

Алгебра 10

Логарифмы

Урок обобщения и систематизации
знаний

Задачи урока:

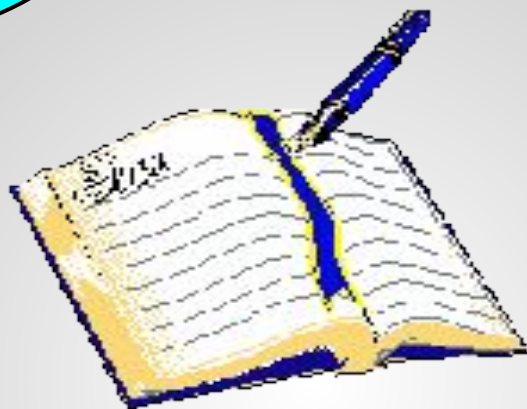
Повторить и закрепить:

- свойства логарифма и логарифмической функции;
- способы решения логарифмических уравнений;
- навыки и умения применения знаний по теме к решению упражнений.



**Строить графики
логарифмических
функций**

**Решать
логарифмические
уравнения**



Основные умения

**Сравнивать
выражения**

**Находить
значения
выражений**

**Выполнять
преобразования
выражений**

ДЖОН НЕПЕР

(1550-1617)

- Шотландский математик – изобретатель логарифмов. В 1590-х годах пришел к идее логарифмических вычислений и составил первые таблицы логарифмов, однако свой знаменитый труд “Описание удивительных таблиц логарифмов” опубликовал лишь в 1614 году.
- Ему принадлежит определение логарифмов, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.



ПАЛОЧКИ НЕПЕРА

НЕПЕР ПРЕДЛОЖИЛ
В 1617 ГОДУ ДРУГОЙ
(НЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ)
СПОСОБ PEREMNOЖЕНИЯ ЧИСЕЛ.
ИНСТРУМЕНТ, ПОЛУЧИВШИЙ
НАЗВАНИЕ *ПАЛОЧКИ* (ИЛИ *КОСТЯШКИ*)
СОСТОЯЛ ИЗ ТОНКИХ ПЛАСТИН, ИЛИ БЛОКОВ. КАЖДАЯ
СТОРОНА БЛОКА НЕСЕТ ЧИСЛА, ОБРАЗУЮЩИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКУЮ ПРОГРЕССИЮ. МАНИПУЛЯЦИИ С
БЛОКАМИ ПОЗВОЛЯЮТ ИЗВЛЕКАТЬ КВАДРАТНЫЕ И
КУБИЧЕСКИЕ КОРНИ, А ТАКЖЕ УМНОЖАТЬ И ДЕЛИТЬ
БОЛЬШИЕ ЧИСЛА.



ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА

В 1614 году шотландский математик Джон Непер изобрел таблицы логарифмов. Принцип их заключался в том, что каждому числу соответствует

свое специальное число - логарифм.

Логарифмы очень упрощают деление и умножение.

Например, для умножения двух чисел складывают их логарифмы, результат находят в таблице логарифмов.

В дальнейшем им была изобретена логарифмическая линейка, которой пользовались до 70-х годов нашего века.



Вычислить:

$\text{Log}_2 16;$	$\log_2 64;$	$\log_2 2;$
$\text{Log}_2 1 ;$	$\log_2 (1/2);$	$\log_2 (1/8);$
$\text{Log}_3 27;$	$\log_3 81;$	$\log_3 3;$
$\text{Log}_3 1;$	$\log_3 (1/9);$	$\log_3 (1/3);$
$\text{Log}_{1/2} 1/32;$	$\log_{1/2} 4;$	$\log_{0,5} 0,125;$
$\text{Log}_{0,5} (1/2);$	$\log_{0,5} 1;$	$\log_{1/2} 2.$

Свойства логарифмов

$$\log_a a = 1 \quad |\log_a a = 1|$$

$$\log_a 1 = 0 \quad |\log_a 1 = 0|$$

$$\log_a a^c = c \quad |\log_a a^c = c|$$

$$\log_a bc = \log_a b + \log_a c \quad \log_a bc = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c \quad \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r \log_a b \quad \log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_a b = \log_{a^r} b^r \quad \log_a b = \log_{a^r} b^r$$

$$\log_a x^{2n} = 2n \log_a |x|, (n \in \mathbb{Z}) \quad \log_a x^{2n} = 2n \log_a |x|, (n \in \mathbb{Z})$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Устные упражнения

При каких значениях x имеет смысл функция:

1) $y = \log_3 x^2$; 2) $y = \log_5 (-x)$; 3) $y = \lg |x|$

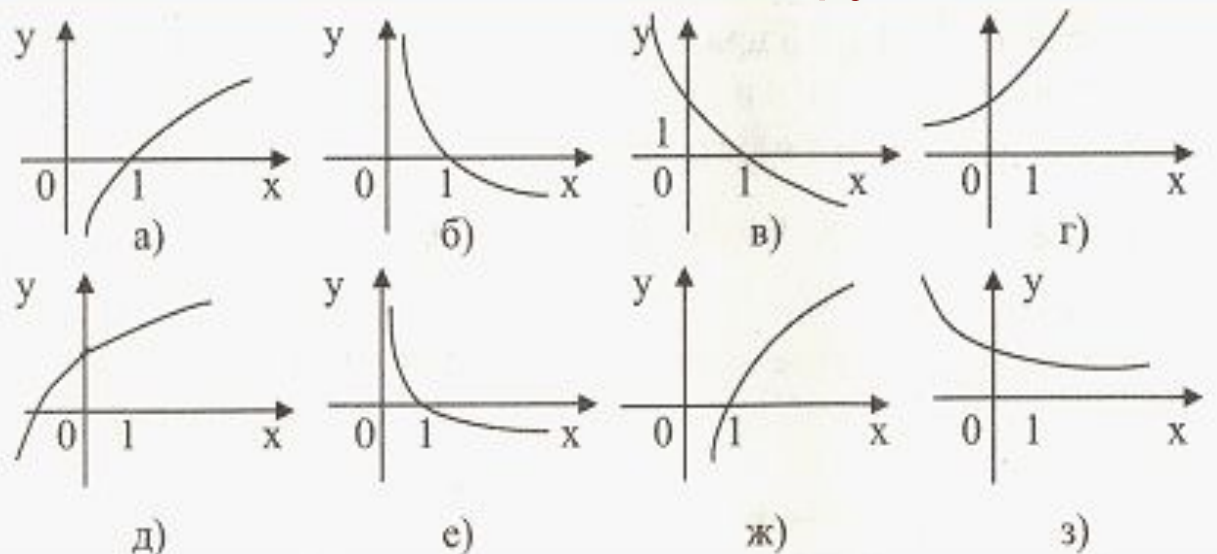
4) $y = \log_{0,5} (3 - x)$; 5) $y = \lg(4 - x^2)$

Совпадают ли графики функций:

$$y = x \text{ и } y = 2^{\log_2 x}$$

$$y = x^2 + 1 \text{ и } y = 3^{\log_3 (x^2 + 1)}$$

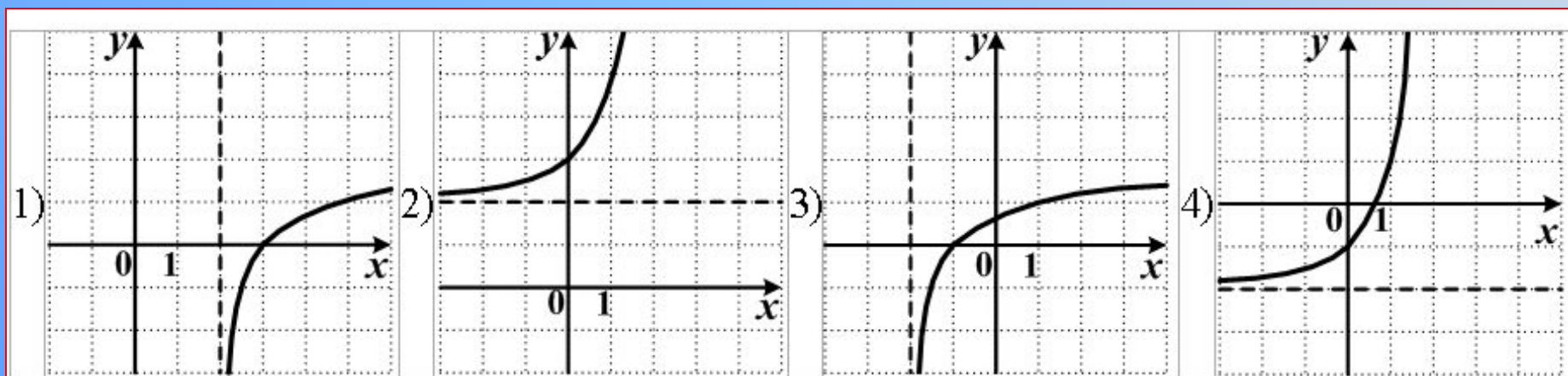
Какие из следующих графиков не могут быть графиком функции



$$y = \log_a x$$

Укажите на каком рисунке эскиз графика функции

$$y = \log_3(x - 2)$$



Свойства монотонности логарифмов

□ Если $a > 1$ и $b > c$, то $\log_a b > \log_a c$

□ Если $0 < a < 1$ и $b > c$, то $\log_a b < \log_a c$



Десятичные логарифмы

- Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 100 = 2$$

$$\lg 1000 = 3$$

$$\lg 10000 = 4$$

$$\log_{10} b = \lg b$$

$$\lg 0,1 = -1$$

$$\lg 0,01 = -2$$

$$\lg 0,001 = -3$$

$$\lg 0,0001 = -4$$

Натуральные логарифмы

- Если основание логарифма e , то логарифм называется натуральным:

$$\log_e b = \ln b, \quad e \approx 2,7$$

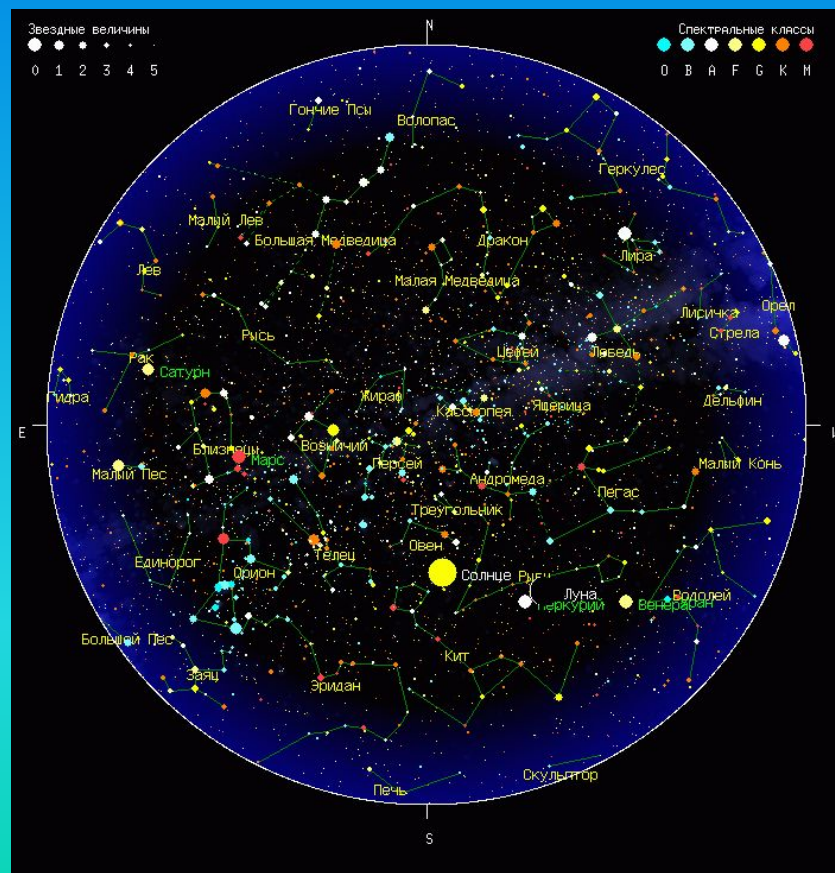
«Логарифмы вокруг нас»

Звёзды

«Открылась бездна звезд
полна. Звездам числа нет,
бездне – дна».

Во II веке до н.э. Гиппарх разделил звезды на 6 групп. Самые яркие – звезды 1-ой величины, самые слабые – 6-ой величины.

Установлено, что звезда 1-ой вел.
ярче звезды 6-ой вел. ровно в 6 раз.



- звезда 1 вел. ярче зв. 2 вел. в $2,512$;
- звезда 1 вел. ярче зв. 3 вел. В $2,512^2$;

Вывод:

«Величина» звезды есть не что иное, как логарифм ее физической яркости.

Так что астрологи, оценивая видимую яркость звезд, оперируют с таблицей логарифмов, составленный при основании $2,512$.

Шумы

Громкость звука – 1 бел, 0,1 бел – 1 децибел.

Тихий шелест листьев – 1 бел.



Крик, громкая речь –
6-7 бел



Рычание льва – 8-9 бел



Шум водопада – 9 бел



Шум, громкость которого больше 8 бел – признана вредной для человеческого организма.

Эта норма зачастую превосходится в школе, на дискотеках, на заводах и фабриках.

Музыка: рок – 10-12 белов



Рев двигателя самолета – 20 бел



Последовательные степени громкости – 1 бел, 2 бел, 3 бела и т. д. составляют арифметическую прогрессию.

Физическая же «сила» этих шумов (точнее - энергия) составляет геометрическую прогрессию со знаменателем 10.

Громкость – есть десятичный логарифм его физической силы

Итак, мы видим, что при оценке видимой яркости светил и при оценке громкости шума мы имеем дело с логарифмами.

Величина ощущения прямо пропорциональна логарифму величины раздражения.