

# *Иркутский филиал* **Московского государственного технического университета гражданской авиации**



## ***Боинг – 747***

*(первый полет в 1969 г., выпущено 1419 самолетов)*

**Дальность - 14 000 км,**

**Количество пассажиров – 524,**

**Вес топлива – 240 т,**

**Двигатели - 4x281 кН,**

**Длина – 70 м,**

**Высота – 19,4 м,**

**Экипаж – 2 чел.**

## ***Лекция 1***

## **ОСНОВЫ СИМВОЛИЧЕСКОГО МЕТОДА**

# опд.Ф.04.1 Теоретические основы электротехники

**Кобзарь Владимир Анатольевич**, кандидат  
физико-математических наук, доцент.

Область научных интересов: распространение радиоволн декаметрового диапазона, адаптация радиотехнических систем к условиям распространения, радиоизмерительные системы и комплексы для эксплуатации бортового РЭО.

Тел. 96-34-36

E-mail: [kobvlad@rambler.ru](mailto:kobvlad@rambler.ru)

**РАЗДЕЛ 1. Основы теории цепей переменного синусоидального тока**

**РАЗДЕЛ 2. Переходные процессы в линейных электрических цепях**

# Литература

## Основная литература

1	Бессонов Д.А.	Теоретические основы электротехники	– М.: Гардарики , 2007.	20	90%	
2	Атабеков Г.И.	Теоретические основы электротехники линейные электрические цепи	– М.: Лань , 2009.	35	70%	
2	Шебес М.Р.	Задачник по теоретическим линейным электрическим цепям	– М.: Высшая школа , 1982.	110	10%	

Слайды лекций – опорный конспект

Тексты лекций

# Тема 1. Основы символического метода

## Лекция 1 (2 часа)

### Изучаемые вопросы:

- 1.1. Основные понятия и определения
- 1.2. Представление синусоидальных величин комплексными числами
- 1.3. Электрическая цепь синусоидального тока с сопротивлением
- 1.4. Электрическая цепь синусоидального тока с катушкой индуктивности
- 1.5. Электрическая цепь синусоидального тока с конденсатором
- 1.6. Электрическая цепь синусоидального тока с сопротивлением и катушкой индуктивности
- 1.7. Электрическая цепь синусоидального тока с сопротивлением и конденсатором

---

Лектор – к.ф.м.н., доцент Кобзарь В.А.

# В.1. Задачи и содержание дисциплины

**Получить знания по:** теоретическим основам электротехники.  
**Изучить:** Основы теории цепей постоянного и переменного синусоидального тока;  
**Переходные процессы в линейных электрических цепях**

Лекции (10 ч.)

Лабораторные  
Работы (12 ч.)

Самостоятельная  
работа (128 ч.)

Контрольная  
работа

Контроль усвоения учебного материала

Защита  
курсовых работ  
(до 10 апреля)

Защита  
Лабораторных  
работ  
(в процессе  
занятий)

Экзамен

# Выписка из ГОС по направлению 652700 Испытания и эксплуатация авиационной и ракетно-космической техники

ОПД.Ф.04 Электротехника и электроника.

*ОПД.Ф.04.1 Теоретические основы электротехники.*

Основные понятия и законы электромагнитного поля и теории электрических и магнитных цепей; теория линейных электрических цепей (цепи постоянного, синусоидального и несинусоидального токов), методы анализа линейных цепей с двухполюсными и многополюсными элементами; трехфазные цепи; переходные процессы в линейных цепях и методы их расчета; нелинейные электрические и магнитные цепи постоянного и переменного тока; переходные процессы в нелинейных цепях; аналитические и численные методы анализа нелинейных цепей; цепи с распределенными параметрами (установившийся и переходный режимы); цифровые (дискретные) цепи и их характеристики; теория электромагнитного поля, электростатическое поле; стационарное электрическое и магнитное поля; переменное электромагнитное поле; поверхностный эффект и эффект близости; электромагнитное экранирование; численные методы расчета электромагнитных полей при сложных граничных условиях; современные пакеты прикладных программ расчета электрических цепей и электромагнитных полей на ЭВМ.

# 1.1. Основные понятия определения

Переменным электрическим током называют электрический ток, изменяющийся с течением времени.

Периодические электрические токи - электрические токи, мгновенные значения которых повторяются через равные промежутки времени.

Наиболее широкое применение получили периодические токи, являющиеся синусоидальными функциями времени или синусоидальные токи.

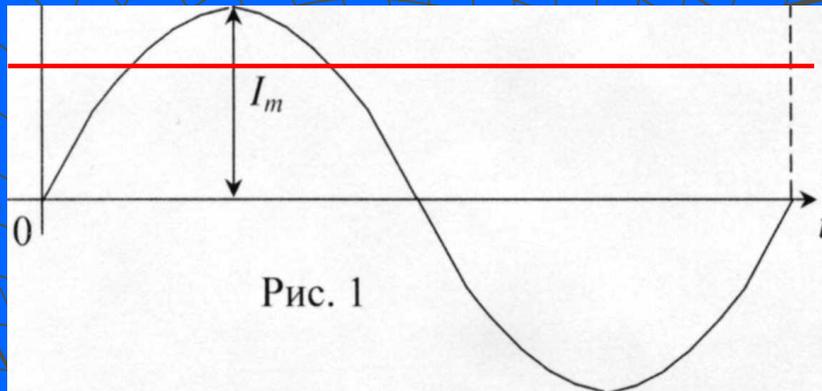
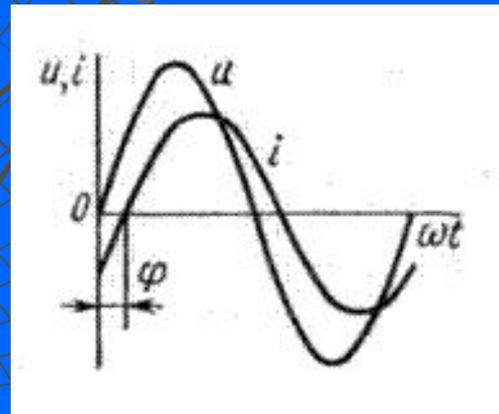


Рис. 1



*Мгновенный ток*  
- ...?????

*Амплитуда* - ...??

$$i = I_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \psi\right) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$$

$$f = \frac{1}{T}, \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

*Период переменного тока* - ...??????

*Частота электрического тока* - ...

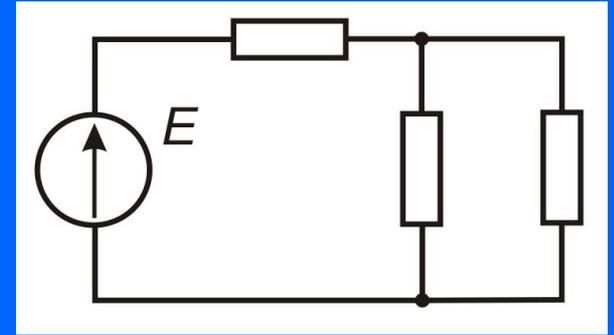
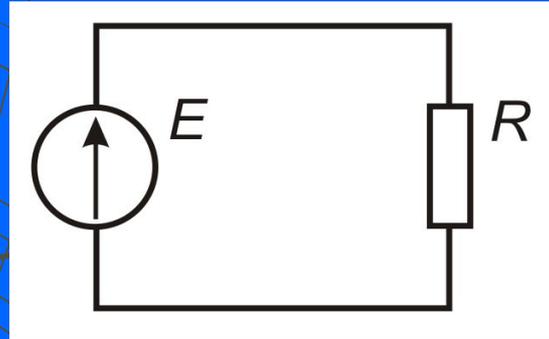
*Сдвиг фаз между синусоидальными величинами* - ...

*Угловая частота синусоидального электрического тока* - ...

*Действующее значение переменного синусоидального тока* - ...

**Электрическая цепь** — совокупность устройств, элементов, предназначенных для протекания электрического тока, электромагнитных процессов, в которых могут быть описаны с помощью понятий сила тока и напряжение. Различают неразветвленные и разветвленные электрические цепи

Изображение электрической цепи с помощью условных знаков называют - *электрической схемой*



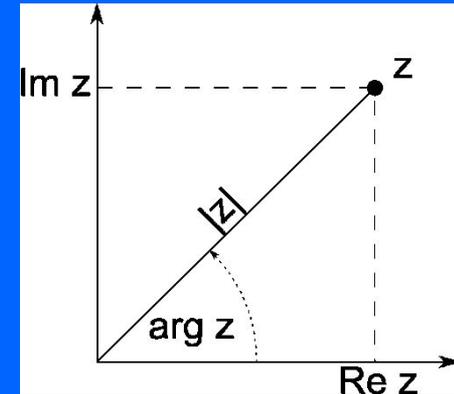
**Ветвь** - участок цепи, образованный последовательно соединенными элементами (через которые течет одинаковый ток) и заключенный между двумя узлами. В свою очередь **узел** есть точка цепи, в которой сходятся не менее трех ветвей.

**Линейной электрической цепью** называют такую цепь, все компоненты которой линейны. К линейным компонентам относятся идеализированные источники токов и напряжений, резисторы (подчиняющиеся закону Ома), и любые другие компоненты, описываемые линейными дифференциальными уравнениями, наиболее известны электрические конденсаторы и индуктивности. Если цепь содержит отличные от перечисленных компоненты, то она называется **нелинейной**.

# Применение комплексных чисел для расчетов сложных цепей гармонического тока

## Модуль и аргумент комплексного числа

Пусть  $z = x + jy$  — комплексное число, где  $x$  и  $y$  — вещественные числа. Числа  $x$  и  $y$  называются соответственно вещественной и мнимой частями  $z$ .



## Переход от алгебраической формы записи комплексного числа к показательной

Пусть комплекс сопротивления дан в алгебраической форме записи:

$$Z = R + jX = 4 + j3$$

Модуль комплекса сопротивления  $Z$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

Аргумент (угол) комплекса сопротивления  $Z$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{3}{4} = 36,87^\circ$$

Тогда комплекс сопротивления  $Z$  в показательной форме (в форме записи в полярных координатах) будет

$$\underline{Z} = 4 + j3 = 5e^{j36,87^\circ}$$

# Переход от показательной формы записи комплексного числа к алгебраической

Пусть комплекс сопротивления дан в показательной форме записи


$$\underline{Z} = 5e^{j36,87^\circ} = 5 \angle 36,87^\circ = Z \angle \varphi_z$$

Резистивное сопротивление


$$R = Z \cos \varphi = 5 \cos 36,87^\circ = 4$$

Реактивное сопротивление комплекса Z


$$X = Z \sin \varphi = 5 \sin 36,87^\circ = 3$$

Комплексное сопротивление запишется


$$\underline{Z} = R + jX = 4 + j3$$

В общем виде запись 2-х вышеприведенных примеров выглядит:


$$\underline{Z} = 4 + j3 = 5 \cos 36,87^\circ + j5 \sin 36,87^\circ = 5e^{j36,87^\circ}$$

## Сложение комплексных чисел

Суммой двух комплексных чисел  $z_1=x_1+jy_1$  и  $z_2=x_2+jy_2$  называется комплексное число, определяемое равенством

$$z_1+z_2=(x_1+x_2)+j(y_1+y_2)$$

## Вычитание комплексных чисел

$$z=z_1-z_2=(x_1-x_2)+j(y_1-y_2)$$

## Умножение комплексных чисел

$$z=z_1 \cdot z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + j(x_1 y_2 + y_1 x_2)$$

$$j^2 = -1.$$

## Деление комплексных чисел

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + j \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}$$

Умножение и деление комплексных чисел удобнее производить в показательной форме записи

### Умножение

$$Z = 8 \cdot \angle j^{30}$$

$$I = 6 \cdot \angle j^{-15}$$

При умножении комплексных чисел модули этих комплексных чисел перемножаются, а аргументы (углы) складываются

$$\begin{aligned} \text{Тогда } U &= Z \cdot I = \\ &= 8 \cdot \angle j^{30} \cdot 6 \cdot \angle j^{-15} = 48 \cdot \angle j^{15}. \end{aligned}$$

Пусть

# 1.2. Представление синусоидальных величин комплексными числами

В электротехнике для расчета синусоидальных цепей используется так называемый комплексный метод расчета (или операторный метод), основанный на законах Кирхгофа.

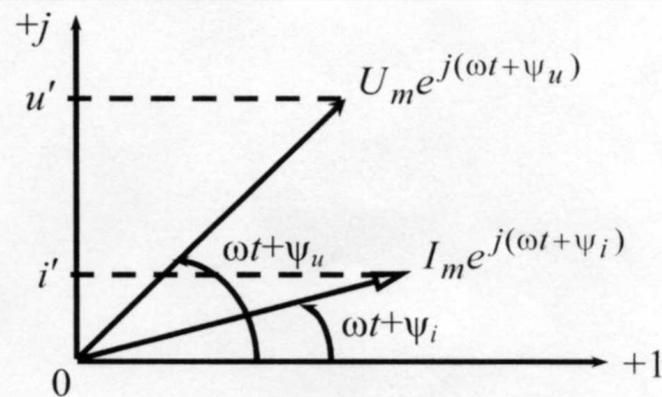
Сущность комплексного метода заключается в замене синусоидальных функций времени векторами, расположенными на комплексной плоскости.

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$$

Формула Эйлера

Такая замена позволяет применить к решению задач электротехники хорошо разработанный аппарат алгебры комплексных чисел.

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$
$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

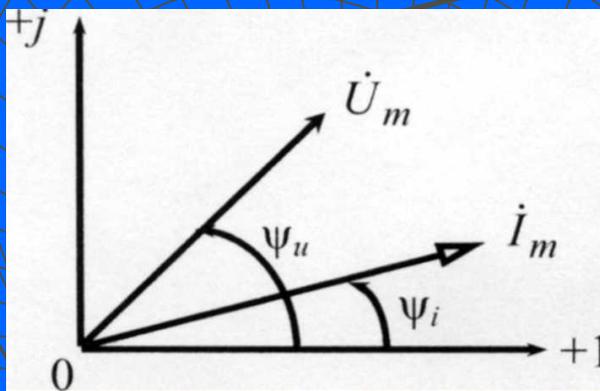


$$I_m \cdot e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m \cdot e^{j\psi_i} \cdot e^{j\omega t} = \dot{I}_m \cdot e^{j\omega t}$$

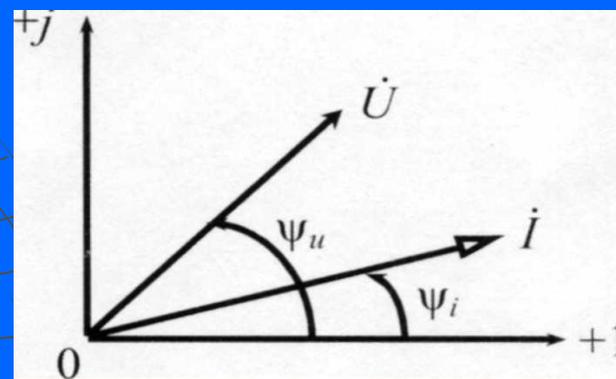
$$U_m \cdot e^{j(\omega t + \psi_u)} = U_m \cdot e^{j\psi_u} \cdot e^{j\omega t} = \dot{U}_m \cdot e^{j\omega t}$$

$$\dot{I}_m = I_m \cdot e^{j\psi_i}$$

$$\dot{U}_m = U_m \cdot e^{j\psi_u}$$



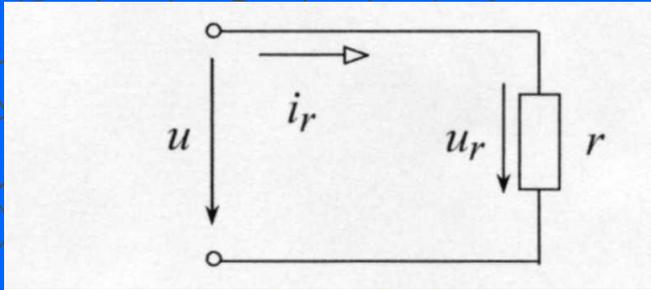
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$



Пример перехода от оригинала- синусоидальной функции к ее изображению в виде комплексных токов и напряжений

$$u = 282 \sin(\omega t + 45^\circ), \quad \dot{U}_m = 282 e^{j45^\circ}, \quad \dot{U} = \frac{282}{\sqrt{2}} e^{j45^\circ} = 200 e^{j45^\circ}$$

# 1.3. Электрическая цепь синусоидального тока с сопротивлением



$$u = U_m \cdot \sin \omega t \quad (1)$$

$$u_r - u = 0 \quad (2) \quad \text{Закон Кирхгофа}$$

$$u_r = i \cdot r \quad (3)$$

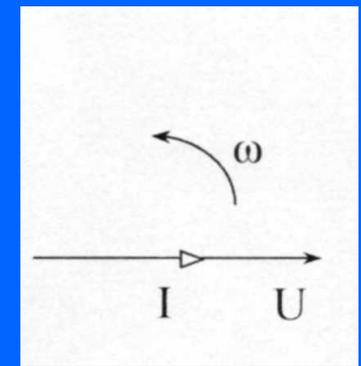
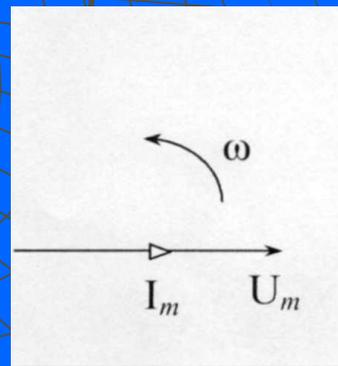
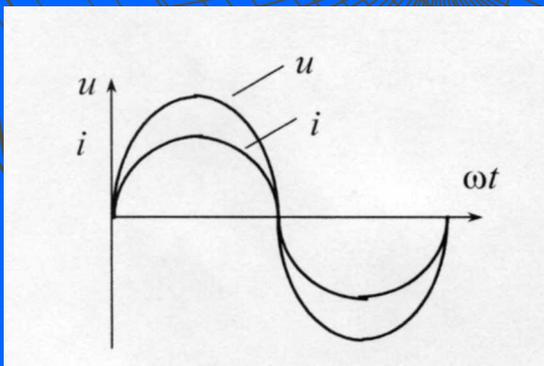
$$i = \frac{u_r}{r} \quad \text{Закон Ома мгновенных значений}$$

$$i r = U_m \cdot \sin \omega t \Rightarrow i = \frac{U_m}{r} \cdot \sin \omega t = I_m \sin \omega t \quad (4),$$

Поделив на  $\sqrt{2}$ , получим,  $I = \frac{U}{r}$  закон Ома действующих значений где  $I_m = \frac{U_m}{r}$  закон Ома амплитудных значений

Сравнивая выражения (1) и (4), видим, что напряжение и ток имеют одинаковые начальные фазы

*Временной график и векторная диаграмма напряжения и тока для резистора*



# 1.4. Электрическая цепь синусоидального тока с катушкой индуктивности

$$u = U_m \cdot \sin \omega t \quad (1)$$

$$u_L - u = 0 \quad (2) - \text{Закон Киргофа}$$

$$u_L = -e_L = -\frac{d\psi}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (3), - e_L \text{ ЭДС самоиндукции}$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{u_L}{L} \Rightarrow i = \int \frac{u_L}{L} dt, \text{ подставив из (1) и (2)}$$

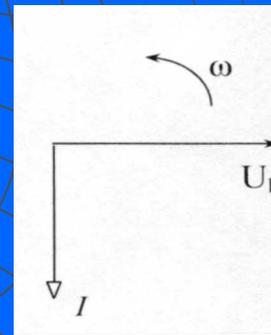
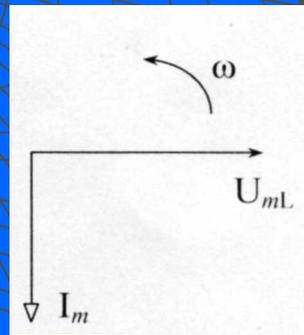
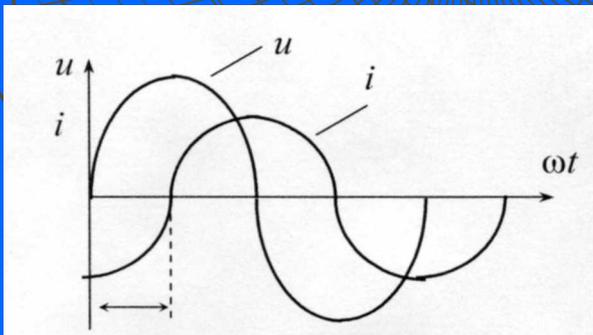
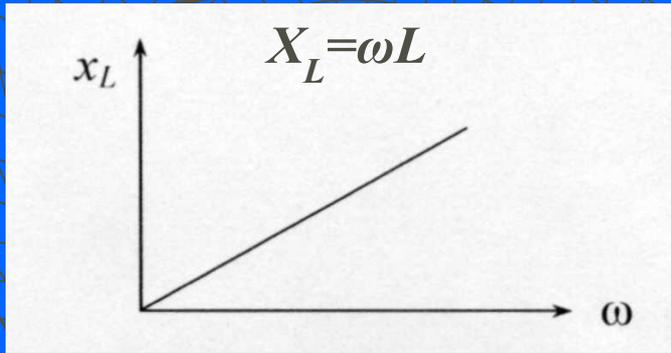
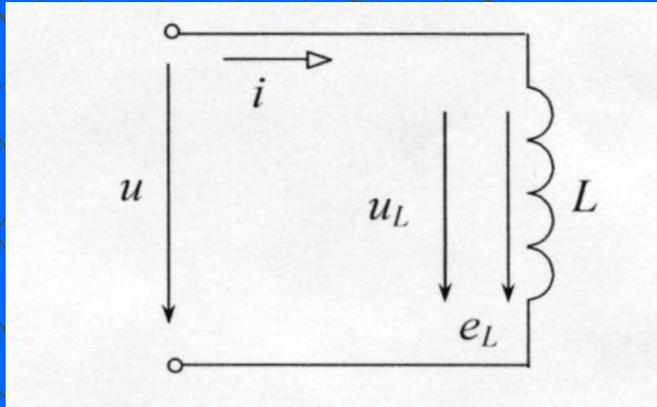
$$i = \int \frac{U_m \cdot \sin \omega t}{L} dt = \frac{-U_m}{\omega L} \cos \omega t = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (3).$$

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{X_L}, \text{ где } X_L - \text{индуктивное сопротивление}$$

$$I_m = \frac{U_m}{X_L} \quad \text{è} \quad I = \frac{U}{X_L}$$

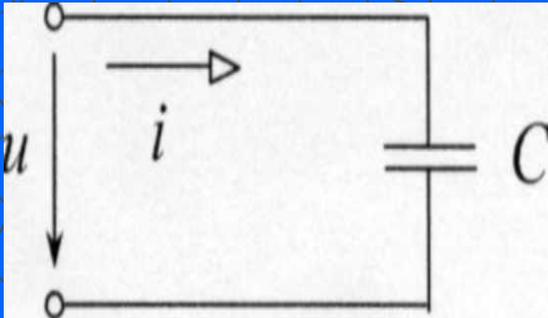
**Законы Ома** для амплитудных и действующих значений

Сравнивая (1) и (3) видно, что ток в катушке индуктивности отстает от приложенного напряжения на  $\pi/2$ .



**Временной график и векторные диаграммы напряжения и тока для цепи с катушкой индуктивности**

# 1.5. Электрическая цепь синусоидального тока с конденсатором

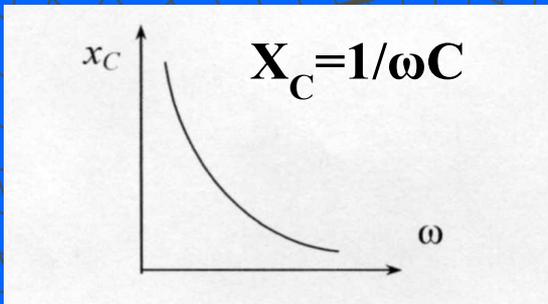


$$u = U_m \cdot \sin \omega t \quad (1)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = C \frac{dU_m \cdot \sin \omega t}{dt} = CU_m \frac{d \sin \omega t}{dt} \quad (2),$$

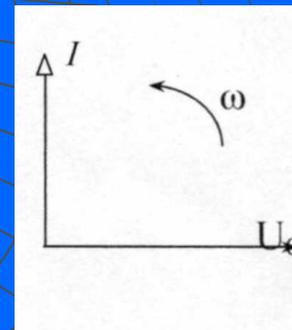
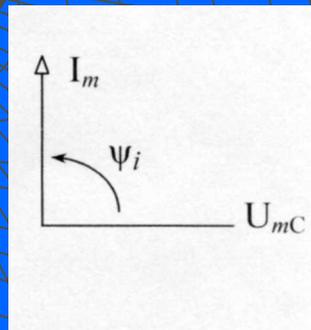
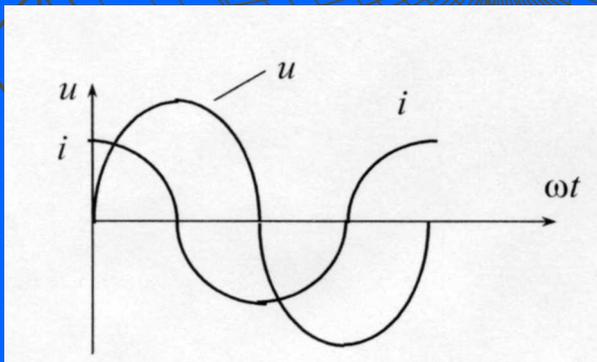
продифференцировав (2) получаем

$$i = CU_m \omega \cos \omega t = CU_m \omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \frac{U_m}{1/\omega C} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (3)$$

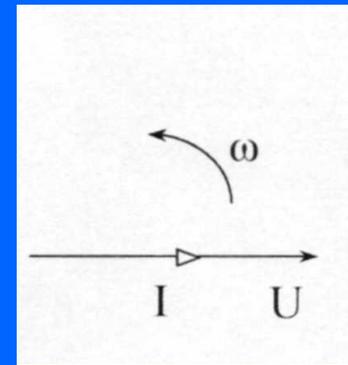
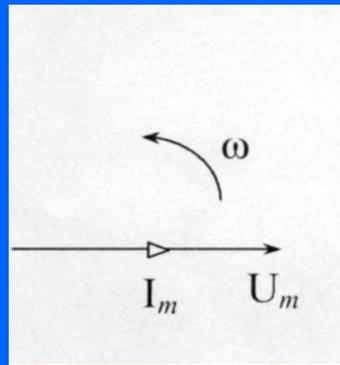
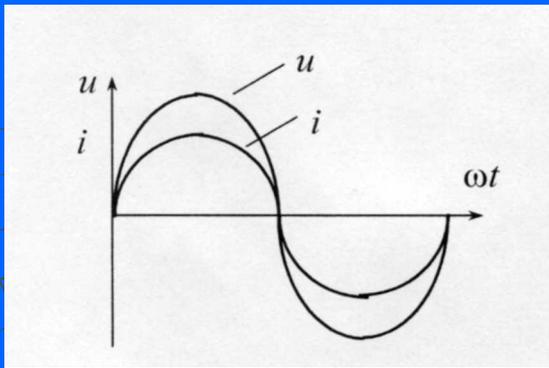


$$I_m = \frac{U_m}{1/\omega C} = \frac{U_m}{X_C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \text{ — емкостное сопр.}$$

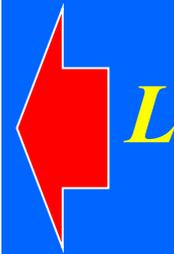
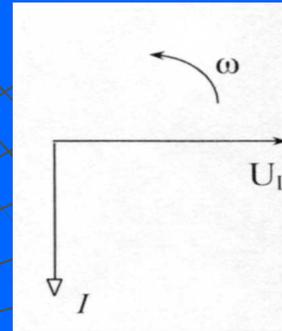
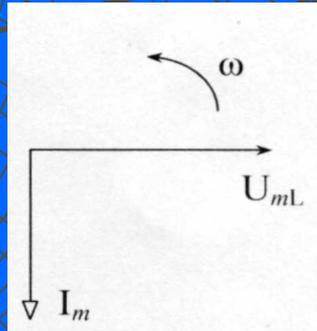
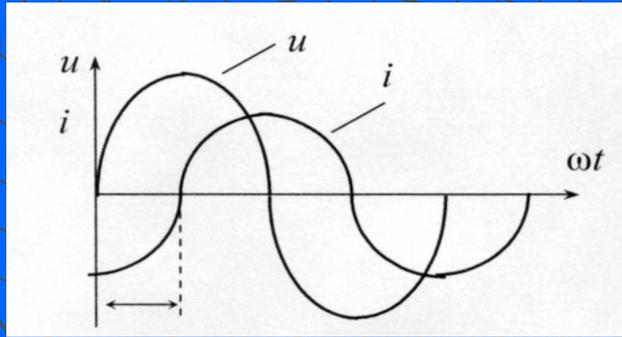
Сравнив выражения (1) и (3), можно сделать вывод о том, что на участке цепи с конденсатором ток опережает напряжение на угол  $90^\circ$



**Временной график и векторные диаграммы напряжения и тока для цепи с конденсатором**

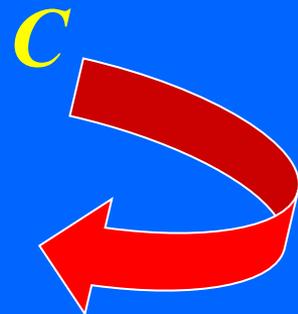
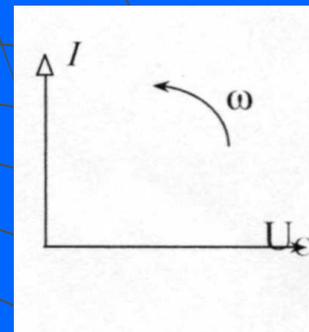
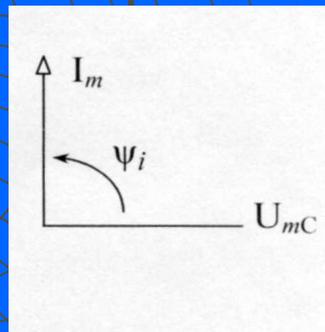
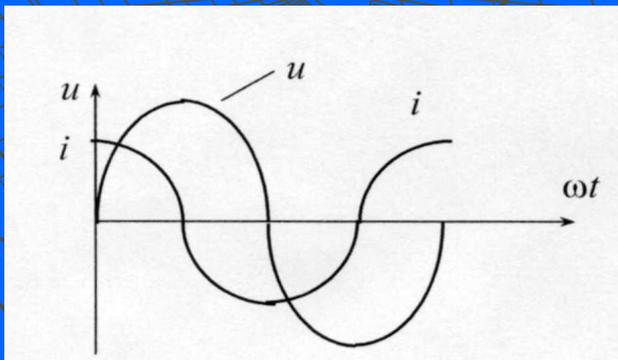


**R**



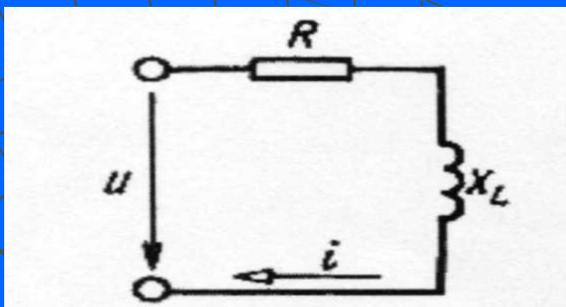
**L**

**Графики и векторные диаграммы**



**C**

# 1.6. Электрическая цепь синусоидального тока с сопротивлением и катушкой индуктивности



$$i = I_m \cdot \sin \omega t \quad (1)$$

$$U_R = U_{Rm} \cdot \sin \omega t \quad (2)$$

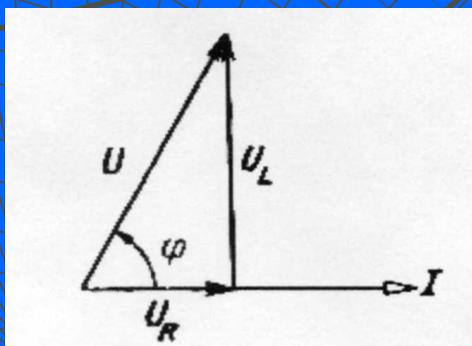
$$U_L = U_{Lm} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (3)$$

$$U = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

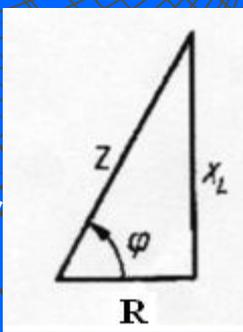
$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{I^2 R^2 + I^2 X_L^2} = I \sqrt{R^2 + X_L^2},$$

$$\Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Треугольник напряжений



Треугольник сопротивлений



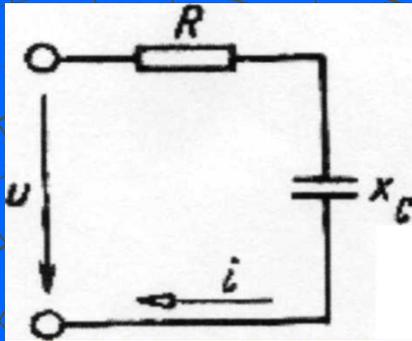
$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$  — полное сопротивление цепи

$I = U / Z$  закон Ома

$\operatorname{tg} \varphi = X_L / R$  или  $\cos \varphi = R / Z$

Для последовательной цепи принято отсчитывать угол  $\varphi$  от вектора тока  $I$ . Поскольку вектор  $U$  сдвинут по фазе относительно вектора  $I$  на угол  $\varphi$  против часовой стрелки, этот угол имеет положительное значение

# 1.7. Электрическая цепь синусоидального тока с сопротивлением и конденсатором



$$i = I_m \cdot \sin \omega t \quad (1)$$

$$U_R = U_{Rm} \cdot \sin \omega t \quad (2)$$

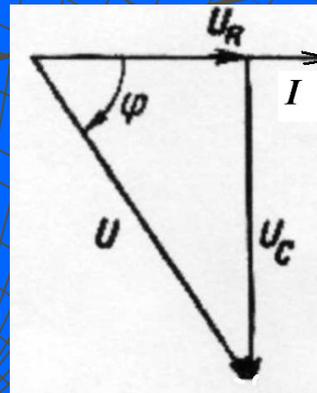
$$U_C = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (3)$$

$$U = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

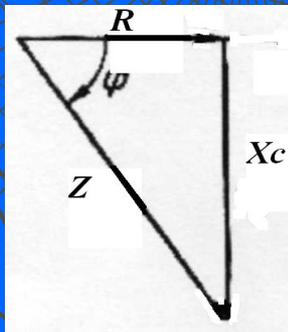
$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{I^2 R^2 + I^2 X_C^2} = I \sqrt{R^2 + X_C^2},$$

$$\Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

Треугольник напряжений



Треугольник сопротивлений

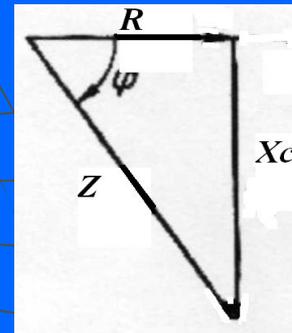
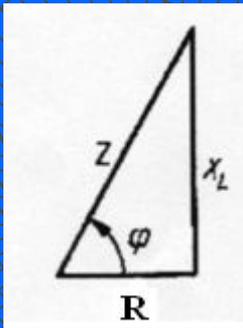
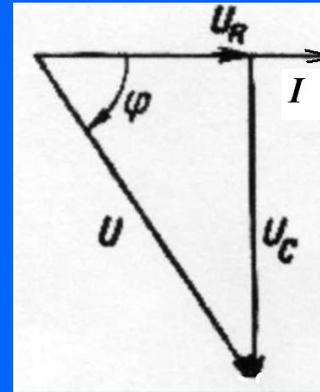
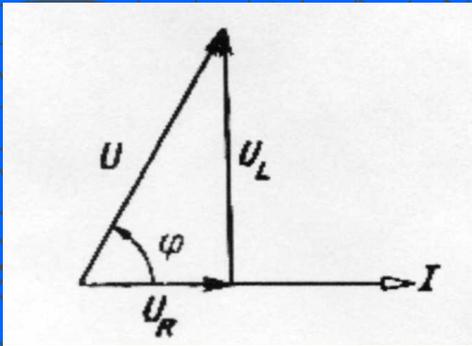
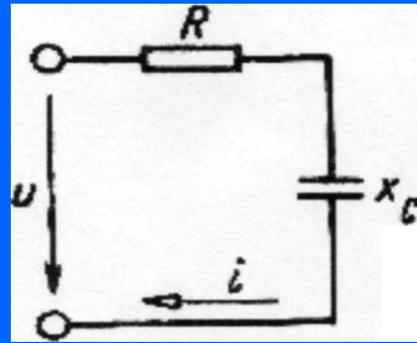
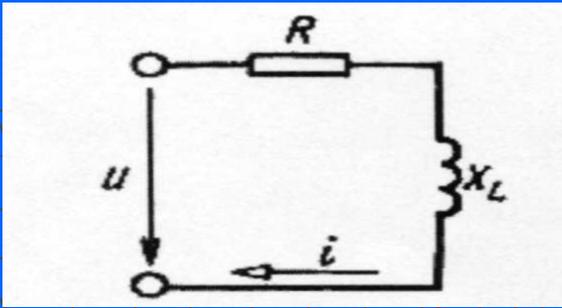


$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$  — полное сопротивление цепи

$I = U / Z$  закон Ома

$\text{tg} \varphi = -X_C / R$  или  $\cos \varphi = R / Z$

Для последовательной цепи принято отсчитывать угол  $\varphi$  от вектора тока  $I$ . Поскольку вектор  $U$  сдвинут по фазе относительно вектора  $I$  на угол  $\varphi$  по часовой стрелке, то угол имеет отрицательное значение



$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$I = U / Z \quad \text{закон Ома}$$

$$\text{tg} \varphi = X_L / R \quad \text{или} \quad \cos \varphi = R / Z$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$I = U / Z \quad \text{закон Ома}$$

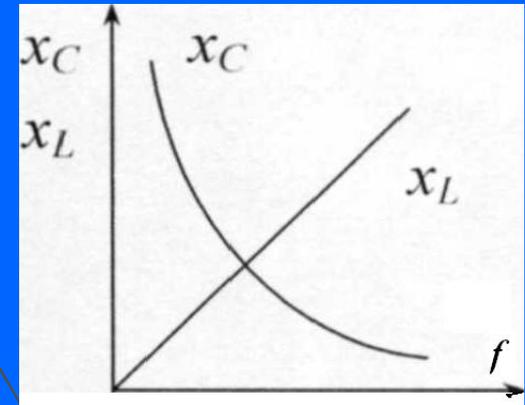
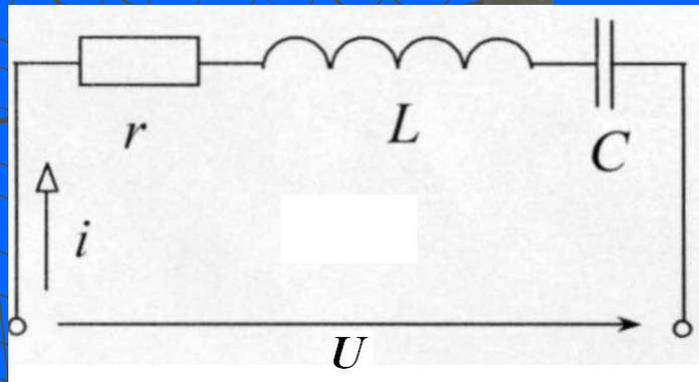
$$\text{tg} \varphi = -X_C / R \quad \text{или} \quad \cos \varphi = R / Z$$

# 1.8. Цепь с последовательным соединением R, L, C. Векторные диаграммы напряжений и токов

Расчет рассматриваемой цепи произведем для действующих значений величин. В цепи имеются два реактивных элемента, сопротивления которых зависят от частоты питающего напряжения. Изменяя частоту питающего напряжения, можно добиться такого положения, когда одно из реактивных сопротивлений будет больше другого или когда они будут равны

$$x_L = 2\pi f L$$

$$x_C = \frac{1}{2\pi f C}$$



$$U_R + U_L + U_C = U$$

$$i = I_m \sin \omega t \quad (1)$$

$$i \cdot r + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \sin(\omega t + \psi) \quad (2)$$

подставляя (1) в (2)

$$r \cdot I_m \sin \omega t + \omega L I_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + \psi) \text{ или}$$

$$r \cdot I_m \sin \omega t + \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) + \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t - 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

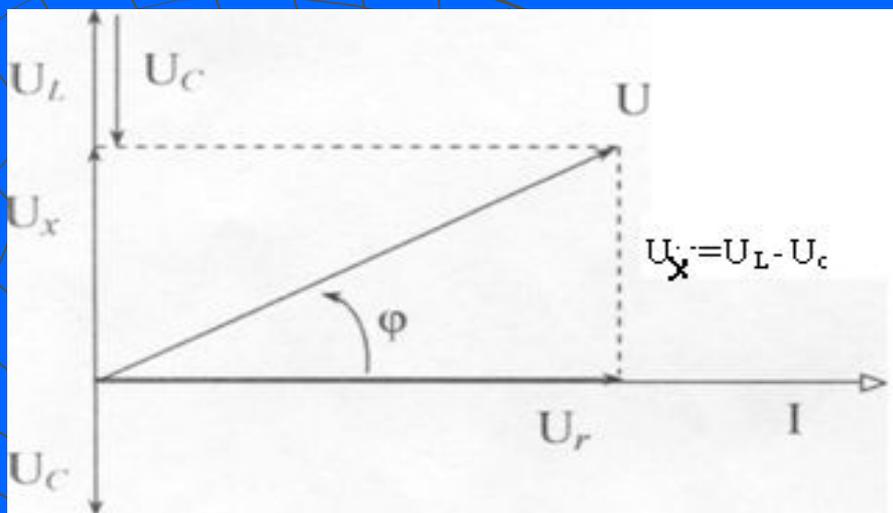
Исходя из рис., рассматриваемая цепь может работать в трех режимах:

$$X_L > X_C;$$

$$X_L < X_C;$$

$$X_L = X_C.$$

Сумме мгновенных значений синусоидальных функций соответствует геометрическая сумма векторов, изображающих эти функции. Построим векторную диаграмму при  $X_L > X_C$  в следующей последовательности:



$$U = \sqrt{U_r^2 + (U_L^2 - U_C^2)},$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_x}{U_r}$$

Цепь для источника создает активно-индуктивный характер нагрузки

Наличие сдвига фаз между напряжением источника и током в цепи указывает на то, что наряду с активной мощностью, расходуемой в активном сопротивлении, в цепи имеет место и обмен энергиями между реактивными элементами и источником (реактивная мощность).

1. Вектор тока отложим вправо горизонтально от нулевой точки;
2. Вектор  $U_r$  отложим параллельно вектору тока, т.к. в цепи с резистором ток и напряжение совпадают по фазе;
3. Вектор  $U_L$  опережает ток по фазе на угол  $90^\circ$ , поэтому откладываем его по отношению к вектору тока против часовой стрелки;
4. Вектор  $U_C$  отстает от тока по фазе на угол  $90^\circ$ , поэтому откладываем его по отношению к вектору тока по часовой стрелке. Так как в цепи ток на всех участках одинаков, а по условию  $X_L > X_C$ , то и  $U_L > U_C$