"Комплексное число –
это тонкое и поразительное средство божественного духа, почти амфибия между бытием и небытием".

Готфрид Вильгельм Лейбниц

Алгебраические действия над комплексными числами. Квадратные уравнения.

Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме производят по правилам соответствующих действий над многочленами.

Даны комплексные числа $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 - 7i$. Найти:

а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$.

Решение.

а) $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (5 - 7i) = 2 + 3i + 5 - 7i =$
$= (2 + 5) + (3i - 7i) = \underline{7 - 4i;}$

б) $z_1 - z_2 = (2 + 3i) - (5 - 7i) = 2 + 3i - 5 + 7i =$
$= (2 - 5) + (3i + 7i) = \underline{-3 + 10i;}$

в) $z_1 z_2 = (2 + 3i)(5 - 7i) = 10 - 14i + 15i - 21i^2 =$
$=10 - 14i + 15i + 21 = (10 + 21) + (-14i + 15i) = \underline{31 + i}$

(здесь учтено, что $i^2 = -1$).

При выполнении умножения можно использовать формулы:

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$,

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab \pm b^3$.

Выполнить действия:

а) $(2 + 3i)^2$; б) $(3 - 5i)^2$; в) $(5 + 3i)^3$.

Решение.

а) $(2 + 3i)^2 = 4 + 2 \cdot 2 \cdot 3i + 9i^2 = 4 + 12i - 9 = \underline{-5 + 12i;}$

б) $(3 - 5i)^2 = 9 - 2 \cdot 3 \cdot 5i + 25i^2 = 9 - 30i - 25 = \underline{-16 - 30i;}$

в) $(5 + 3i)^3 = 125 + 3 \cdot 25 \cdot 3i + 3 \cdot 5 \cdot 9i^2 + 27i^3$;

так как $i^2 = -1$, а $i^3 = -i$, то получим $(5 + 3i)^3 = 125 + 225i - 135 - -27i = \underline{-10 + 198i.}$

Два комплексных числа называются ***сопряженными***, если они отличаются друг от друга только **знаками перед мнимой частью.**

Чтобы выполнить деление, произведем дополнительное действие : **умножим делимое и делитель на комплексное число, сопряженное делителю.**

Выполнить деление:

$$\frac{2+3i}{5-7i}$$

Решение. Произведем умножение для делимого и делителя в отдельности:

$(2 + 3i)(5 + 7i) = 10 + 14i + 15i + 21i^2 = -11 + 29i$;

$(5 - 7i)(5 + 7i) = 25 - 49i^2 = 25 + 49 = 74$.

Итак,

$$\frac{2+3i}{5-7i}=\frac{-11+29i}{74}$$

Квадратным корнем (или корнем второй степени) из комплексного числа z . ($\sqrt{z}$) называют комплексное число, квадрат которого равен z

Извлечь квадратный корень из комплексного числа z – это значит найти множество $\sqrt{z}$

Если d<0, то

$$\sqrt{d} = \pm\sqrt{-d} \cdot i$$

Пример. Решите уравнение:
$\mathbf{x^2 - 6x + 13 = 0}$

Решение. Найдем дискриминант по формуле
$\mathbf{D = b^2 - 4ac.}$
Так как $\mathbf{a = 1, b = -6, c = 13}$, то
$\mathbf{D = (-6)2 - 4 \times 1 \times 13 = 36 - 52 = -16;}$

Корни уравнения находим по формулам

$$\sqrt{d} = \pm\sqrt{-d} \cdot i$$

$$x = \frac{6 - 4i}{2}; x = \frac{6 + 4i}{2}$$

«Мы приходим к выводу, что не существует никаких абсурдных, иррациональных, неправильных, необъяснимых или глухих чисел, но что среди чисел существует такое совершенство и согласие, что нам надо размышлять дни и ночи над их удивительной законченностью».

Симон Стевин.

Стевин Симон (1548-1620) - нидерландский математик и инженер. Родился в Брюгге. Преподавал в Лейденском университете, служил инженером в армии принца Оранского. Как инженер Стевин сделал значительный вклад в механику. Важнейшие из его работ в области математики: "Десятина" (1585г.) и "Математические комментарии", в 5-ти томах (1605-1608гг.)

Д/з. Параграф: 33 – 35.
№. 32.36 (а,б); 35.13 (в,г); 35.18 (в,г),

"Комплексное число – это тонкое и поразительное средство божественного духа, почти амфибия между бытием и небытием".

Г. Лейбниц

СПАСИБО ЗА УРОК!