

# Урок

## «Средняя линия треугольника»

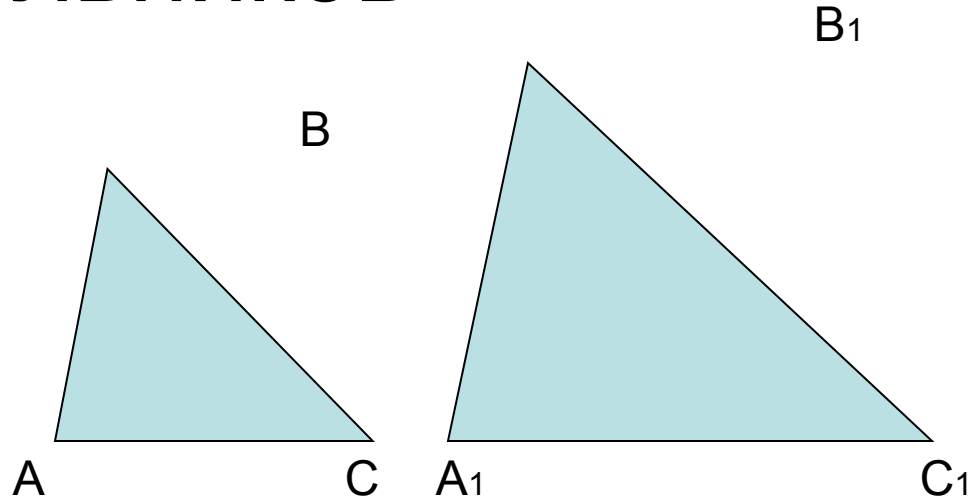
Тема: Применение подобия к  
доказательству теорем и  
решению задач

# Определение подобных треугольников

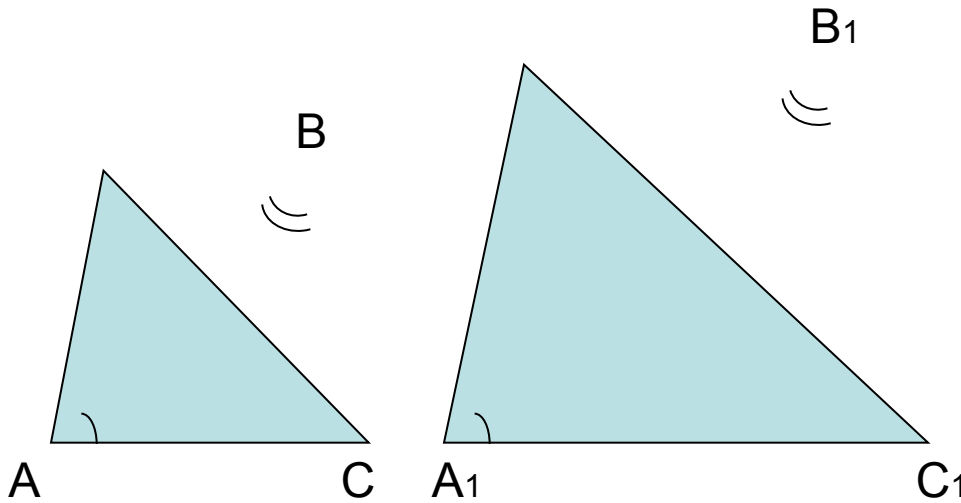
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

$$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1 \quad \angle C = \angle C_1$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



# I признак подобия треугольников



Дано:

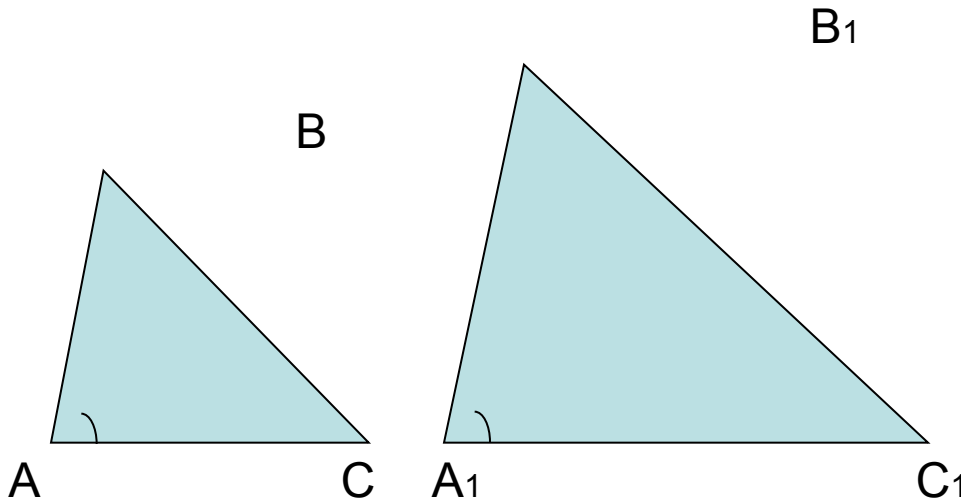
$$\triangle ABC \quad \triangle A_1B_1C_1$$

$$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1$$

Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

# II признак подобия треугольников



Дано:

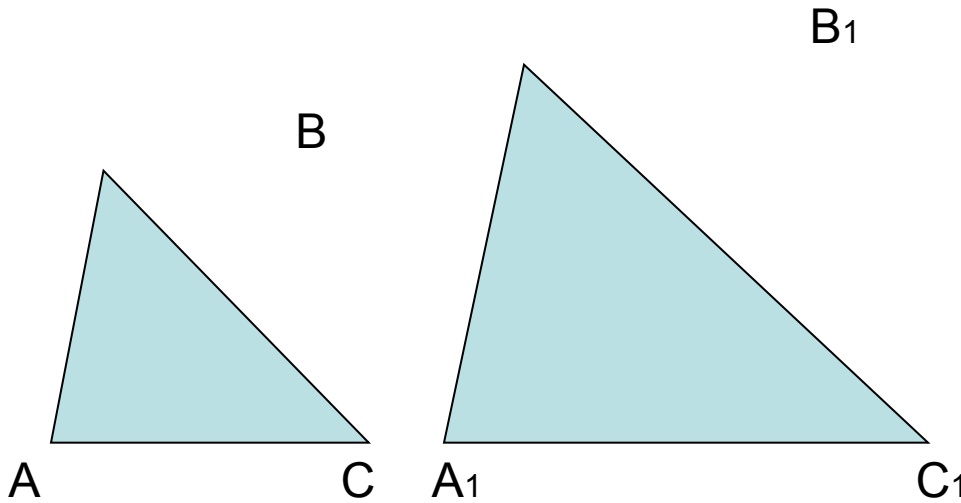
$$\triangle ABC \quad \triangle A_1B_1C_1$$

$$\angle A = \angle A_1 \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

# III признак подобия треугольников



Дано:

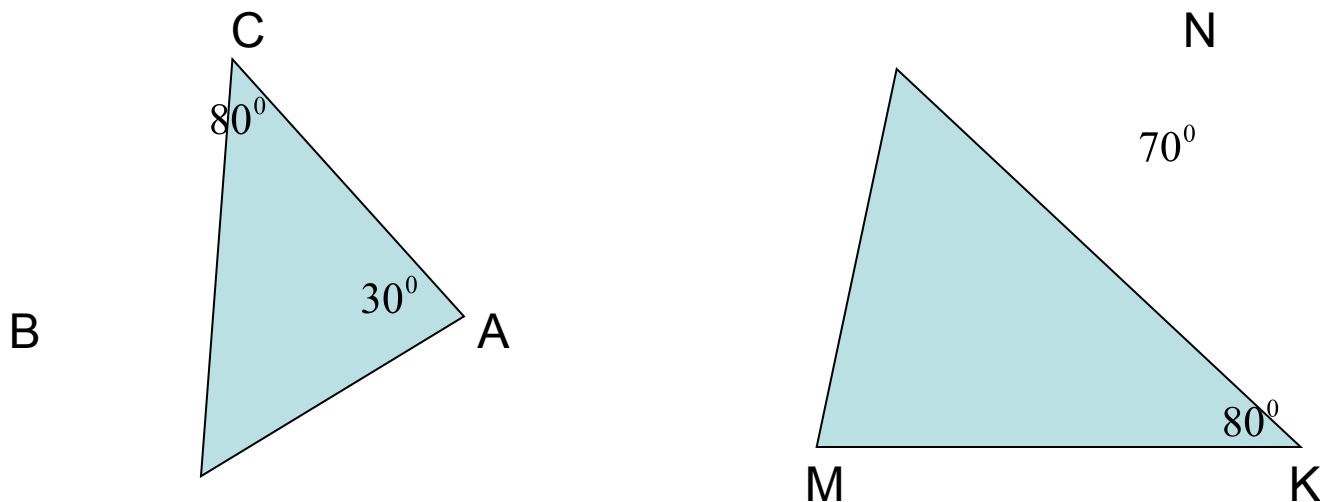
$$\triangle ABC \quad \triangle A_1B_1C_1$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

# Задача 1



Доказать:  $\triangle ABC \sim \triangle MNK$

Доказательство:

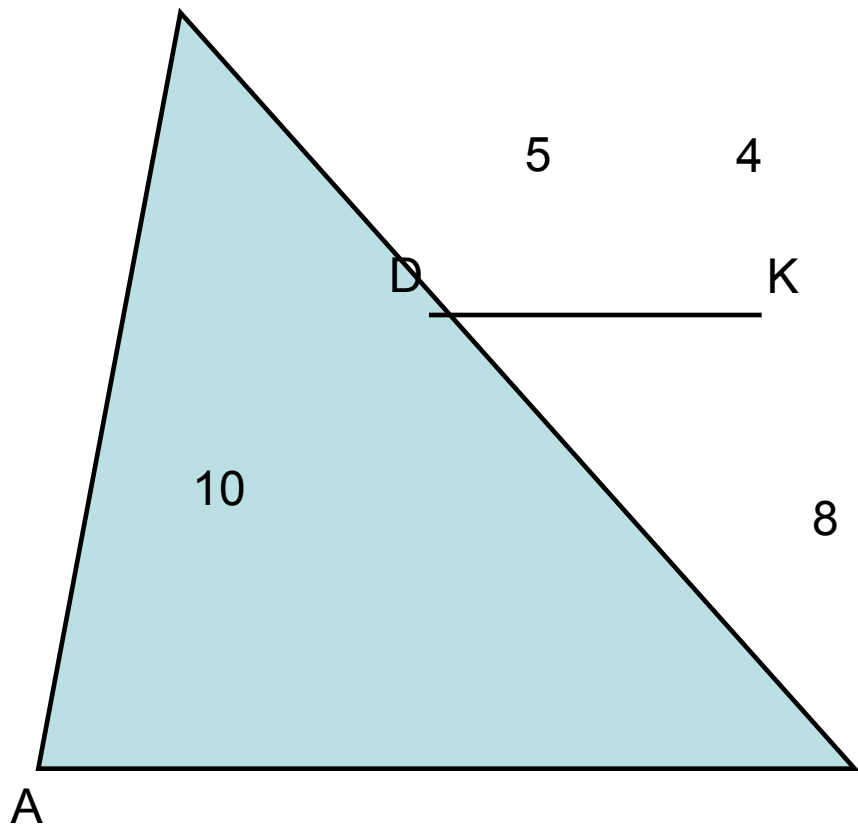
$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - (30^\circ + 80^\circ) = 70^\circ$$

$$\angle B = \angle N, \angle C = \angle K$$

$\triangle ABC \sim \triangle MNK$  (по I признаку подобия)

# Задача 2

В



Доказать:  $\triangle ABC \sim \triangle DBK$

Доказательство:

$\angle B$  – общий

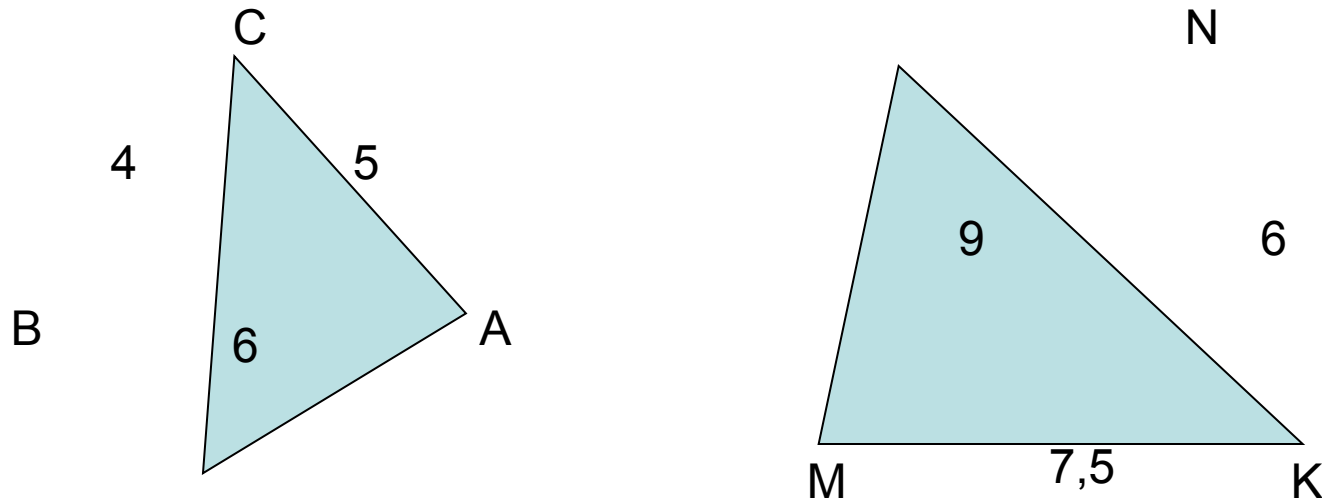
$$\frac{AB}{DB} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{CB}{KB} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{AB}{DB} = \frac{CB}{KB}$$

$\triangle ABC \sim \triangle DBK$  (по II признаку)

# Задача 3



Доказать:  $\triangle ABC \sim \triangle MNK$

Доказательство:

$$\frac{BC}{NK} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \frac{AB}{MN} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad \frac{AC}{MK} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BC}{NK} = \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK}$$

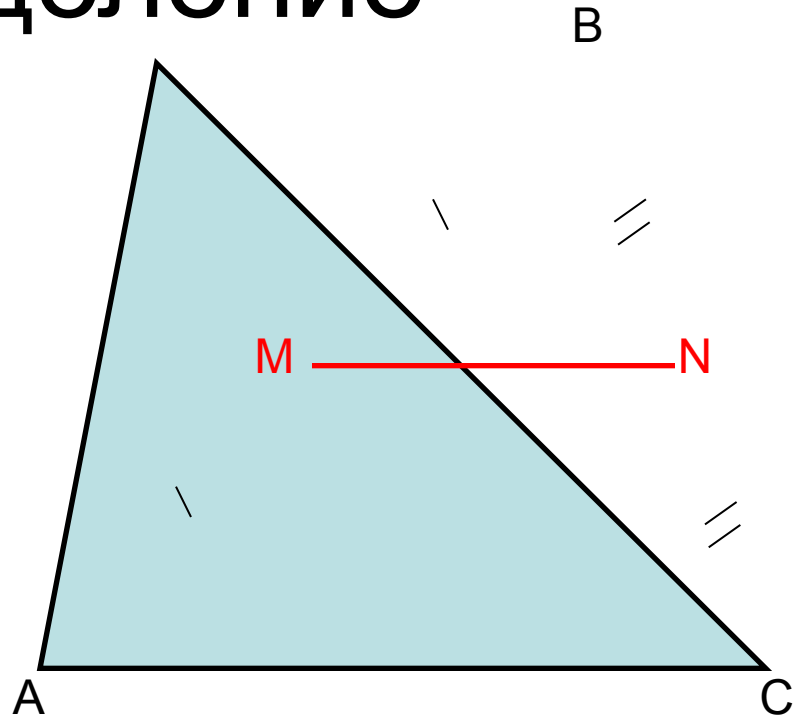
$\triangle ABC \sim \triangle MNK$  (по III признаку подобия)



# Определение

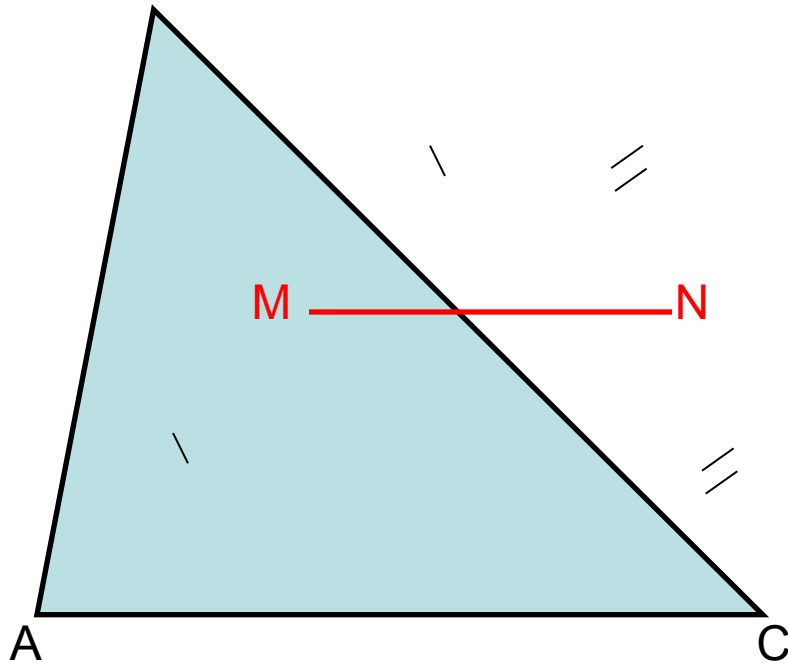
$$AM=MB, BN=NC$$

**MN** – средняя линия  
треугольника



**Средняя линия треугольника** – это отрезок,  
соединяющий середины двух его сторон.

# Теорема о средней линии треугольника



Дано:  $\triangle ABC$

$MN$  – средняя линия

Доказать:  $MN \parallel AC$ ,

$$MN = \frac{1}{2} AC$$

Доказательство:

$$MN \text{ – средняя линия } \triangle ABC \Rightarrow AM=MB, BN=NC \Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{NB}{CB} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{MB}{AB} = \frac{NB}{CB} = \frac{1}{2}, \angle B \text{ – общий} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MBN \text{ (по II признаку подобия)} \Rightarrow$$

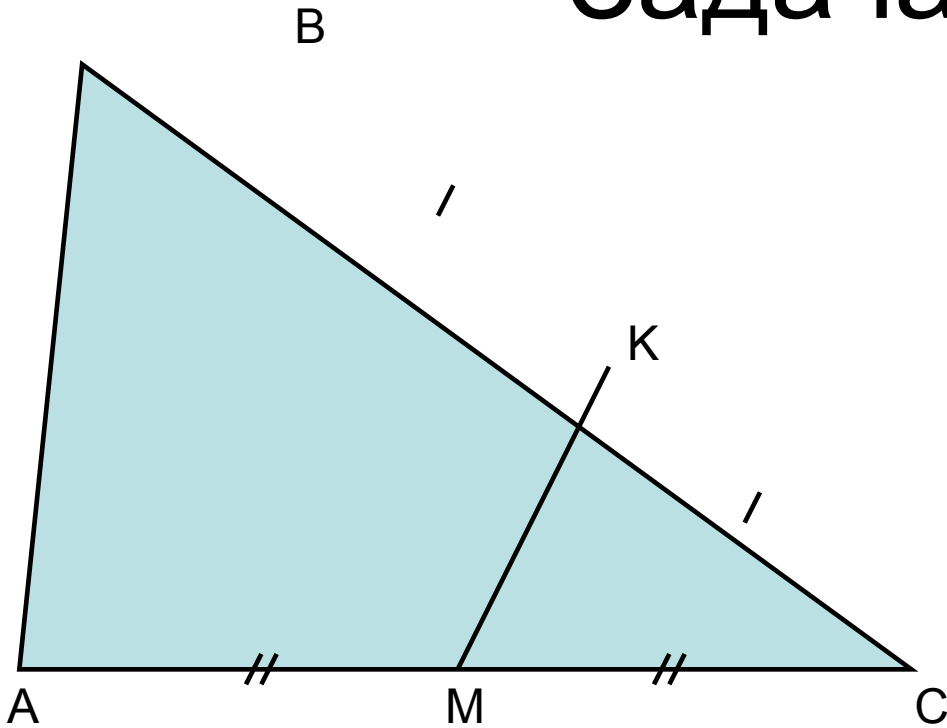
$$\frac{MN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} AC$$

$$\angle BMN = \angle BAC \text{ (соответственные)} \Rightarrow MN \parallel AC$$

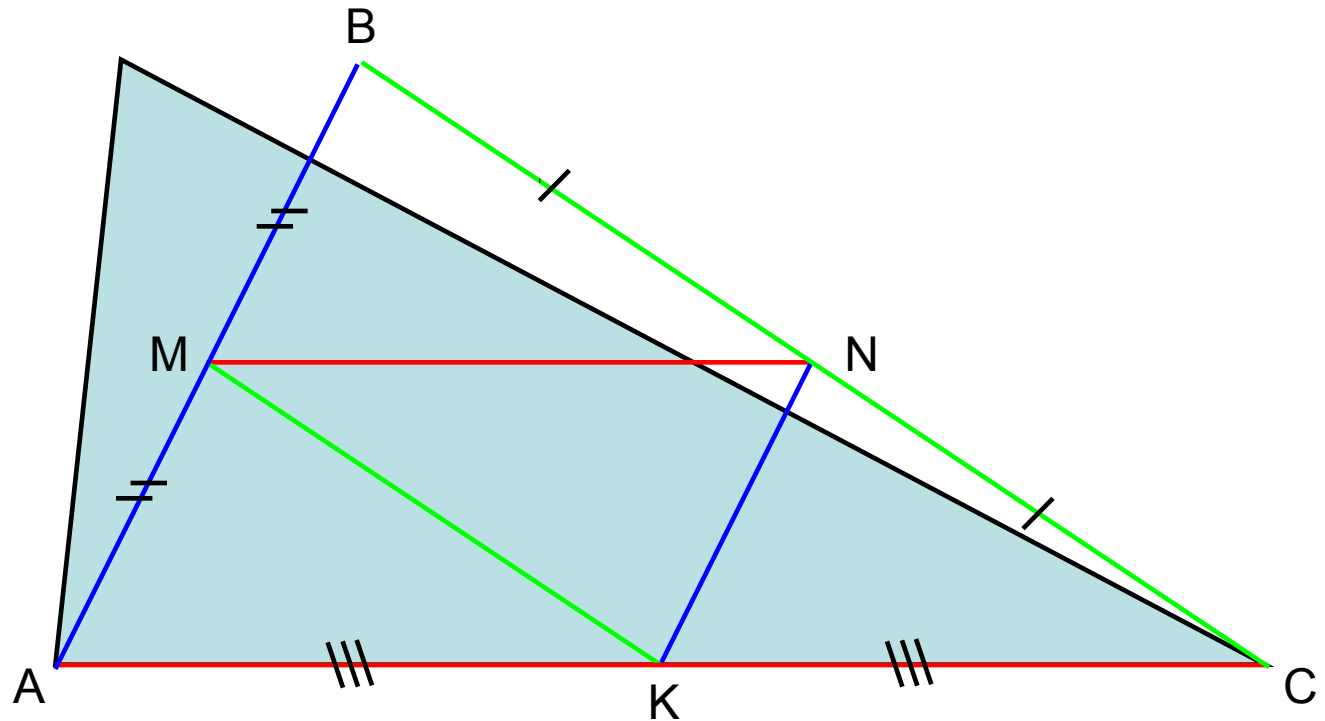
# Задача А1

Дано:  $MK=13\text{см}$

Найти:  $AB$



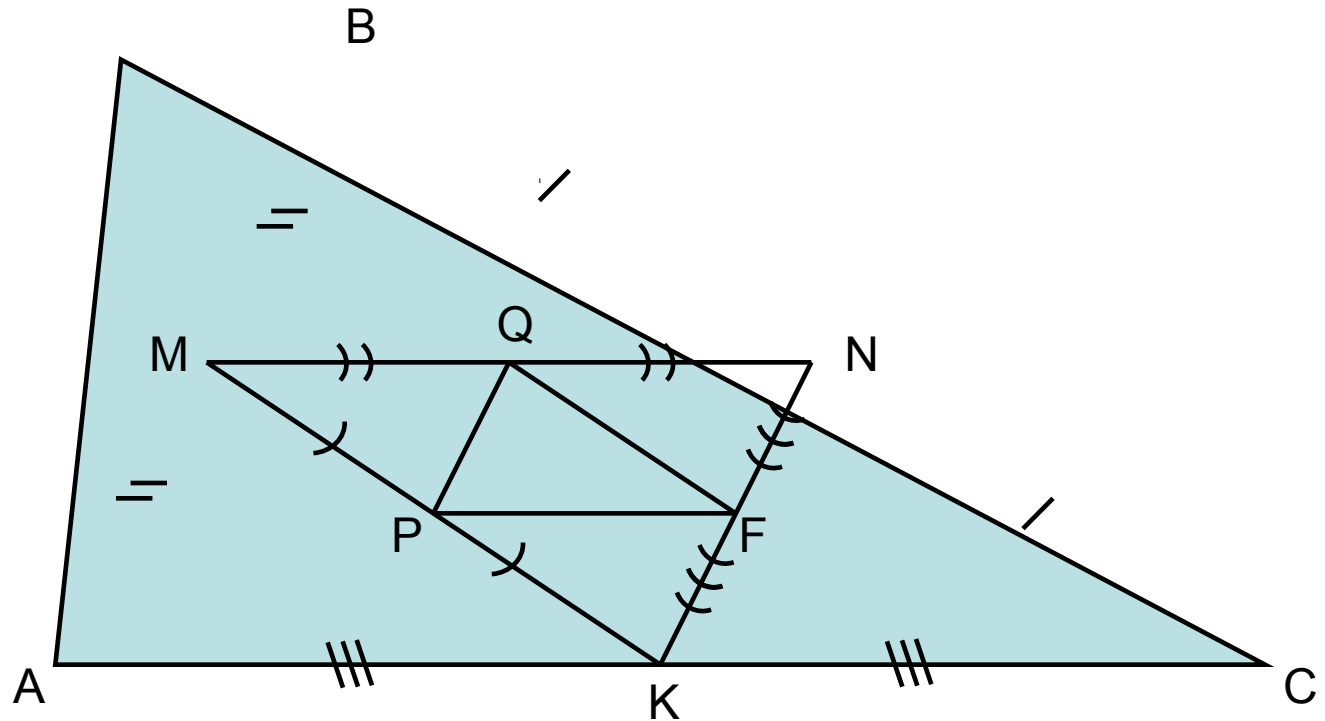
# Задача А2



Дано:  $AB=10\text{см}$ ,  $BC=14\text{см}$ ,  $AC=16\text{см}$

Найти: периметр  $\triangle MNK$

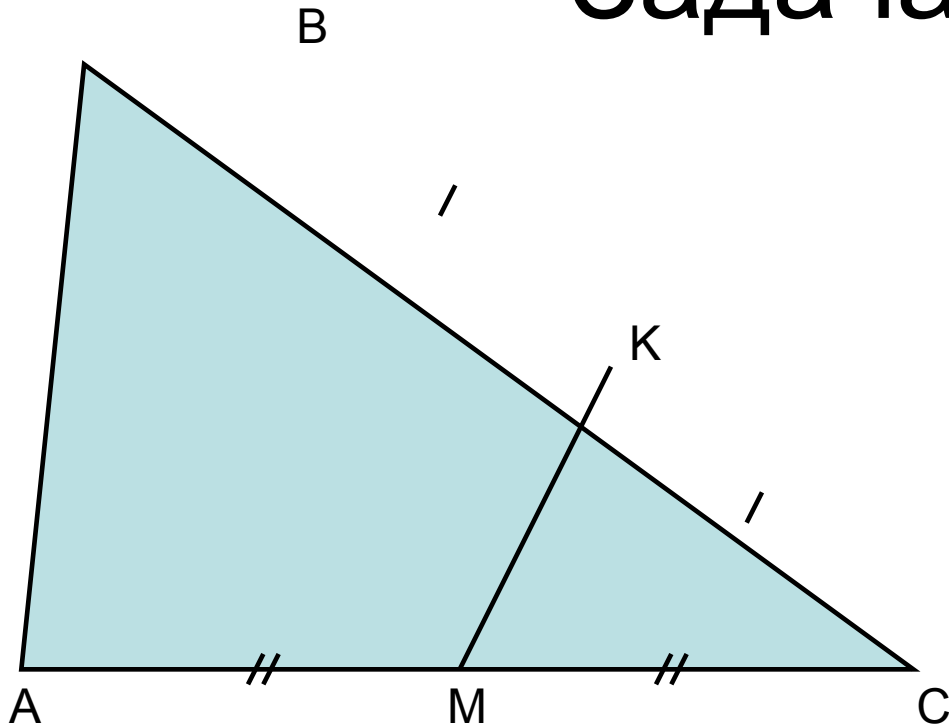
# Задача А3



Дано:  $AB=10\text{см}$ ,  $BC=14\text{см}$ ,  $AC=16\text{см}$

Найти: периметр  $\Delta P Q F$

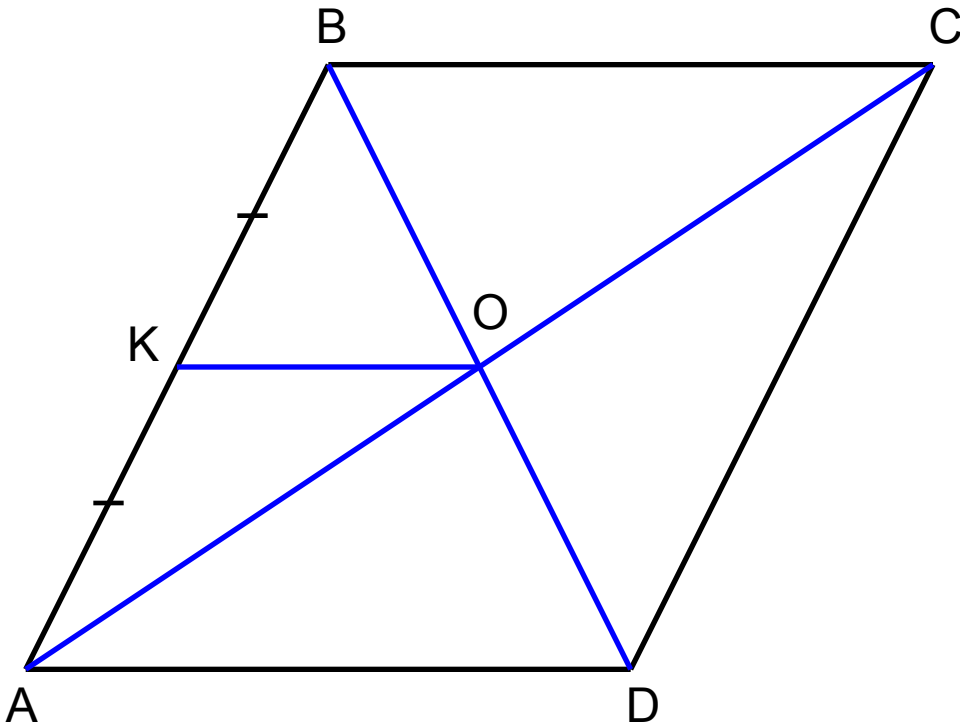
# Задача В1



Дано:  $P_{\triangle MKC} = 35$  см

Найти:  $P_{\triangle ABC}$

# Задача В2



Дано:  $ABCD$  –  
параллелограмм

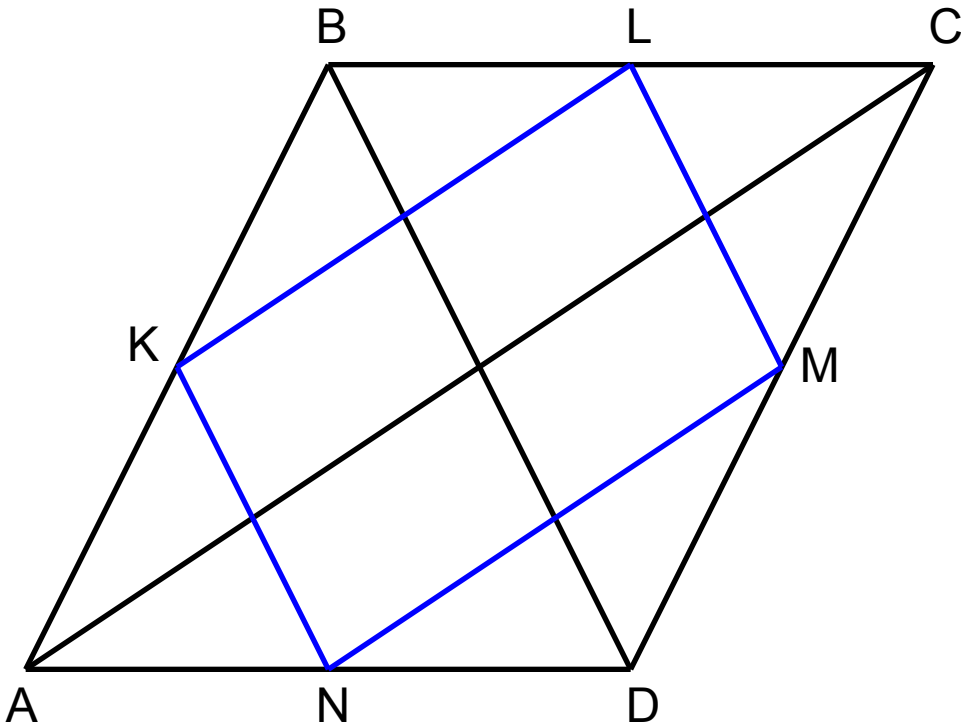
$$AK = KB$$

$$AK = 3 \text{ см.}$$

$$KO = 4 \text{ см.}$$

Найти: периметр  $ABCD$

# Задача С1



Дано:  $ABCD$  –  
параллелограмм

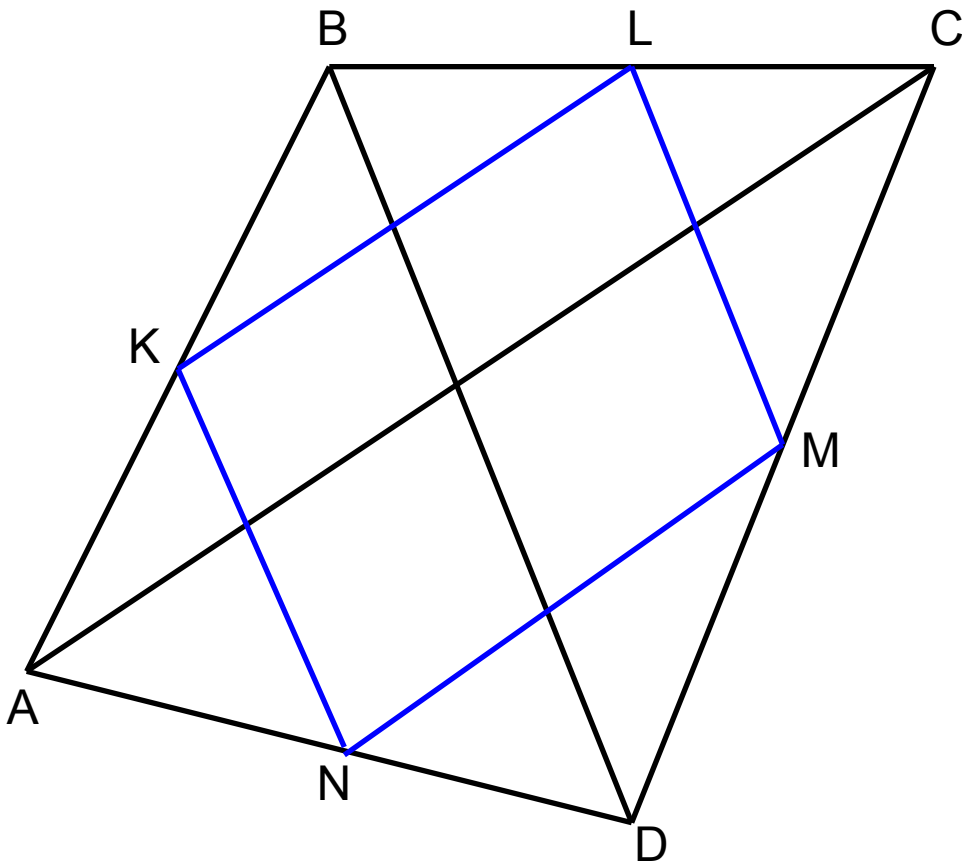
$AC=10$ см,  $BD=6$ см

$K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$  – середины  
сторон  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$

Найти: периметр  $KLMN$



# Задача С2



Дано:  $ABCD$  –  
четырёхугольник

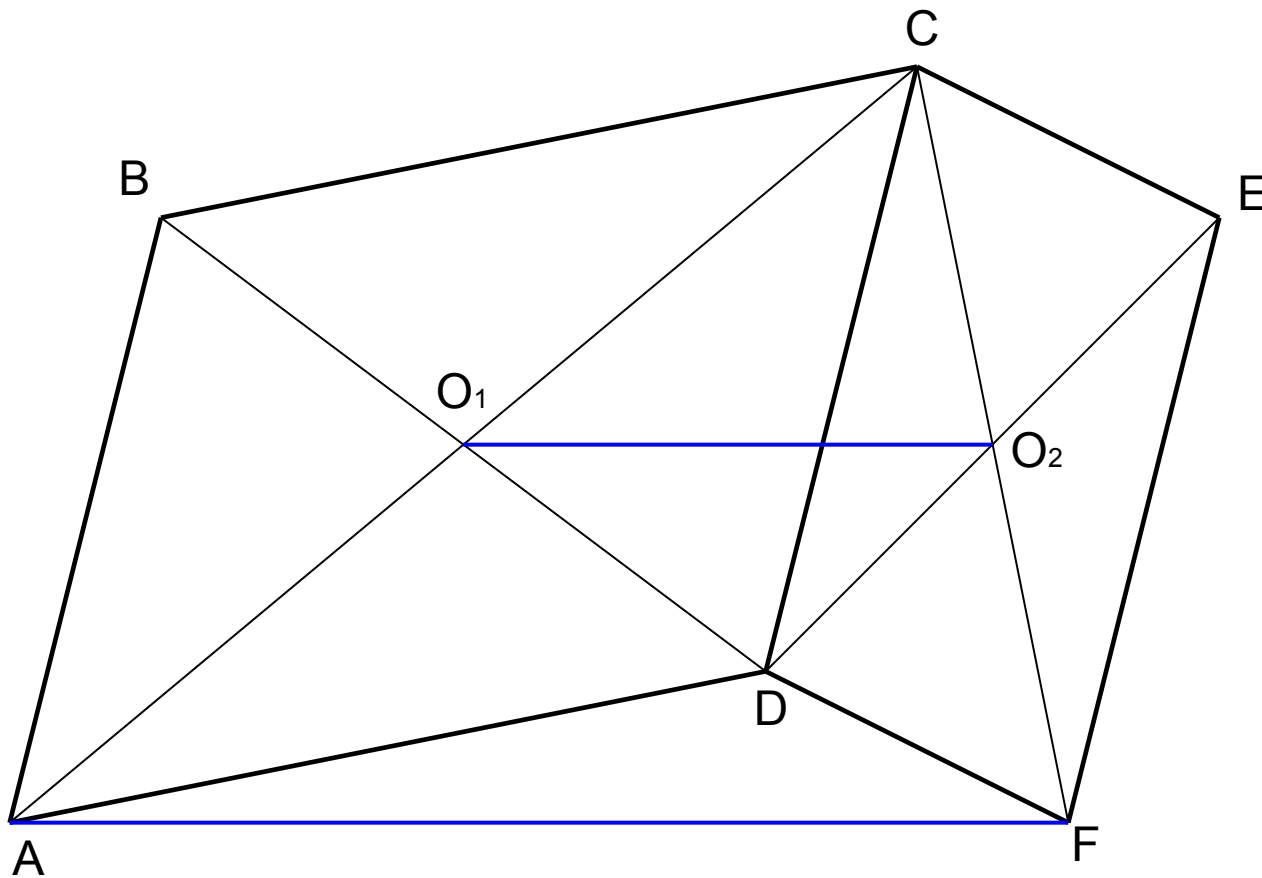
$K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$  – середины  
сторон  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$

Доказать:  $KLMN$  -  
параллелограмм

Вариньон Пьер  
(1654-1722)



# Задача С3



Дано:  $ABCD$ ,  $DCEF$  -  
четырёхугольники  
 $AB=CD=EF$   
 $AB \parallel CD \parallel EF$

Доказать:  $O_1O_2 \parallel AF$   
 $AF=2 O_1O_2$

**ЖЕЛАЮ УДАЧИ!**