

«КИМЕГИТЕ»

и

«МИМИНАПИФЕМ»

Математический
аппарат физики

«Ни одна из естественных наук, если дело не идет о собрании сырого материала, а о действительном творчестве, не обойдется без математики - матери всех наук.

Что касается физики, поставленной впереди других наук...то в настоящее время математика и физика до такой степени слились в одно целое, что иногда трудно отделить – где кончается физика и начинается математика».

Русский ученый В. А. Стеклов

Стандартный вид числа

Любое большое или маленькое число может быть записано в стандартном виде:

$$a = a_1 \cdot 10^n$$

$$10 > a_1 > 1$$

$n \in$ (принадлежит) *всей числовой оси*

$$150 \text{ млн. км} = 150\,000\,000 \text{ км} = 150\,000\,000\,000 \text{ м} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

$$0,000\,000\,000\,03 \text{ м} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

Свойства степени

$$a^0 = 1, a^1 = a$$

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$$

$$(\sqrt{a})^2 = a, \sqrt{a^2} = a$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Приставки и множители для образования десятичных кратных и дольных единиц.

При изучения физики приходится сталкиваться со слишком большими и слишком малыми физическими величинами.

Поэтому принято единицы измерения физических величин записывать с помощью стандартного вида числа или с помощью приставок и множителей.

Например:

$$F = 5,12 \text{ МН} = 5,12 \cdot 10^6 \text{ Н}$$

$$d = 3 \text{ нм} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

Таблица приставок и множителей

Кратные		Дольные	
Приставки	Множитель	Приставки	Множитель
Экса (Э)	10^{18}	атто (а)	10^{-18}
Пета (П)	10^{15}	фемто (ф)	10^{-15}
Тера (Т)	10^{12}	пико (п)	10^{-12}
Гига (Г)	10^9	нано (н)	10^{-9}
Мега (М)	10^6	микро (мк)	10^{-6}
Кило (к)	10^3	милли (мм)	10^{-3}
Гекто (г)	10^2	санци (с)	10^{-2}
Дека (д)	10^1	деци (д)	10^{-1}

Для запоминания наиболее употребляемых в физике приставок используется следующий мнемонический прием:

1. для уменьшительных приставок:

<u>м</u> лли -	10^{-3}
<u>м</u> икро -	10^{-6}
<u>н</u> ано -	10^{-9}
<u>п</u> ико -	10^{-12}
<u>ф</u> емто -	10^{-15}

«миминапифем»

по звучанию напоминающее
греческое слово.

2. для увеличительных приставок:

<u>к</u> ило -	10^3
<u>М</u> ега -	10^6
<u>Г</u> ига -	10^9
<u>Т</u> ера -	10^{12}

«кимегите»

по звучанию напоминает
японское слово

Приближенные вычисления в задачах по физике

1. Значащие цифры числа.

Значащими цифрами числа называются все его цифры, кроме нулей, стоящих левее первой, отличной от нуля цифры, и нулей, стоящих в конце числа, если они взяты взамен неизвестных или отброшенных цифр.

а) 0,00 630 400

б) 8 030 000

Незначащие

Значащие

Значащие

Незначащие

$$0,006304000 = 6,3 \cdot 10^{-3}$$

$$8\,030\,000 = 8,03 \cdot 10^6$$

Правила округления:

1. Если первая отбрасываемая цифра больше 4, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу.

Например, при округлении до сотых $46,2872 \approx 46,29$.

2. Если первая отбрасываемая цифра меньше 4 или равна 4, то последняя сохраняемая цифра не изменяется.

Например, при округлении до сотых $13,924 \approx 13,92$.

3. Если отбрасываемая часть числа состоит из одной цифры 5, то число округляется так, чтобы последняя сохраняемая цифра была четной.

Например, при округлении до десятых:

$$43,25 \approx 43,2; \quad 43,35 \approx 43,4$$

Математические действия с приближенными числами – правила подсчета цифр.

1. При сложении и вычитании в результате сохраняют столько десятичных знаков, сколько их содержится в числе с наименьшим количеством десятичных знаков. Пример: $274,1 + 87,43 \approx 361,5$.
2. При умножении и делении в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное число с наименьшим количеством значащих цифр (без нулей).

Примеры: а) $3,2 \cdot 12,56 \approx 40,192 \approx 40,2$; б) $243,25 : 11,2 \approx 21,7$

3. Результат подсчета значений функций x^n ; $\sqrt[n]{x}$; $\log x$ некоторого приближенного числа x должен содержать столько значащих цифр, сколько их содержит число x .

Примеры: а) $3,14^2 = 9,8696 \approx 9,87$ б) $\sqrt{31} = 5,4772 \approx 5,5$.

4. Если некоторые приближенные числа имеют больше десятичных знаков (при сложении или вычитании) или больше значащих цифр (при умножении, делении, возведении в степень, извлечении корня), чем другие, то их предварительно следует округлять, сохраняя только одну лишнюю цифру.

а) $103,7 - 21,3385 \approx 82,4$; б) $1,2 \cdot 37,82 \cdot 27,425 \approx 1,2$ 10^3

Решение уравнений первой степени с одним неизвестным.

Для решения уравнений необходимо уметь:

1. Освободиться от знаменателя – записать уравнение в одну строчку;
2. Из уравнения записанного в строчку, определить нужный параметр.

Решение уравнений вида

$$\frac{a}{x} = b \quad \rightarrow \quad a = bx \quad \rightarrow \quad x = \frac{a}{b}$$

Мнемоническое правило решения: «Неизвестное равно: то что находится за знаком равенства, разделить на коэффициент перед неизвестным». Проверить на простом выражении

$$10 = 2x \quad \rightarrow \quad x = \frac{10}{2}$$

Решения уравнения вида – пропорции (уравнение с дробью справа и слева).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow ax = bc$$

Мнемоническое правило решения:

«Перемножим обе части уравнения крест на крест»

$$\frac{a}{b} \overset{\times}{=} \frac{c}{x} \Rightarrow ax = bc$$

$$ax = bc \Rightarrow x = \frac{bc}{a}$$

Решите уравнения:

$$v = \frac{S}{t} \Rightarrow S, t = ?$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m, V = ?$$

$$\frac{m_1}{m_2} \neq \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow m_1, m_2, v_1, v_2 = ?$$

$$\frac{F_{\text{упр.1}}}{F_{\text{упр.2}}} \neq \frac{k \cdot \Delta l_1}{k \cdot \Delta l_2} =$$
$$> F_{\text{упр.1}}, F_{\text{упр.2}}, \Delta l_1, \Delta l_2 = ?$$

Квадратные уравнения

Уравнения вида $ax^2 + bx + c + 0$, где x – переменная; a, b, c – любое число, причем $a \neq 0$, называется квадратным. Выражение $D = b^2 - 4ac$ называется дискриминантом и обозначается D .

Корни квадратного уравнения находят по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Неполное квадратное уравнение

Дано уравнение $ax^2 + bx + c = 0$,

если при $c = 0$

$$ax^2 + bx = 0,$$

$$x(ax + b) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$$

Если $b = 0$, то

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Система уравнений

При решении задач по физике необходимо уметь решать системы двух или большего числа совместных уравнений.

При решении систем уравнений используется несколько основных способов:

1. Способ алгебраического сложения;
2. Способ подстановки;
3. Способ сравнения (аналогии) и другие.

В физике часто используется способ подстановки.

Пример: Найти массу воды, поднявшейся в капиллярной трубке диаметром d .

$$m = \rho \cdot V$$

Масса воды в капилляре

$$V = S \cdot h$$

Объем жидкости в капилляре

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

Площадь поперечного сечения капилляра

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d}$$

Высота поднятия жидкости в капилляре

Способ аналогии (сравнения)

№ 351-Л. Пружина динамометра под действием силы 4 Н удлинилась на 5 мм. Определить вес груза, под действием которого эта пружины удлиняется на 16 мм.

$$F_1 = 4 \text{ Н}$$

$$\Delta l_1 = 5 \text{ мм} \quad 0,005 \text{ м}$$

$$\Delta l_2 = 16 \text{ мм} \quad 0,016 \text{ м}$$

$$F_2 = ?$$

$$F_{\text{упр.1}} = k \cdot \Delta l_1$$

$$F_{\text{упр.2}} = k \cdot \Delta l_2$$

$$\frac{F_{\text{упр.1}}}{F_{\text{упр.2}}} = \frac{k \cdot \Delta l_1}{k \cdot \Delta l_2}$$

$$\frac{F_{\text{упр.1}}}{F_{\text{упр.2}}} \neq \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} \Rightarrow$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot \Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{4 \text{ Н} \cdot 0,016 \text{ м}}{0,005 \text{ м}}$$

Ответ: 12,8 Н