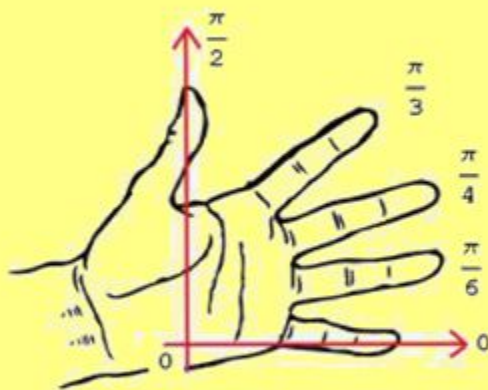


Это интересно 😊!!!

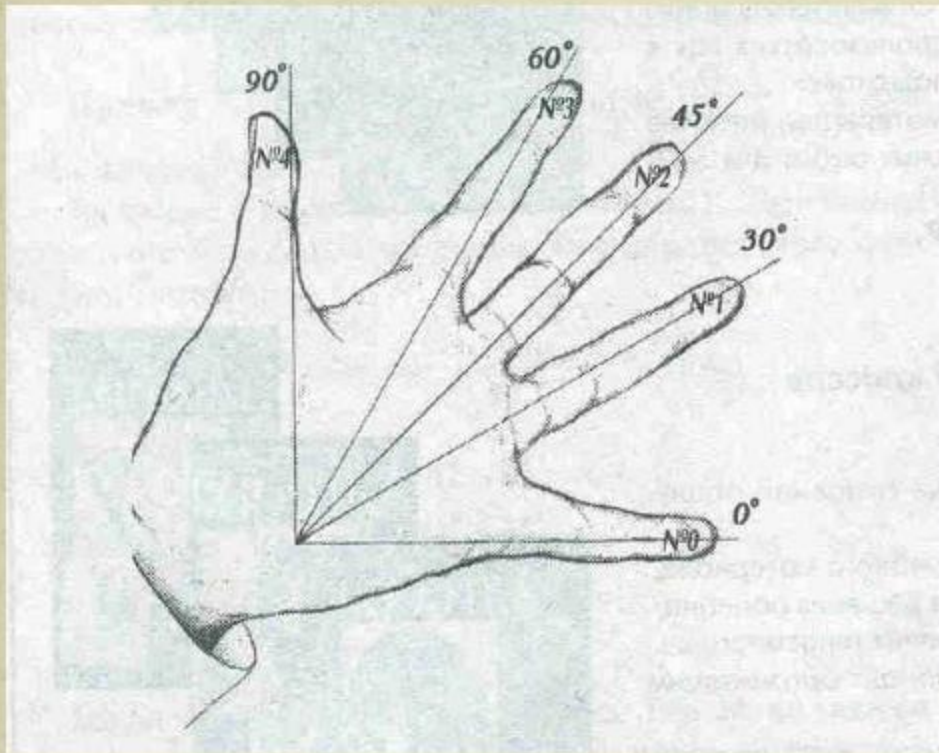
π

Это интересно 😊!!!



Это интересно:

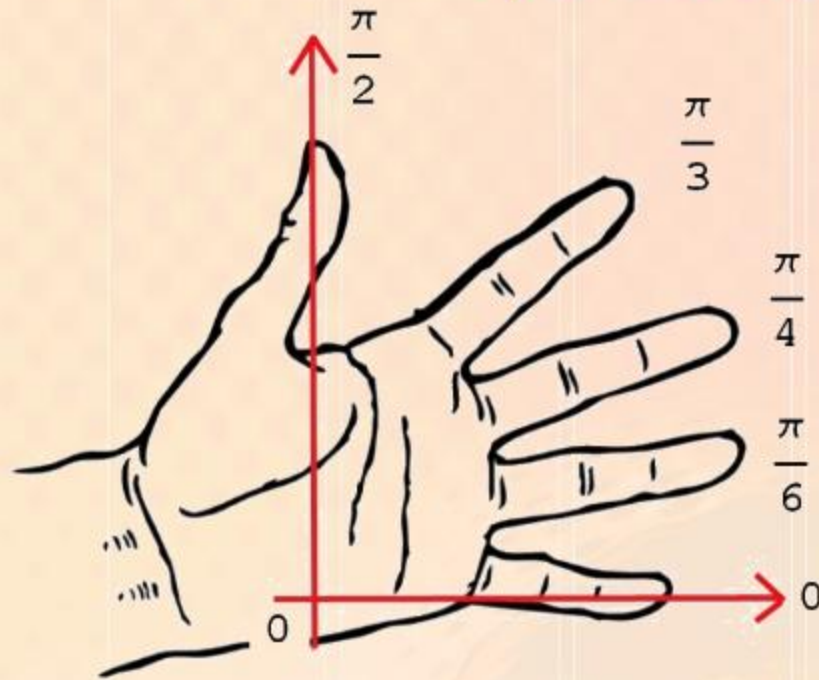
тригонометрия в ладони



№0 Мизинец	0°
№1 Безымянный	30°
№2 Средний	45°
№3 Указательный	60°
№4 Большой	90°

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}$$

“Тригонометрия на ладони”



Очень часто требуется знать наизусть значения \cos , \sin , tg , ctg для углов 0° , 30° , 45° , 60° , 90° . Но если вдруг какое-либо значение забудется, то можно воспользоваться правилом руки. **Правило:** Если провести линии через мизинец и большой палец, то они пересекутся в точке, называемой “лунный бугор”.

Образуется угол 90° . Линия мизинца образует угол 0° .

Проведя лучи из “лунного бугра” через безымянный, средний, указательный пальцы, получаем углы соответственно 30° , 45° , 60° .

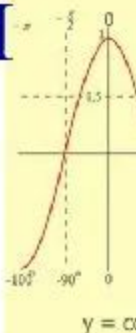
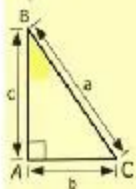
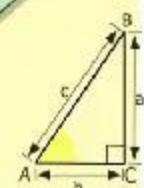
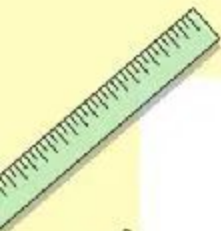
Подставляя вместо n : $0, 1, 2, 3, 4$, получаем значения \sin , для углов $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Для \cos отсчет происходит в обратном порядке.



Таблица тригонометрических функций

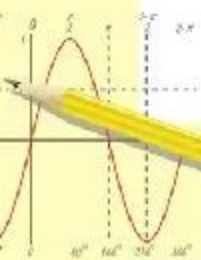
	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-



МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{array}{r} \sqrt{2500} \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

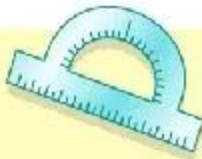
- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

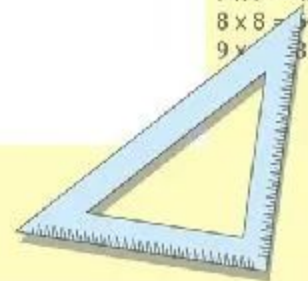
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Изучение новой темы

Чтобы решить тригонометрическое уравнение, надо путем тождественных преобразований привести его к простейшему тригонометрическому уравнению.

$$\sin x = a, \quad \cos x = a, \quad \operatorname{tg} x = a, \quad \operatorname{ctg} x = a$$

Определение и виды простейших тригонометрических уравнений

Тригонометрическим называется уравнение, содержащее неизвестную под знаком тригонометрической функции.

$$\sin x = a \quad \cos x = a \quad \operatorname{tg} x = a \quad \operatorname{ctg} x = a \quad \text{где } a \in R$$

Решить тригонометрическое уравнение – это значит найти все его корни.

Корнем тригонометрического уравнения называется такое значение входящего в него неизвестного, которое удовлетворяет этому уравнению.

Формулы корней простых тригонометрических уравнений

$$\cos t = a, \text{ где } |a| \leq 1$$

$$\begin{cases} t = \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ t = -\arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ИЛИ

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

$$\begin{aligned} \cos t &= 0 \\ t &= \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos t &= 1 \\ t &= 0 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos t &= -1 \\ t &= \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\sin t = a, \text{ где } |a| \leq 1$$

$$\begin{cases} t = \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ t = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ИЛИ

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

$$\begin{aligned} \sin t &= 0 \\ t &= 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin t &= 1 \\ t &= \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin t &= -1 \\ t &= -\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} t = a, a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} t = a, a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Решение тригонометрических уравнений:

- $\sin x = a$ ($0 \leq a \leq 1$) $\sin x = -a$ ($-1 \leq -a \leq 0$)
 $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$, $x = (1)^{n+1} \arcsin a + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$
- $\cos x = a$ ($0 \leq a \leq 1$) $\cos x = -a$ ($-1 \leq -a \leq 0$)
 $x = \pm \arccos a + 2\pi n$, $x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x = a$ ($a \geq 0$) $\operatorname{tg} x = -a$ ($-a \leq 0$)
 $x = \operatorname{arctg} a + \pi n$, $x = -\operatorname{arctg} a + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} x = a$ ($a \geq 0$) $\operatorname{ctg} x = -a$ ($-a \leq 0$)
 $x = \operatorname{arcctg} a + \pi n$, $x = -\operatorname{arcctg} a + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

Решить уравнение:

$$a) \sin x = \frac{1}{2};$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi \cdot k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$б) \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$в) \sqrt{2} \cos x - 1 = 0;$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi \cdot k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$г) \operatorname{tg} 2x = 1;$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi \cdot k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

*Реши простейшее
тригонометрическое уравнение*

Уровень А

$$2 \cos x = \sqrt{3}$$

Уровень В

$$\sin 2x = -1$$

Уровень С

$$\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Ответы:

- 1) $\pm \frac{4\pi}{3} + 4\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
- 2) $\pm \pi/6 + 2\pi n,$
- 3) $-\pi/4 + \pi n/2,$
- 4) $-\pi/4 + \pi n,$

Пример решения методом приведения к простейшим тригонометрическим уравнениям.

* $2 \cos \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2}.$

* *Решение.*

1) $\cos \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2}/2.$

2) $3x - \frac{\pi}{4} = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$3x - \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

3) $3x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$x = \pm \frac{3\pi}{12} + \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$

Примеры уравнений.

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t = \left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$, однако,

можно использовать четность функции \cos , применить формулы приведения и упростить его.

$$2x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | \quad \div 2$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

$$\text{О: } x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$



Методы решения тригонометрических уравнений

- Разложение на множители
- Сведение к алгебраическому уравнению
- Введение вспомогательного угла
- Универсальная подстановка
- Сведение к однородному уравнению
- Использование формул преобразования суммы в произведение и обратно
- Применение формул понижения степени
- Обращение к условию равенства одноименных тригонометрических функций
- Использование свойства ограниченности функций (метод оценки)

Три основных метода решения тригонометрических уравнений:

Решение уравнений методом замены.

Решение однородных уравнений.

Решение уравнений методом разложения на множители.



Алгоритм решения тригонометрических уравнений с введением новой переменной

1. Произвести замену переменной.
2. Решить равносильное алгебраическое уравнение.
3. Произвести обратную замену.
4. Решить простейшее тригонометрическое уравнение.

1. Тригонометрические уравнения, приводимые к алгебраическим уравнениям относительно одной тригонометрической функции

Рассмотрим пример.

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0 \quad \sin x = t$$

$$2t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$D = 9 + 16 = 25, \quad t_1 = -2, \quad t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -2, \quad \text{нет решений}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}, \quad x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Задача 1Решите уравнение $2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0$.**Решение**Пусть $\sin x = t$, тогда получаем:

$$2t^2 - 7t + 3 = 0.$$

Отсюда $t_1 = 3$; $t_2 = \frac{1}{2}$.При $t = 3$ имеем $\sin x = 3$ — уравнение не имеет корней, поскольку $|3| > 1$.При $t = \frac{1}{2}$ имеем $\sin x = \frac{1}{2}$,тогда $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$,

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$$

ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$ ◀**Комментарий**

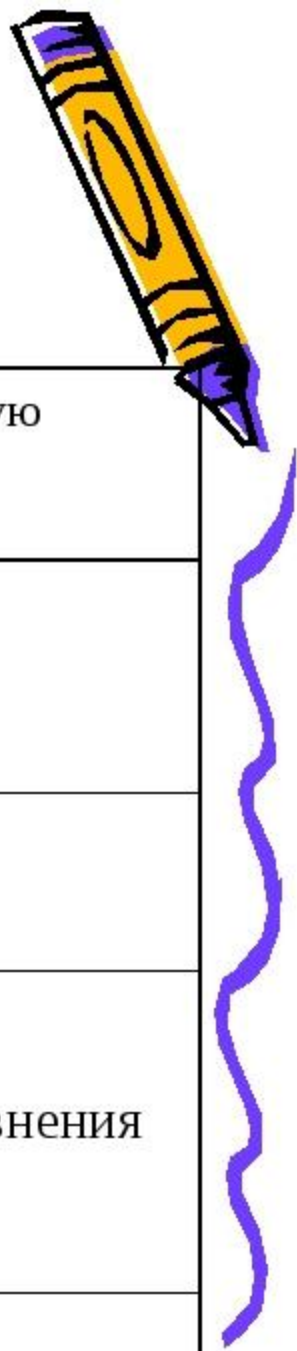
Анализируя вид этого уравнения, замечаем, что в его запись входит только одна тригонометрическая функция $\sin x$. Поэтому удобно ввести новую переменную $\sin x = t$.

После решения квадратного уравнения необходимо выполнить обратную замену и решить полученные простейшие тригонометрические уравнения.

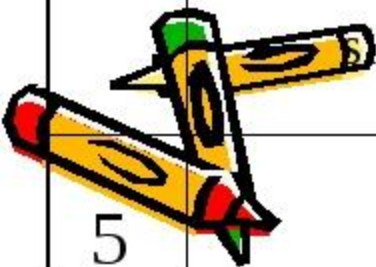
Замечание. Записывая решения задачи 1, можно при введении замены $\sin x = t$ учесть, что $|\sin x| \leq 1$, и записать ограничения $|t| \leq 1$, а далее заметить, что один из корней $t = 3$ не удовлетворяет условию $|t| \leq 1$, и после

того обратную замену выполнять только для $t = \frac{1}{2}$.

Выполните решение простейшего тригонометрического уравнения

$$2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$$


1	Пусть $k = \sin x$, тогда $2k^2 - 5k + 2 = 0$	Введем новую переменную
2	$k = 2$ или $k = \frac{1}{2}$	Решим полученное квадратное уравнение
3	$\sin x = 2$ или $\sin x = \frac{1}{2}$	Вернемся к замене
4	$\sin x = 2$ - уравнение решений не имеет, т. к. $2 \notin [-1; 1]$ $\sin x = \frac{1}{2}, \quad x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$	Решим полученные уравнения
5	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$	Запишем ответ



Метод введения новой переменной

Пример 2. $\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$

Решение.

Воспользуемся тем, что $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$.

Тогда заданное уравнение можно записать в виде

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0,$$

$$\cos^2 x - 1 + \cos^2 x - \cos x = 0,$$

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$$

Введем новую переменную : $t = \cos x$.

Тогда уравнение примет вид $2t^2 - t - 1 = 0$, откуда находим:

Так как $\cos x = t$,

Реши тригонометрическое уравнение

1 вариант

$$\sin^2 x + 5\sin x - 6 = 0$$

2 вариант

$$\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$$

взаимопроверка

проверка

1 вариант

$$\sin^2 x + 5 \sin x - 6 = 0$$

$$\sin x = t, \quad t^2 + 5t - 6 = 0$$

$$D = 25 + 24 = 49, \quad t_1 = 1, \quad t_2 = -6$$

$$\sin x = 1, \quad \sin x = -6 - \text{нет реш}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

2 вариант

$$\cos^2 x - 3 \cos x + 2 = 0$$

$$\cos x = t, \quad t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1, \quad t_1 = 1, \quad t_2 = 2$$

$$\cos x = 1, \quad \cos x = 2 - \text{нет реш}$$

$$x = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$



Методы решения тригонометрических уравнений.

2. Метод разложения на множители.

Путем разложения левой части уравнения на множители и когда правая часть равна нулю.

Пример. Решите уравнение: $2\sin 2x \cos 2x = 3\cos 2x$.

$2\sin 2x \cos 2x = 3\cos 2x$; $2\sin 2x \cos 2x - 3\cos 2x = 0$; $\cos 2x(2\sin 2x - 3) = 0$;

$$\cos 2x = 0$$

или

$$2\sin 2x - 3 = 0;$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\sin 2x = 1,5;$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z};$$

1,5 не принадлежит $[-1; 1]$,

поэтому решений нет.

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$.



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИИ

Метод подстановки (введения новой переменной)

Пример. Решите уравнение

$$2 \cos^2 x + 3 \cos x - 5 = 0.$$

Решение. $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 5 = 0.$

Пусть $y = \cos x.$

Тогда $2y^2 + 3y - 5 = 0,$

$$y_1 = 1, y_2 = -\frac{5}{2}.$$

Значит, $\cos x = 1$ или $\cos x = -\frac{5}{2},$
 $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ решений нет,

Ответ: $2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$ т. к. $|\cos x| \leq 1.$

Метод разложения на множители

Пример. Решите уравнение

$$3 \sin^2 x + \sin 2x = 0.$$

Решение. $3 \sin^2 x + \sin 2x = 0,$

$$3 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 0,$$

$$\sin x (3 \sin x + 2 \cos x) = 0,$$

$\sin x = 0$ или $3 \sin x + 2 \cos x = 0 \mid : \cos x \neq 0,$

$x = \pi k,$ $3 \operatorname{tg} x + 2 = 0,$

$$k \in \mathbb{Z}; \quad \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3},$$

$$x = -\operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Однородные тригонометрические уравнения

1) Однородные уравнения первой степени – это уравнения вида: $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = 0$

Т.к. $\sin x$ и $\cos x$ одновременно не равны нулю, то решаются такие уравнения делением на $\cos x$ (или $\sin x$) и методом введения новой переменной.

Получим уравнение: $a \cdot \operatorname{tg} x + b = 0$

Пример. Решите уравнение $\sin x + 2 \cos x = 0$.

Решение: Разделим обе части уравнения на $\cos x \neq 0$.

Получим
$$\frac{\sin x}{\cos x} + 2 \frac{\cos x}{\cos x} = 0$$

$$\operatorname{tg} x + 2 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -2$$

$$x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\operatorname{arctg} 2 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

Решение однородных тригонометрических уравнений второй степени

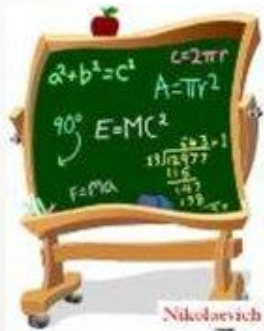
Решить уравнение:

$$\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 0,$$

$$\cos x (\sqrt{3} \sin x + \cos x) = 0,$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,$$



$$\text{или } \sqrt{3} \sin x + \cos x = 0,$$

Разделим на $\cos x \neq 0$

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$x = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

● Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n, -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Однородные уравнения (n - й степени)

$$a_0 \sin^n x + a_1 \sin^{n-1} x \cos x + \dots + a_{n-1} \sin x \cos^{n-1} x + a_n \cos^n x = 0,$$

1-й степени $a \sin x + b \cos x = 0$

2-й степени $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$

Пример 1. Решите уравнение и т. д.

$$2 \sin x - 5 \cos x = 0.$$

Решение. $2 \sin x - 5 \cos x = 0 \mid : \cos x \neq 0,$

$$2 \operatorname{tg} x - 5 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = 2,5,$$

$$x = \operatorname{arctg} 2,5 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\operatorname{arctg} 2,5 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

Пример 2. Решите уравнение

$$\sin^2 x - \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0.$$

Решение.

$$\sin^2 x - \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0 \mid : \cos^2 x \neq 0,$$

$$\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 2 = 0.$$

Пусть $y = \operatorname{tg} x.$

Тогда $y^2 - y - 2 = 0,$

$$y_1 = -1, y_2 = 2.$$

Значит, $\operatorname{tg} x = -1$ или $\operatorname{tg} x = 2,$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

ОДНОРОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$$

$$3\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cos x} - 2\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$3\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 2 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = t$$

$$\operatorname{tg} x = -1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{2}{3}$$

$$3t^2 + t - 2 = 0$$

$$x_1 = -\operatorname{arctg} 1 + \pi n$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = -1$$

$$t = \frac{2}{3}$$

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

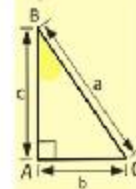
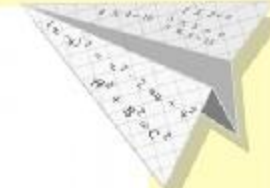
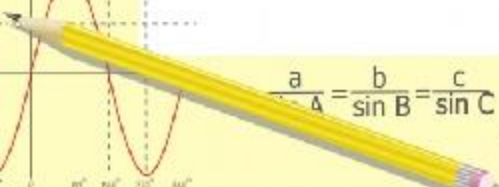
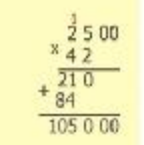
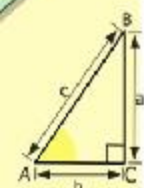
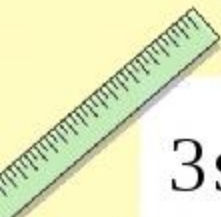
$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

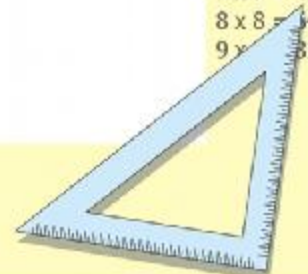
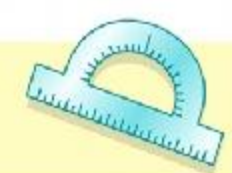
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



Методы решения простейших тригонометрических уравнений



$$6\sin^2 x + \sin x = 2;$$

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$$

$$2\cos x - 3\sin x \cos x = 0$$

Типы тригонометрических уравнений

Простейшие тригонометрические уравнения	1) $\sqrt{2} \cos x + 1 = 0$ 2) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$
Уравнения, приводимые к квадратным	3) $5 \cos^2 x + 6 \sin x - 6 = 0$
Однородные тригонометрические уравнения	4) $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$ 5) $\sin \frac{x}{2} = \sqrt{3} \cos \frac{x}{2}$

$$6\sin^2 x + 5\cos x - 2 = 0$$

Метод замены
переменной

$$\sin^2 x - \sin 2x = 0$$

Метод разложения
на множители

$$\cos 6x + \cos 2x = 0$$

Метод преобразования
суммы
в произведение

$$3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$$

Метод однородных
уравнений

$$x^2 - 16x + 67 = \sqrt{\sin \frac{\pi x}{16} + 8}$$

Применение
ограниченности
функции

Типы тригонометрических уравнений

Проверочная работа

1 вариант

1) $2\sin 2x = 1;$

2) $2\sin^2 x - 5\cos x + 1 = 0;$

3) $\sin^2 x - \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0;$

4) $\cos 4x + \cos 2x = 0;$

5) $6\sin^2 x + 1,5\sin 2x = 0;$

2 вариант

1) $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1;$

2) $2\cos^2 x + 3\sin x = 0;$

3) $\sin 3x - \sqrt{3}\cos 3x = 0;$

4) $\sin 3x + \sin 5x + \sin 4x = 0;$

5) $\cos^2 x + \sin 2x = 0;$

ОДНОРОДНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Пример 3 $3\sin^2 x - 4\sin x \cdot \cos x + 5\cos^2 x = 2$

$$3\sin^2 x - 4\sin x \cdot \cos x + 5\cos^2 x = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$3\sin^2 x - 4\sin x \cdot \cos x + 5\cos^2 x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x - 4\sin x \cdot \cos x + 3\cos^2 x = 0 \quad | : \cos^2 x$$

$$\operatorname{tg}^2 x - 4\operatorname{tg} x + 3 = 0$$

Пусть $\operatorname{tg} x = a, a \in R; \quad a^2 - 4a + 3 = 0 \quad a = 3, a = 1$

$$\operatorname{tg} x = 3$$

$$\operatorname{tg} x = 1$$

$$x = \operatorname{arctg} 3 + \pi k, k \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z.$$

Виды тригонометрических уравнений

Простейшие
тригонометрические уравнения

$$\sin x = a$$

$$\cos x = a$$

$$\operatorname{tg} x = a$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$

Однородные

1) Первой степени:

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = 0$$

Т.к. $\sin x$ и $\cos x$ одновременно не равны нулю, то разделим обе части уравнения на $\cos x$. Получим: простое уравнение

$$a \cdot \operatorname{tg} x + b = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = m$$

Сводимые к квадратным

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x + c = 0$$

Пусть $\sin x = p$, где $|p| \leq 1$,

тогда

$$a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0$$

Найти корни, вернуться к замене и решить простые уравнения.

2) Второй степени:

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x \cdot \cos x + c \cdot \cos^2 x = 0$$

Разделим обе части на $\cos^2 x$.

Получим квадратное уравнение:

$$a \cdot \operatorname{tg}^2 x + b \cdot \operatorname{tg} x + c = 0.$$

Рекомендации по решению тригонометрических уравнений

- Свести уравнение к одной функции
- Свести к одному аргументу

Некоторые методы решения тригонометрических уравнений

- Применение тригонометрических формул
- Использование формул сокращённого умножения
- Разложение на множители
- Сведение к квадратному уравнению относительно $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$
- Введением вспомогательного аргумента
- Делением обеих частей однородного уравнения первой степени ($a \sin x + b \cos x = 0$) на $\cos x$
- Делением обеих частей однородного уравнения второй степени ($a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$) на $\cos^2 x$