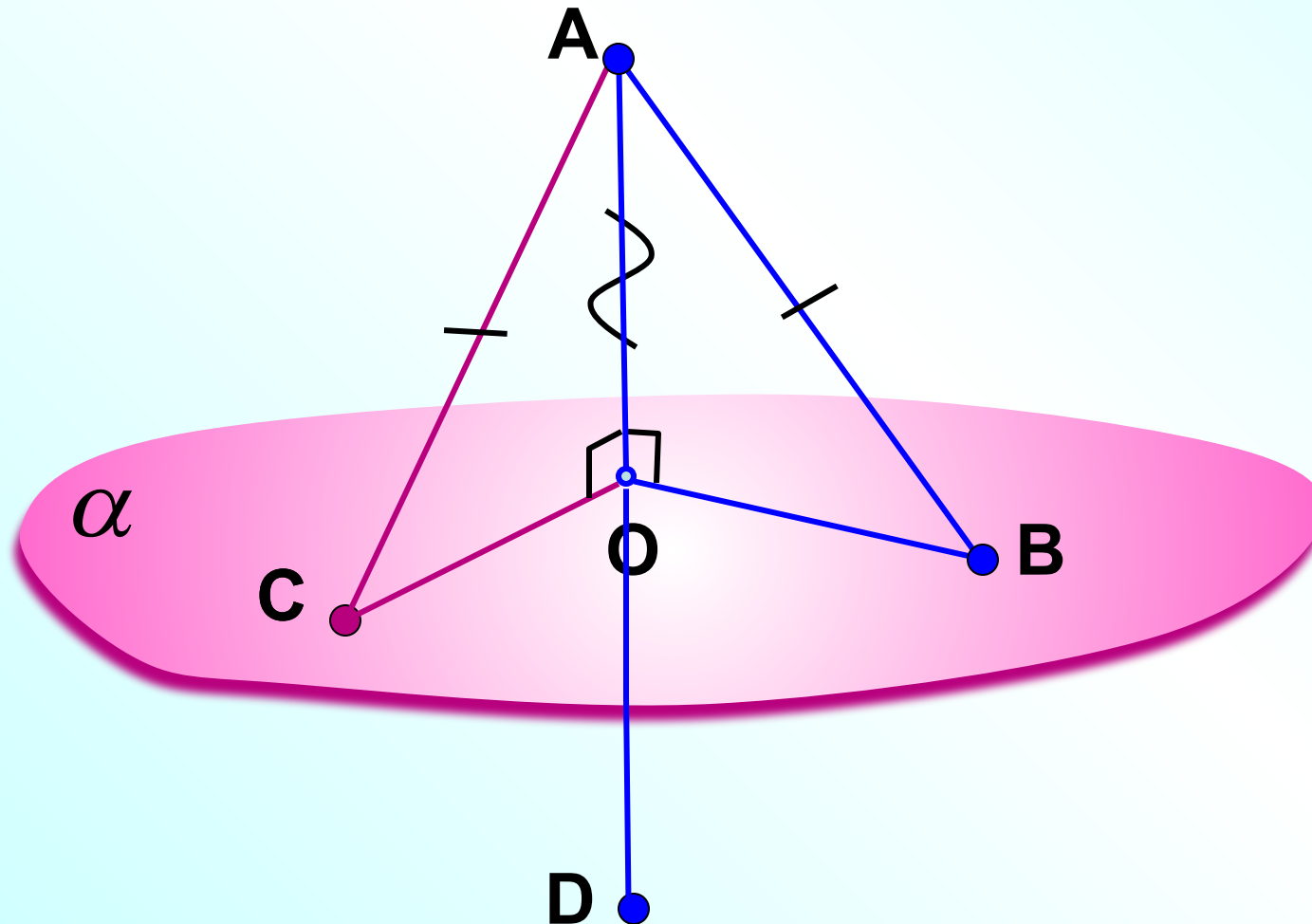
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB, \quad AD \perp OC$$



№119. Прямая $OA \perp OBC$. Точка O является серединой отрезка AD . $OB = OC$. Докажите, что $AB = AC$.

По опр.

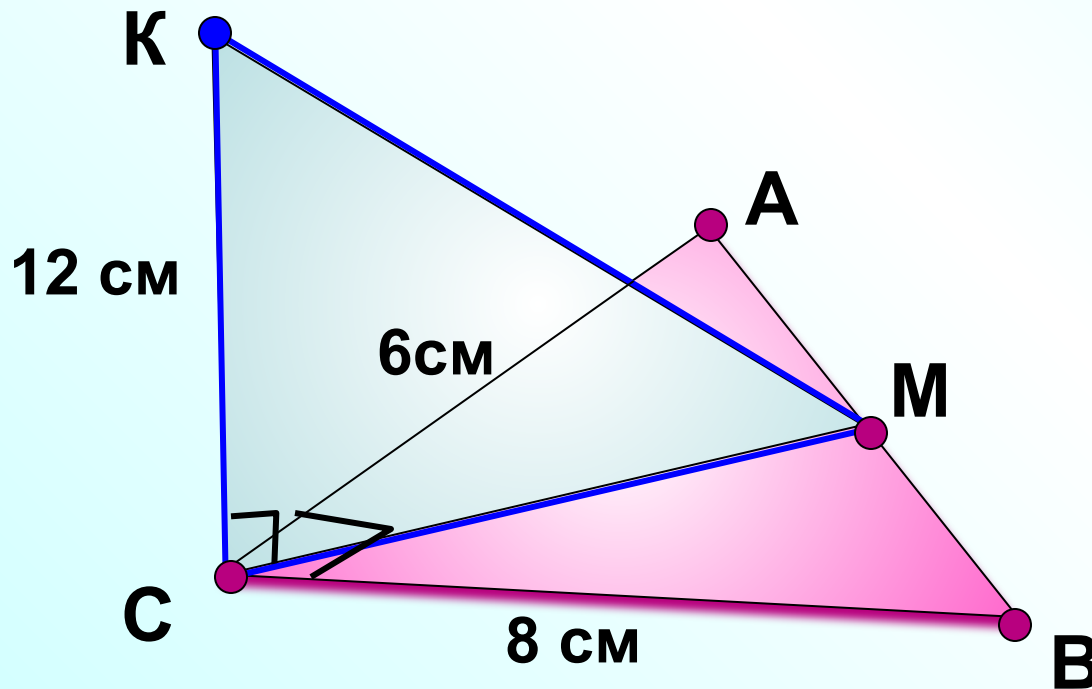
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB, \quad AD \perp OC$$



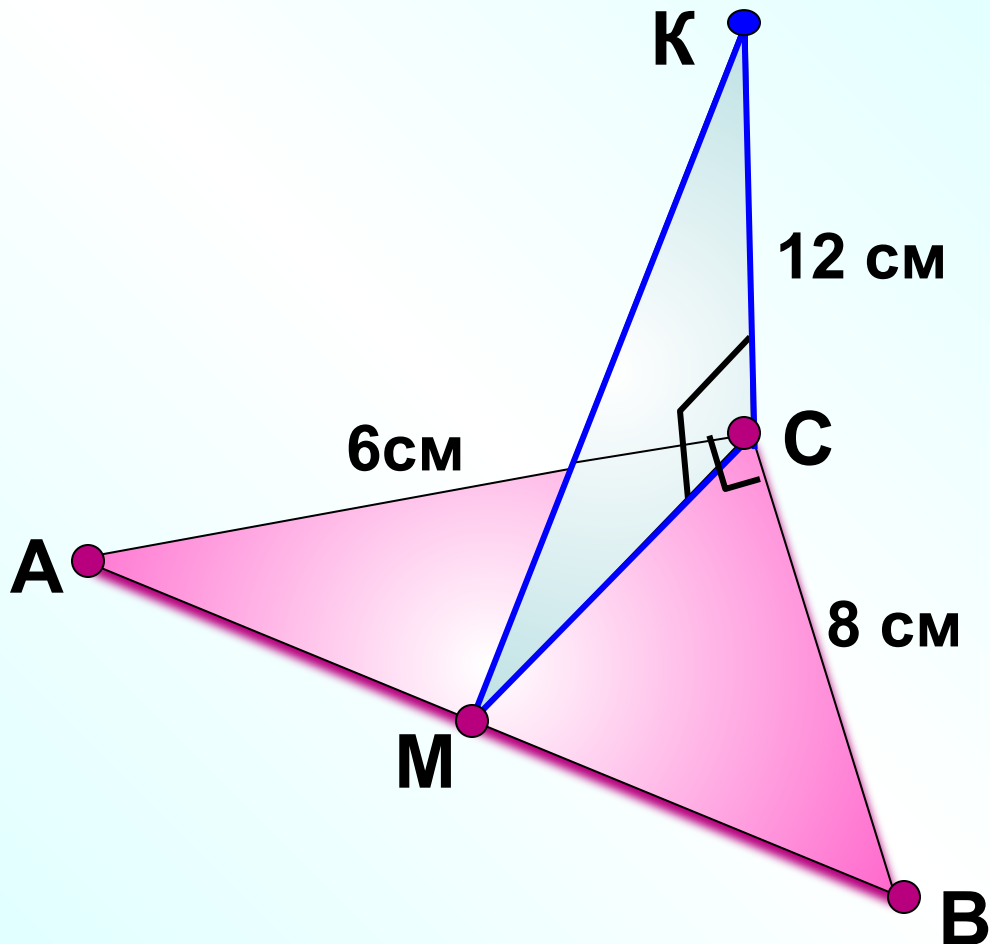
№121. В треугольнике ABC дано: $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$ см, $BC = 8$ см, CM – медиана. Через вершину C проведена прямая CK , перпендикулярная к плоскости треугольника ABC , причем $CK = 12$ см. Найдите KM .

По опр.

$$KC \perp (ABC) \Rightarrow KC \perp CM$$



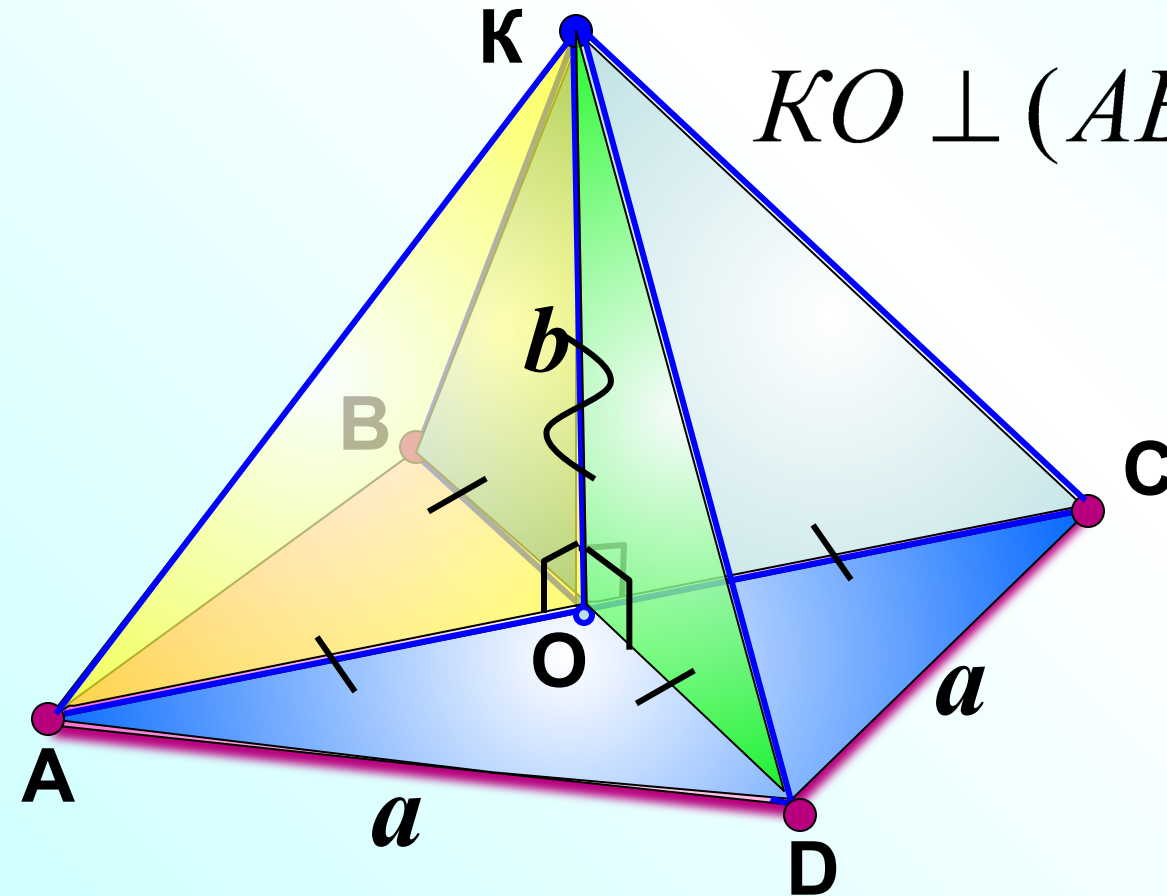
№121. Еще один эскиз к задаче



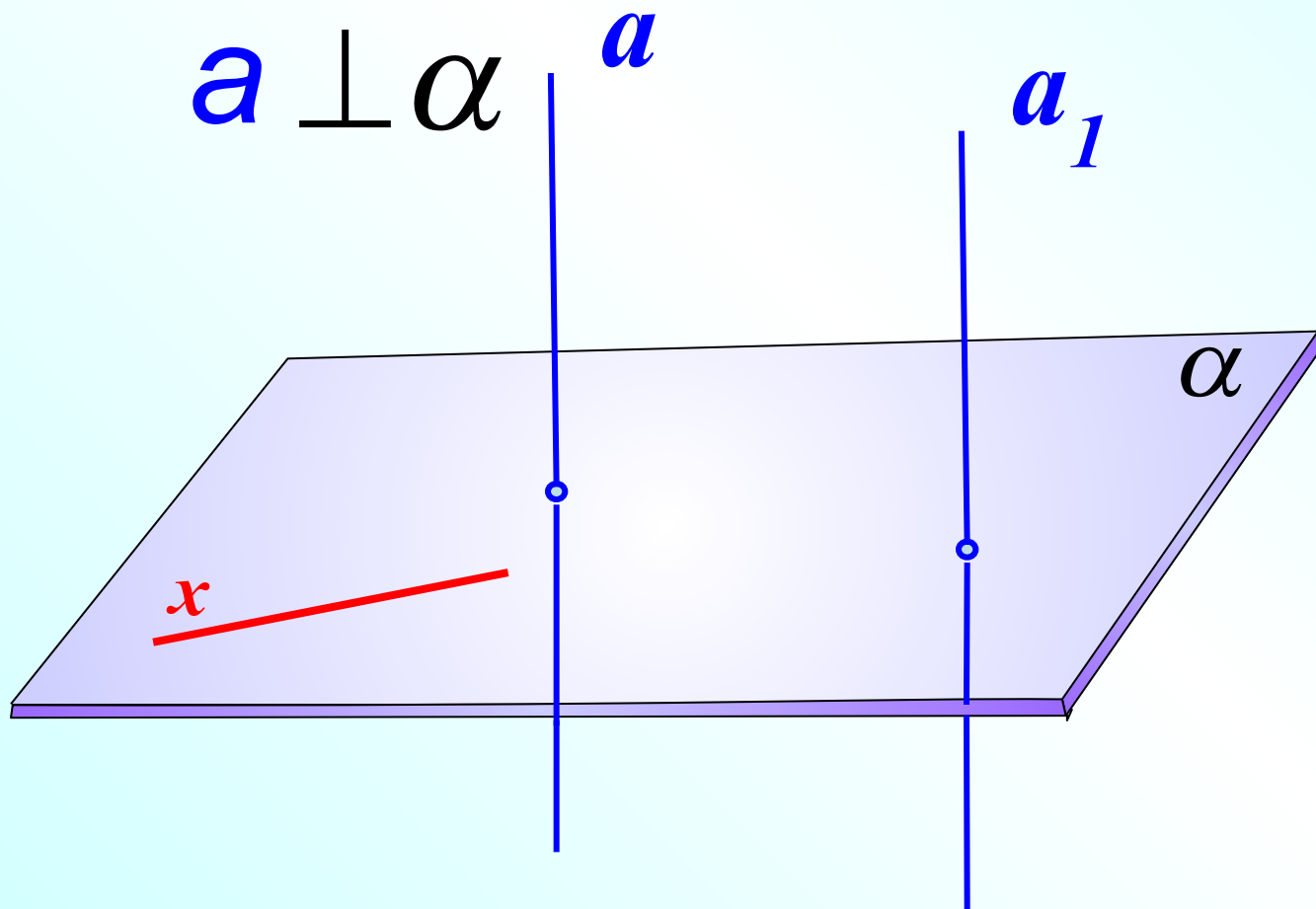
№120. Через точку O пересечения диагоналей квадрата, сторона которого равна a , проведена прямая OK , перпендикулярная к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки K до вершин квадрата, если $OK = b$.

По опр.

$$KO \perp (ABC) \Rightarrow KO \perp OB$$

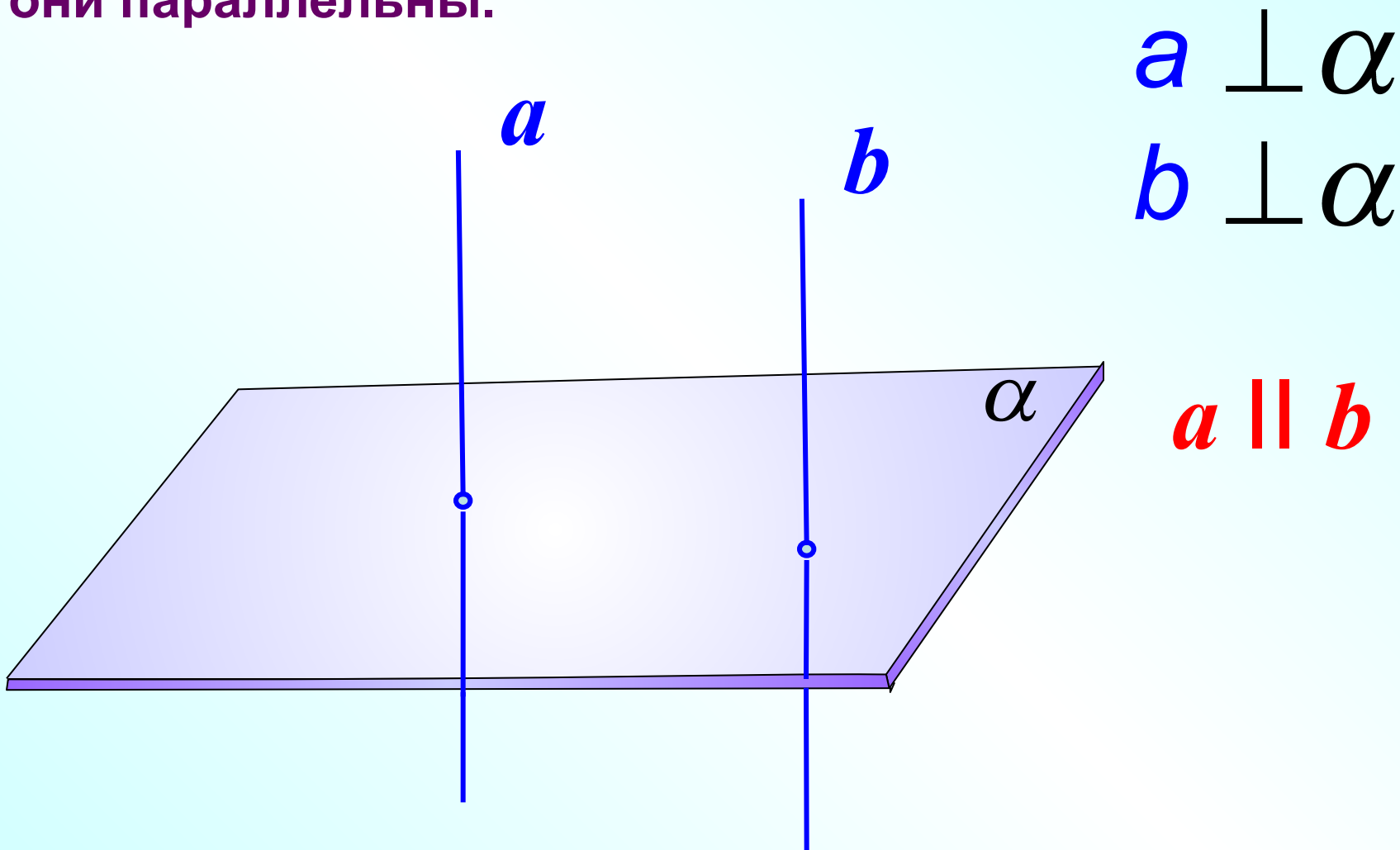


Теорема. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



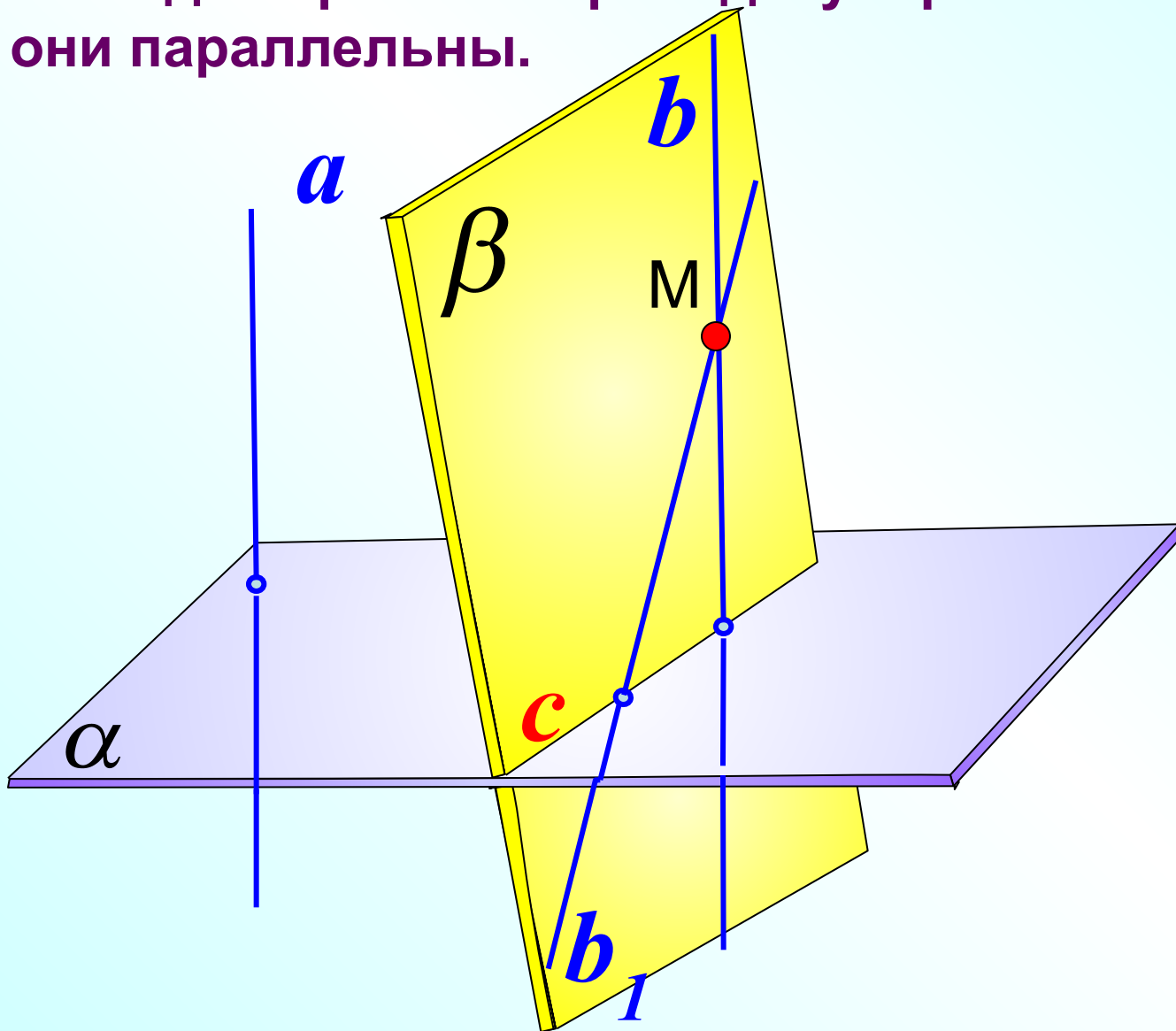
Обратная теорема.

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



Обратная теорема.

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



$$a \perp \alpha$$

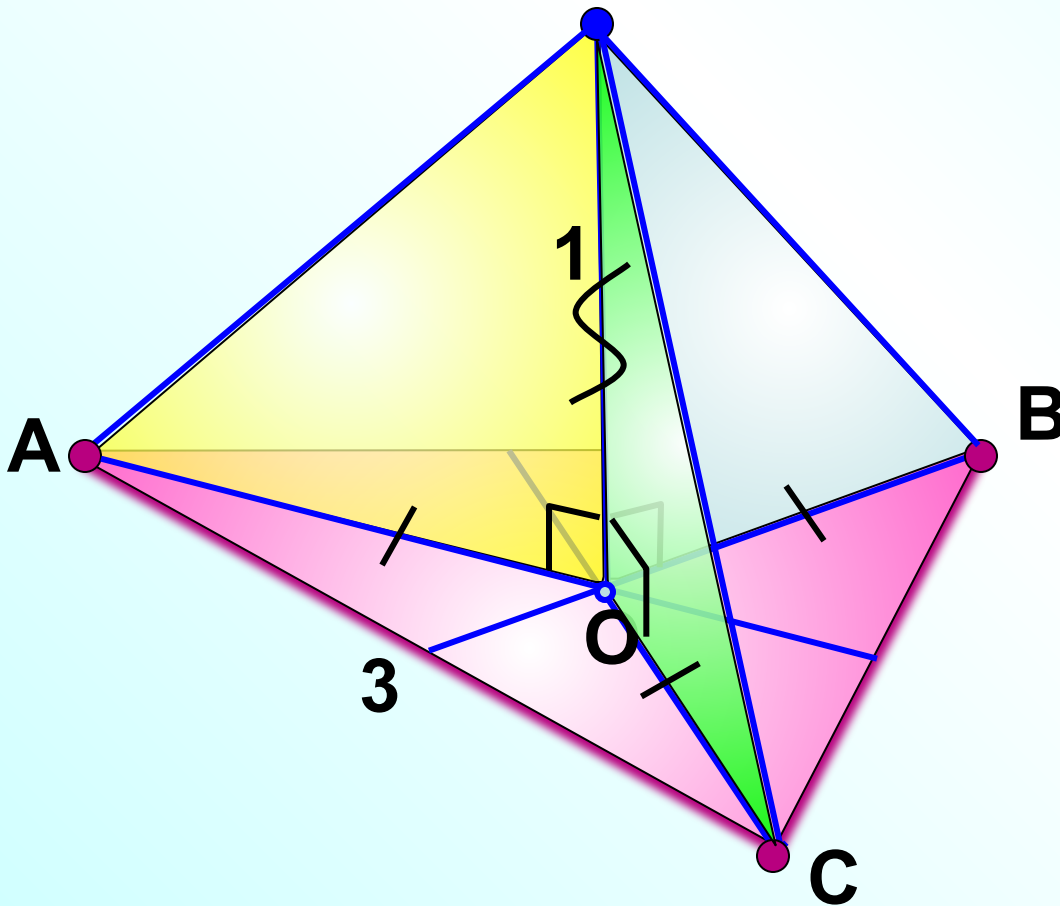
$$b \perp \alpha$$

$$a \parallel b$$

ABC – правильный треугольник. O – его центр, OM – перпендикуляр к плоскости ABC, OM = 1. Сторона треугольника равна 3. Найдите расстояние от точки M до вершин треугольника.

По опр.

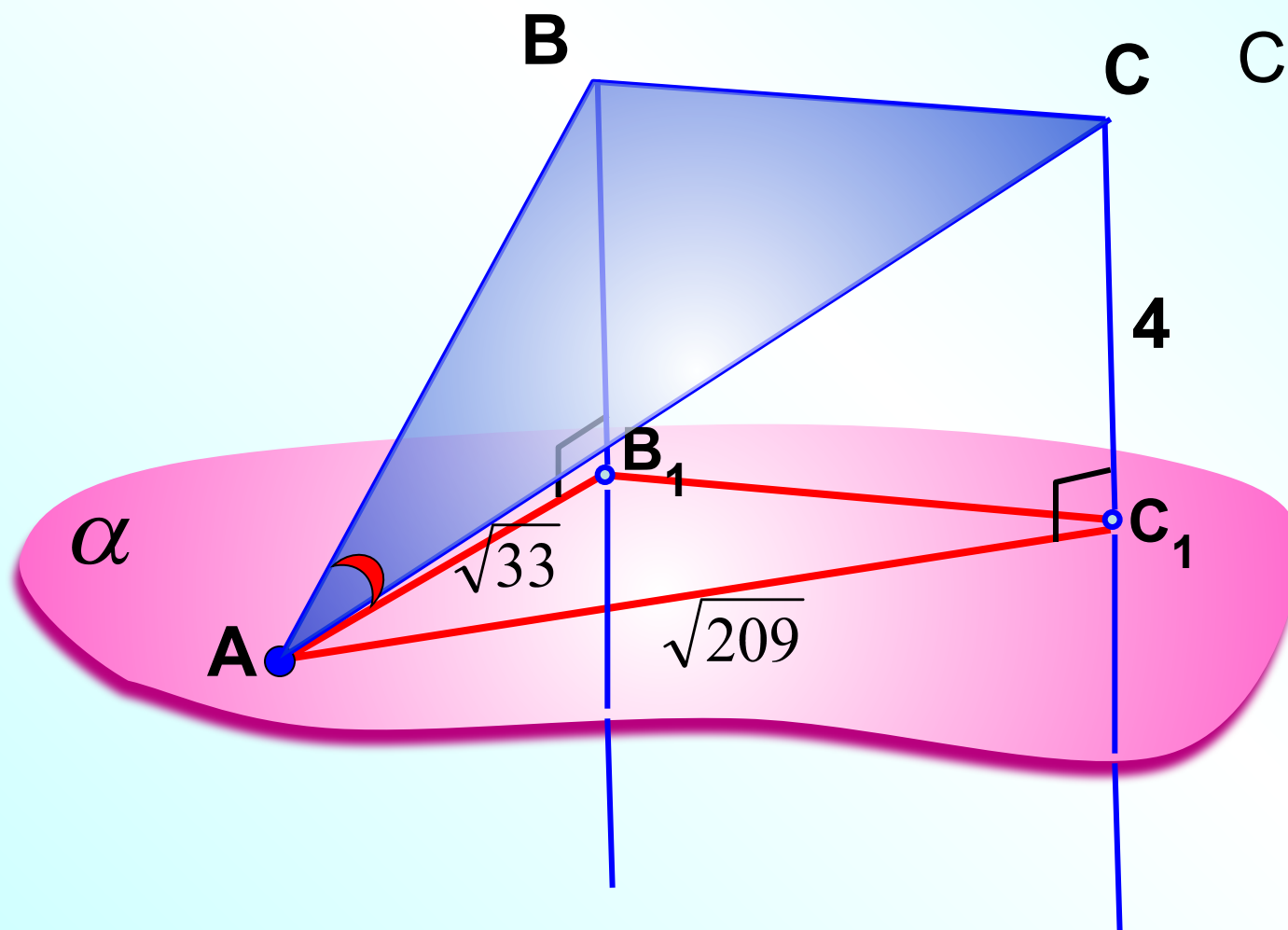
$$M \quad MO \perp (ABC) \Rightarrow MO \perp OB$$



Через вершину A треугольника ABC проведена плоскость, параллельная BC , $BB_1 \perp \alpha$ и $CC_1 \perp \alpha$, $CC_1=4$, $AC_1=\sqrt{209}$, $AB_1=\sqrt{33}$, $\angle BAC = 60^\circ$. Найдите BC .

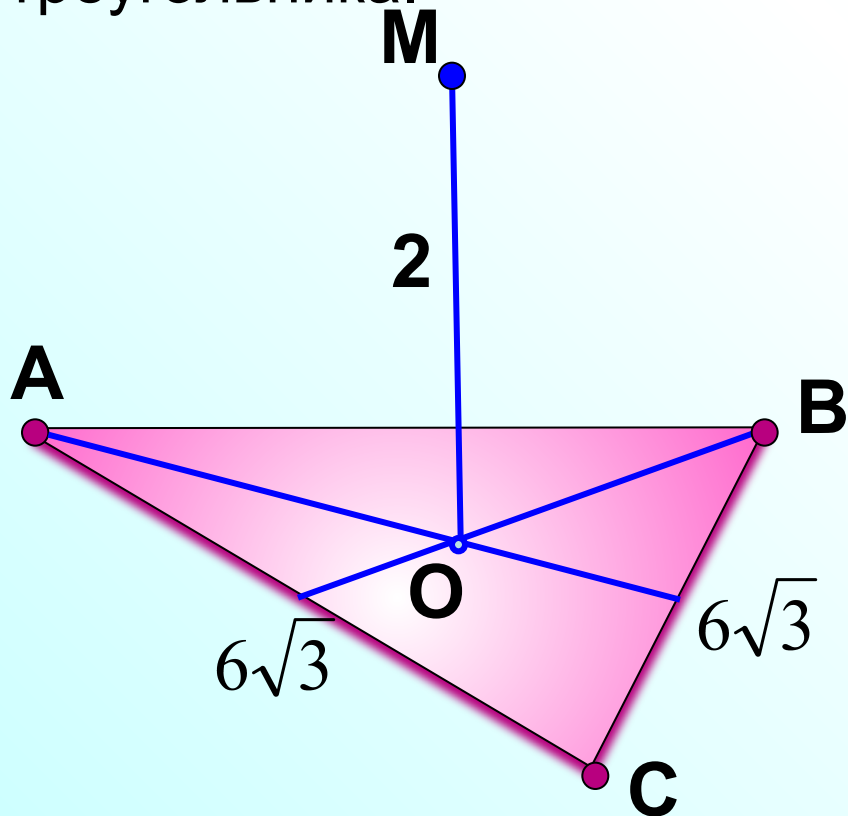
$$BB_1 \perp \alpha$$

$$CC_1 \perp \alpha$$



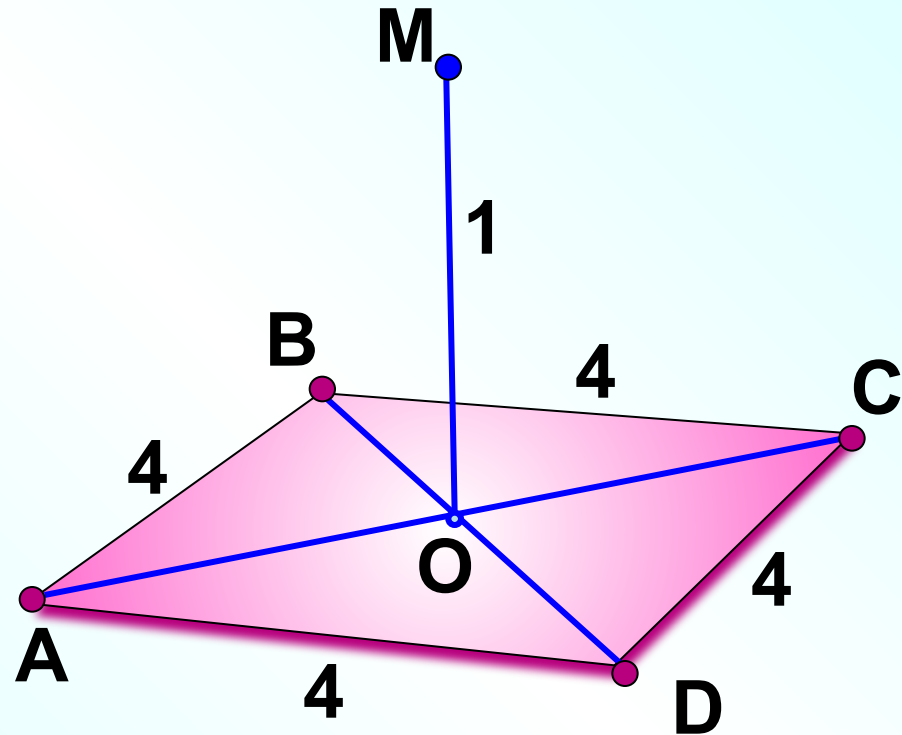
Дано: $OM \perp (ABC)$

ABC – равносторонний
треугольник со стороной $6\sqrt{3}$
 O – точка пересечения
медиан. Найти расстояние
от точки M до вершин
треугольника.

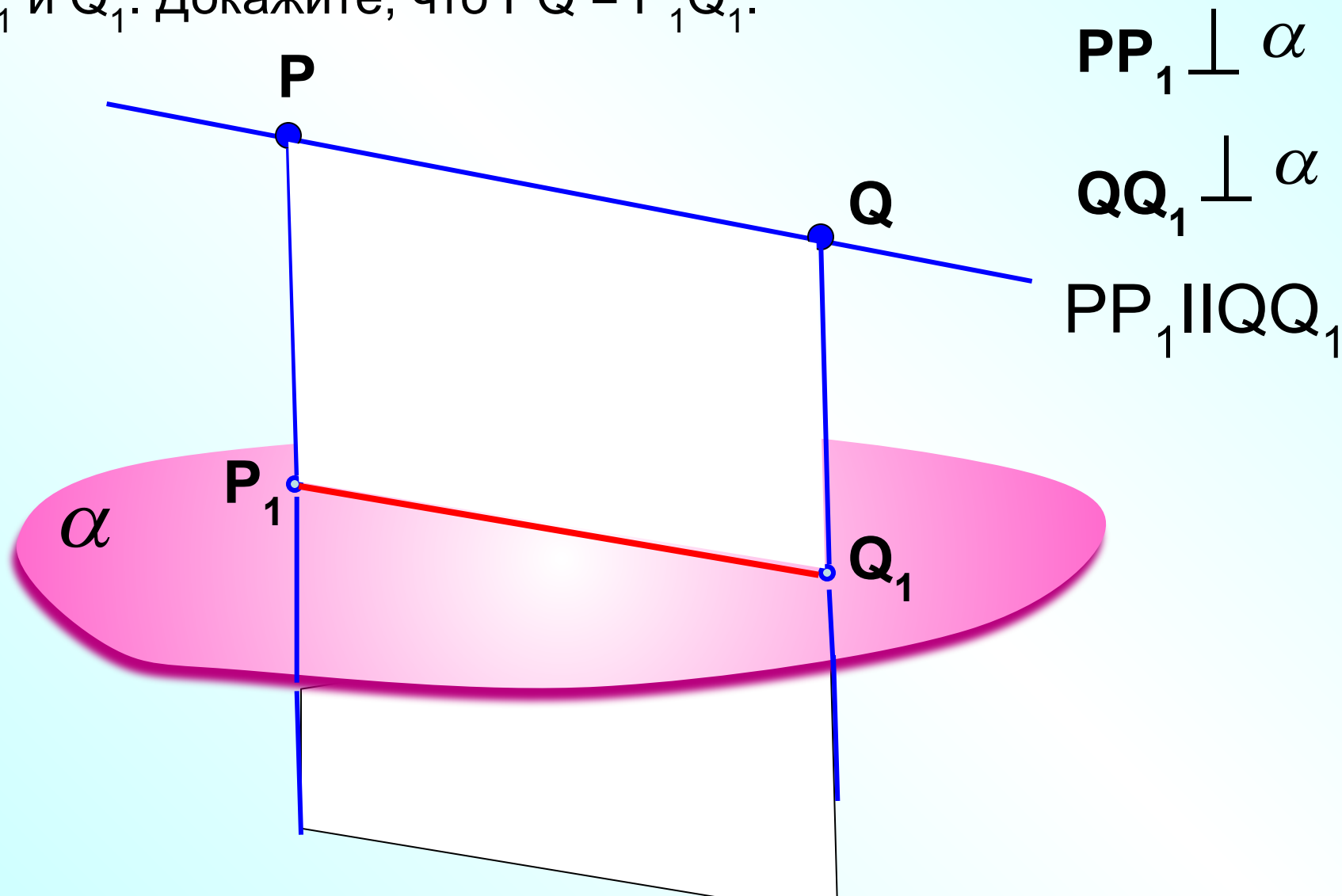


Дано: $OM \perp (ABCD)$

$ABCD$ – квадрат со
стороной 4, O – точка
пересечения диагоналей.
Найти расстояние от точки
 M до вершин квадрата.

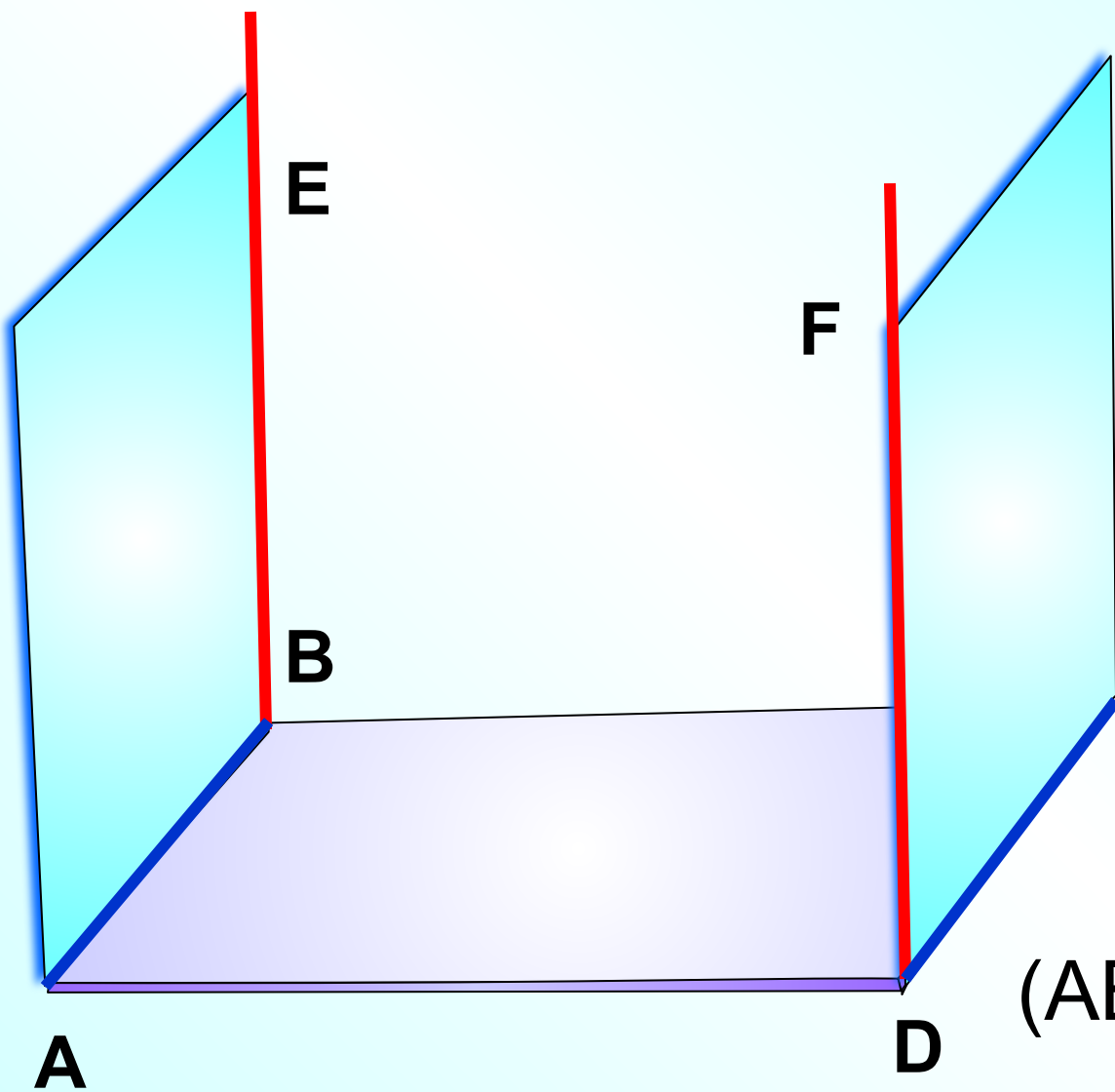


№124. Прямая PQ параллельна плоскости α . Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α , которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1 . Докажите, что $PQ = P_1Q_1$.



ABCD – параллелограмм. $BE \perp (ABC)$, $DF \perp (ABC)$

Доказать: $(ABE) \parallel (CDF)$



$BE \perp (ABC)$

$DF \perp (ABC)$

$BE \parallel DF$

$AB \parallel DC$

$(ABE) \parallel (CDF)$

№125. Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α , которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1 . Найдите P_1Q_1 .

