

Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

Сумма (разность) синусов
Сумма (разность) косинусов

Рассмотрим выражение

$$\sin(s + t) + \sin(s - t)$$

$$\begin{aligned} & (\sin s \cos t + \cos s \sin t) + (\sin s \cos t - \cos s \sin t) = \\ & = 2 \sin s \cos t \end{aligned}$$

T.O.

$$\sin(s + t) + \sin(s - t) = 2 \sin s \cos t$$

Введем обозначения:

$$x = s + t, \quad y = s - t$$

$$x + y = 2s \Rightarrow s = \frac{x + y}{2}$$

$$x - y = 2t \Rightarrow t = \frac{x - y}{2}$$

Заменим $s + t$ на x , $s - t$ на y

$$s \text{ на } \frac{x + y}{2}, \quad t \text{ на } \frac{x - y}{2}$$

ТОГДА

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}$$

Учитывая, что $-\sin y = \sin(-y)$

находим

$$\sin x - \sin y = \sin x + \sin(-y) =$$

$$= 2 \sin \frac{x + (-y)}{2} \cos \frac{x - (-y)}{2} =$$

$$= 2 \sin \frac{x - y}{2} \cos \frac{x + y}{2}$$

Получили формулу:

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x - y}{2} \cos \frac{x + y}{2}$$

Рассмотрим выражение

$$\cos(s + t) + \cos(s - t)$$

$$\begin{aligned} & (\cos s \cos t - \sin s \sin t) + (\cos s \cos t + \sin s \sin t) = \\ & = 2 \cos s \cos t \end{aligned}$$

T.O.

$$\cos(s + t) + \cos(s - t) = 2 \cos s \cos t$$

Введем обозначения:

$$x = s + t, \quad y = s - t$$

Получим:

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}$$

Аналогично получаем

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$