

# Основные понятия и аксиомы стереометрии

02.09.2015

Коновальцева О.С.

# ГЕОМЕТРИЯ

```
graph TD; A[ГЕОМЕТРИЯ] --> B[ПЛАНИМЕТРИЯ]; A --> C[СТЕРЕОМЕТРИЯ]; B --- B_obj[Объекты: точка, прямая]; C --- C_obj[Объекты: точка, прямая, плоскость];
```

## ПЛАНИМЕТРИЯ

Объекты:  
точка  
прямая

## СТЕРЕОМЕТРИЯ

Объекты:  
точка  
прямая  
**плоскость**

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- ***Стереометрия*** – раздел геометрии, в котором изучаются положение, форма, размеры и свойства различных пространственных фигур.
- **«Стерео»** – тело, **«метрия»** – измерять.
- ***Аксиома*** – утверждение, не требующее доказательства.

# *Аксиомы планиметрии*

- 1. Каждой прямой принадлежат по крайней мере две точки**
- 2. Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой**
- 3. Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.**

# **Аксиомы стереометрии**

**А1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна**

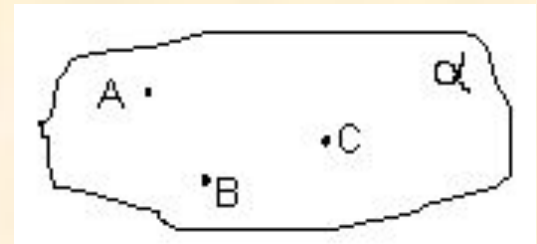
**А2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости**

**А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.**

# АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

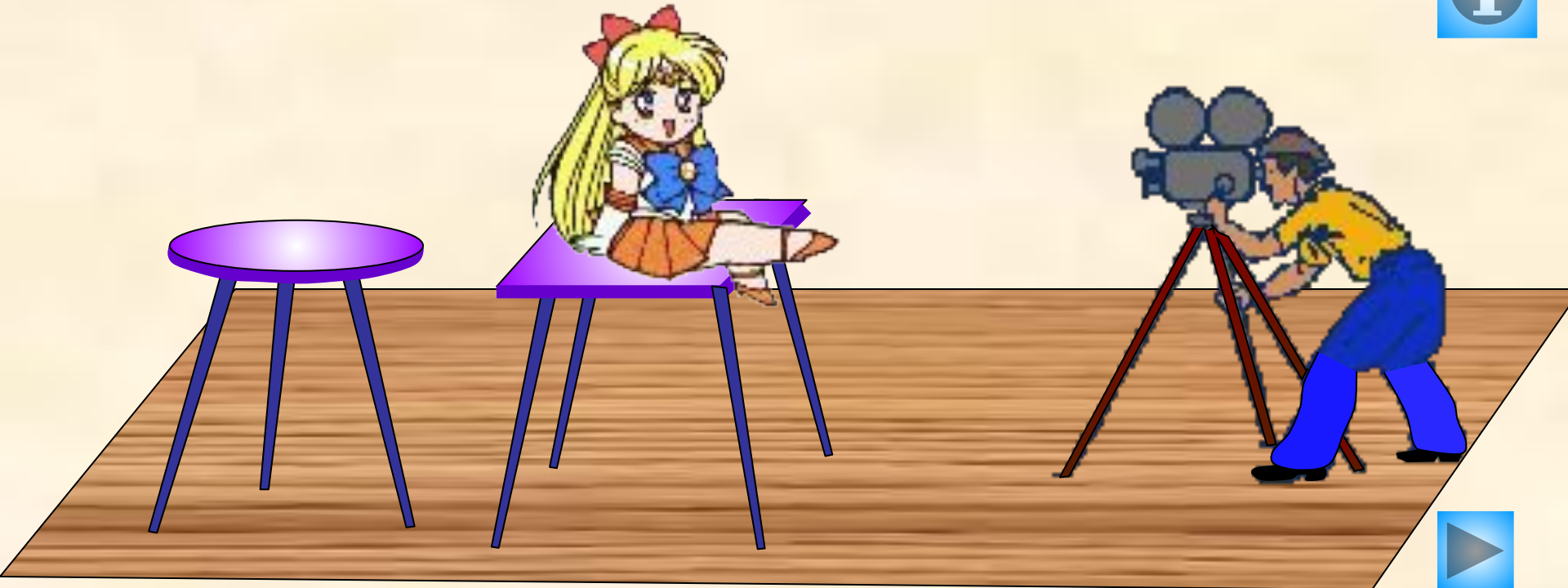
## Аксиома 1.(A1)

**Через любые три точки, не лежащие на одной прямой проходит плоскость, и при том только одна.**



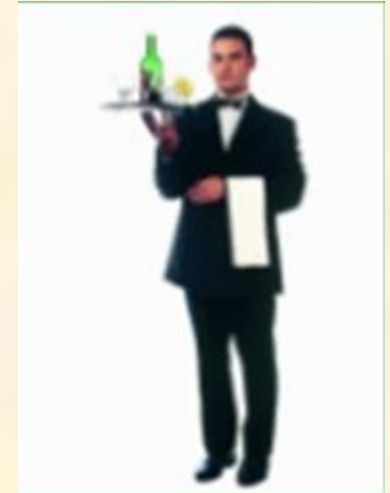
Иллюстрации к аксиоме  $A_1$  из жизни.

Дабы увидеть камеру, фотограф всегда ищет другой прибор, в противном случае он не будет запущен. В табуретке треножка мятажка и мобы вайро работают с одинаковой силой, в противном случае они не будут работать. Табуретка не падает, она парит на гравитации, а четвертая ножка (невероятно, но всегда) не падает в плоскости пола, а висит в воздухе.





**Мотоцикл принимает устойчивое положение в случае третьей ноги**



**Официант держит поднос на трех пальцах**



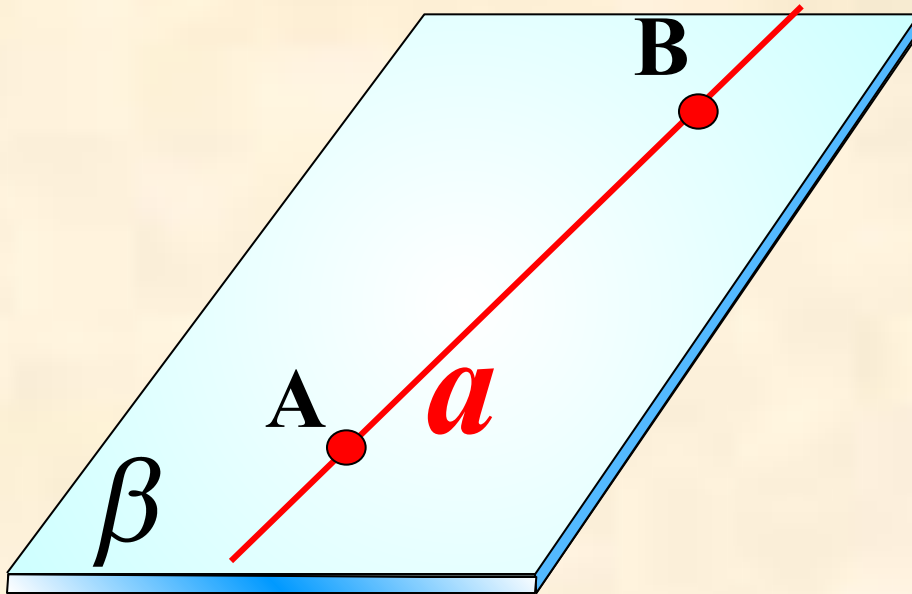
**Любое переносное устройство (столик, табурет, подставка для фотоаппарата), чтобы оно устойчиво стояло на плоскости, делают на трех опорах. Это обеспечивает единственность плоскости. Вот почему легче научиться ездить на трехколесном велосипеде**



# Через три точки



**A<sub>2</sub>**. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

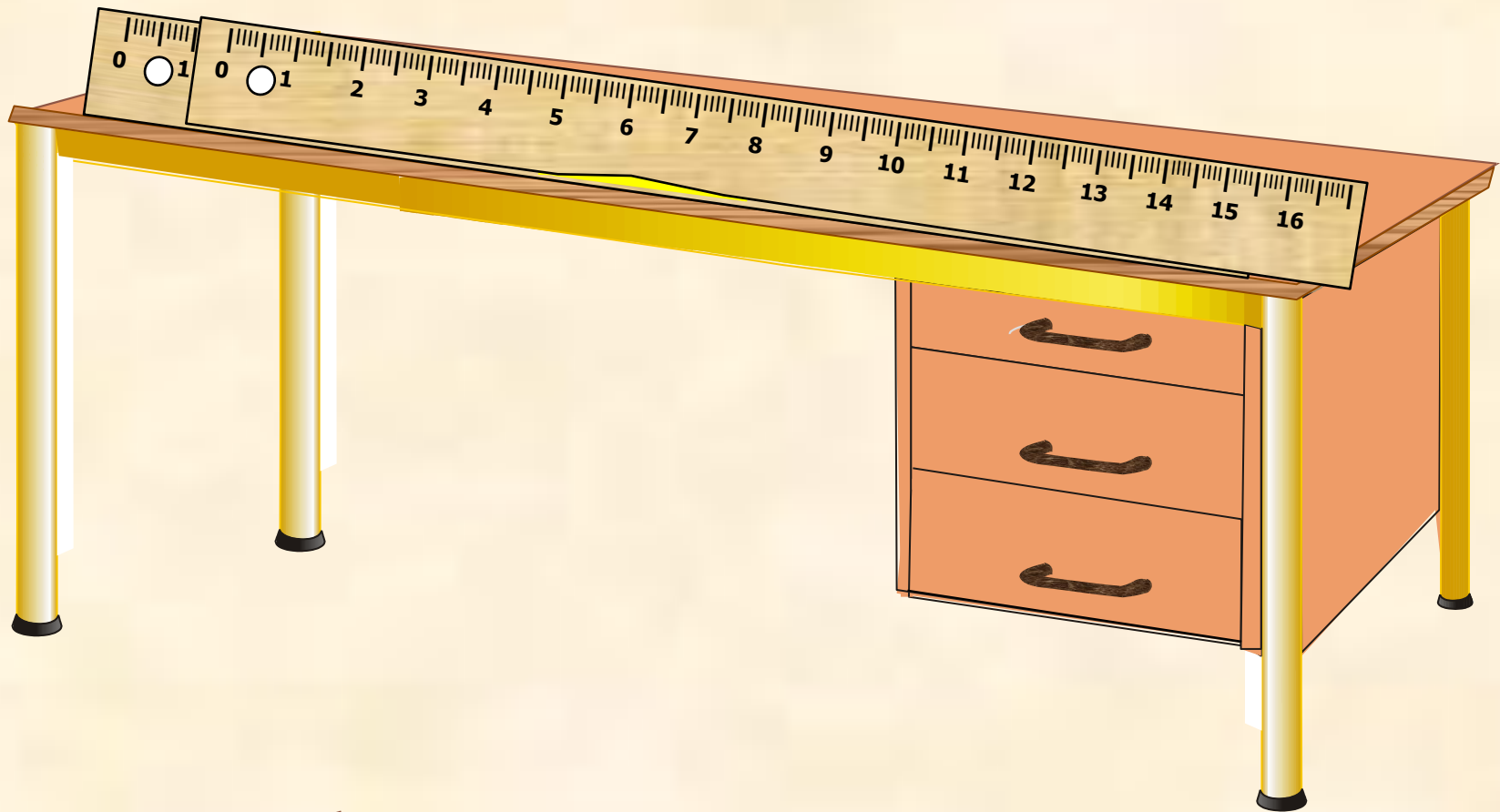


$$A \in \beta$$

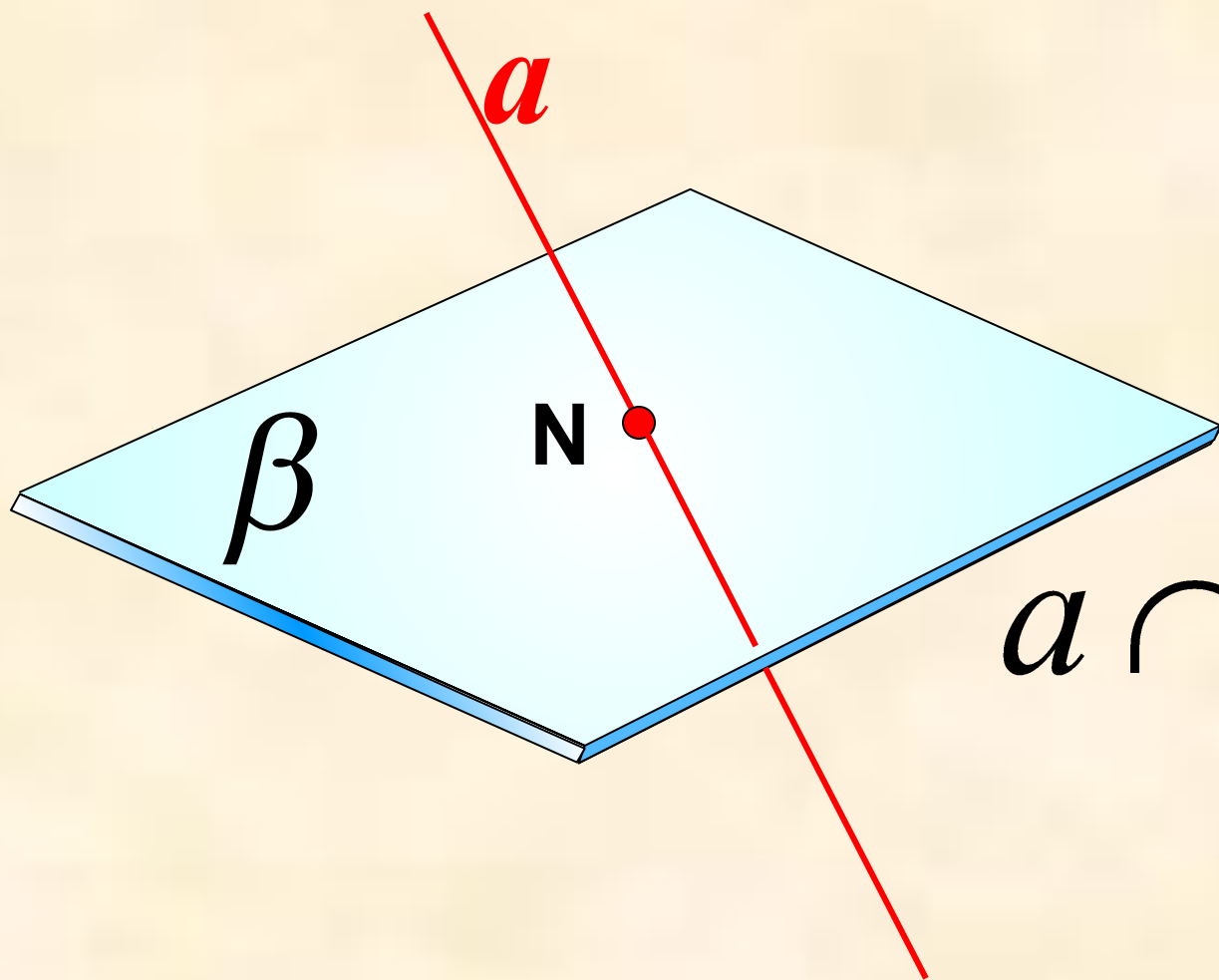
$$B \in \beta$$

$$a \subset \beta$$

Свойство, выраженное в аксиоме  $A_2$ , используется для проверки «ровности» чертежной линейки. Линейку прикладывают краем к плоской поверхности стола. Если край линейки ровный, то он всеми своими точками прилегает к поверхности стола. Если край неровный, то в каких-то местах между ним и поверхностью стола образуется просвет.

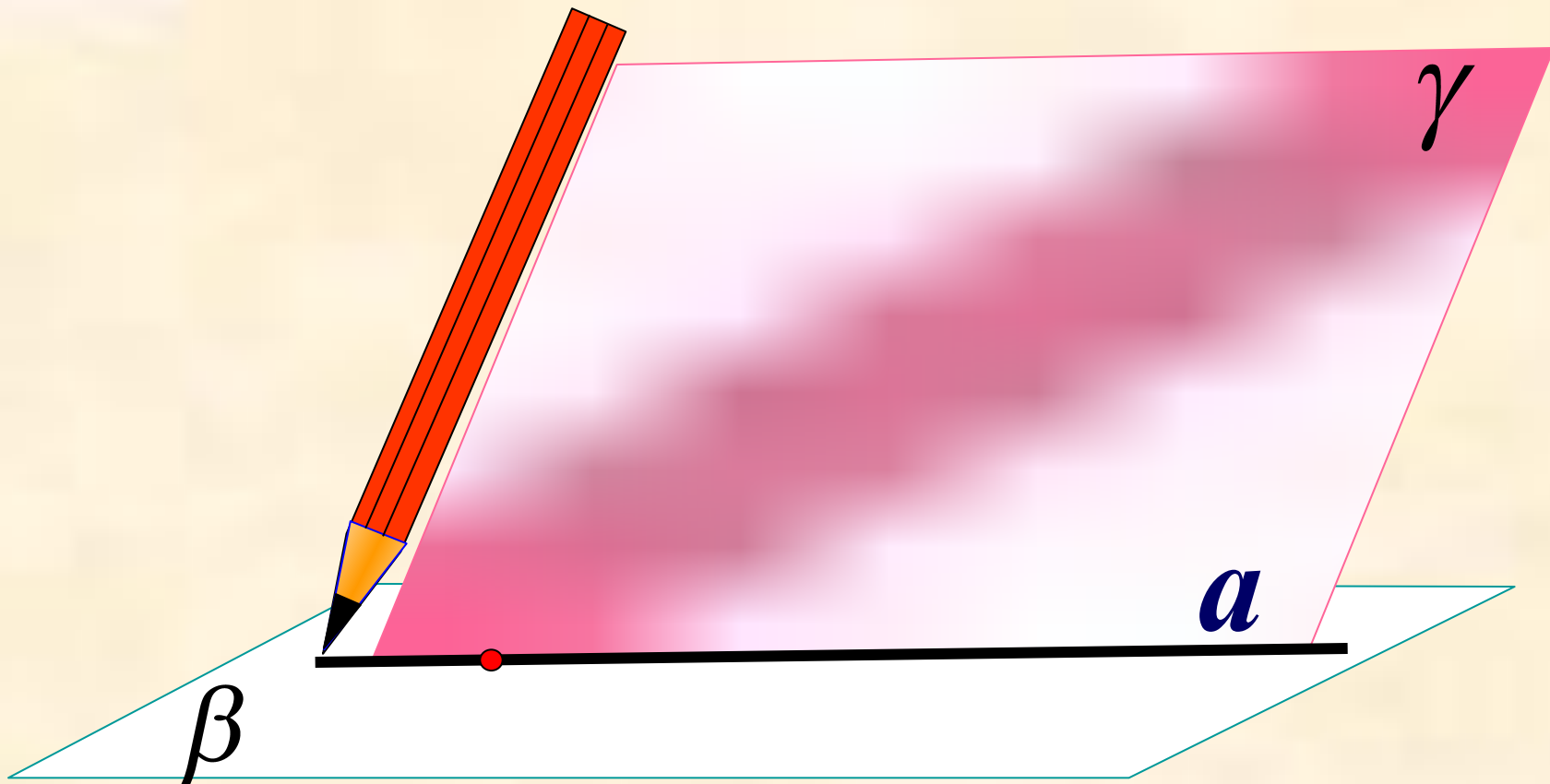


Из аксиомы  $A_2$  следует, что если прямая не лежит в данной плоскости, то она имеет с ней не более одной общей точки. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.



$$a \cap \beta = N$$

**A<sub>3</sub>**. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

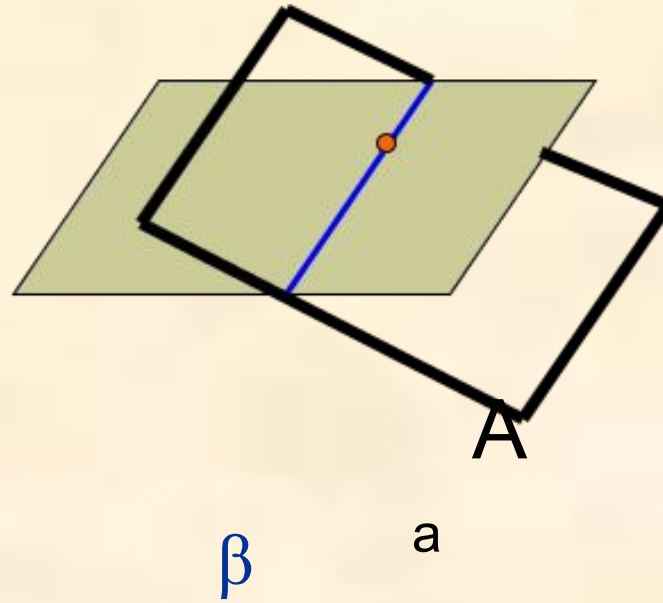
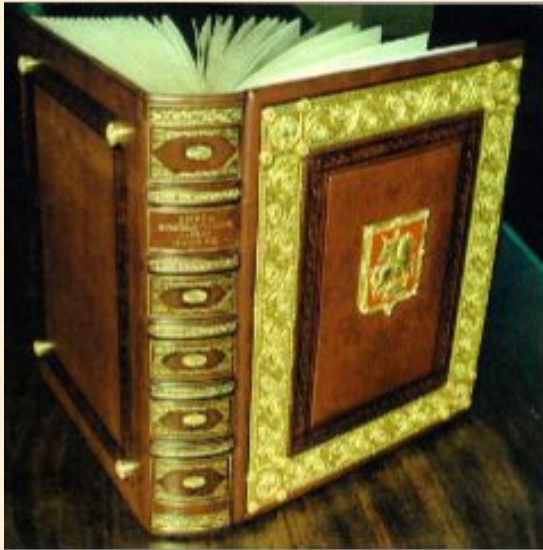


В этом случае говорят, что плоскости пересекаются по прямой.

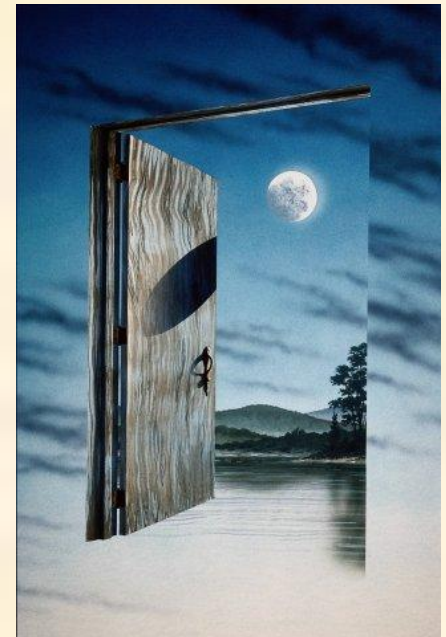
$$\beta \cap \gamma = a$$



**Наглядной иллюстрацией аксиомы  $A_3$  является пересечение двух смежных стен, стены и потолка классной комнаты.**

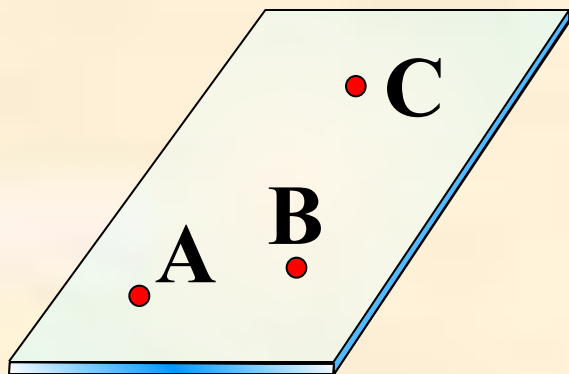


α

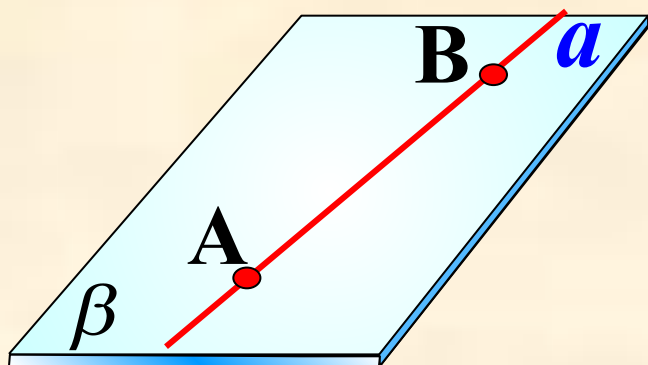


Потому в книге все листы подшиты к одной прямой, а двери, висячие на петлях, можно открывать

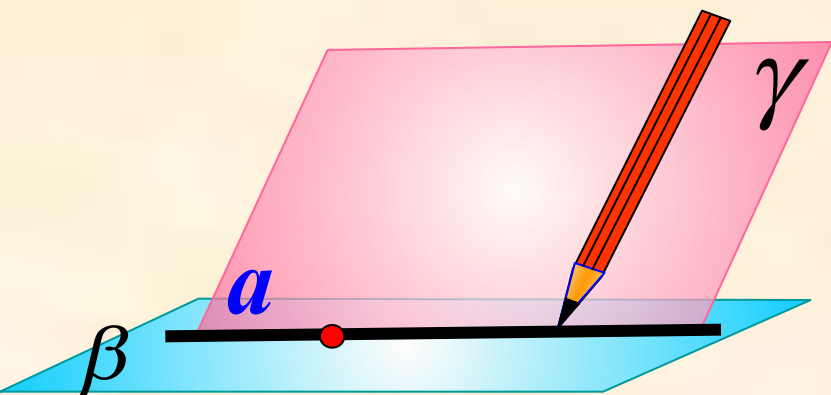




**A<sub>1</sub>.**  
Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



**A<sub>2</sub>.**  
Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



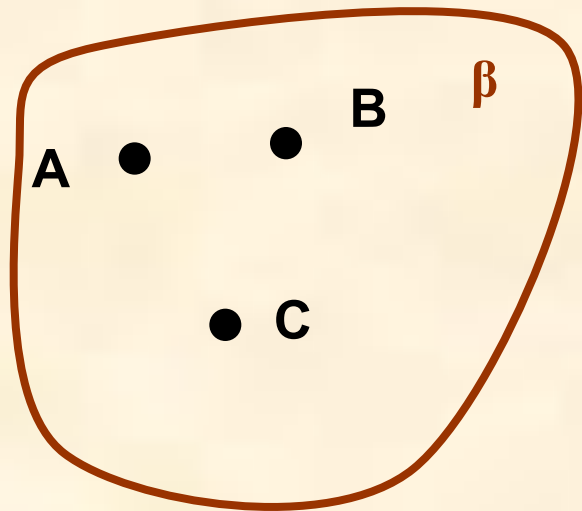
**A<sub>3</sub>.**  
Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



# Аксиомы стереометрии описывают:

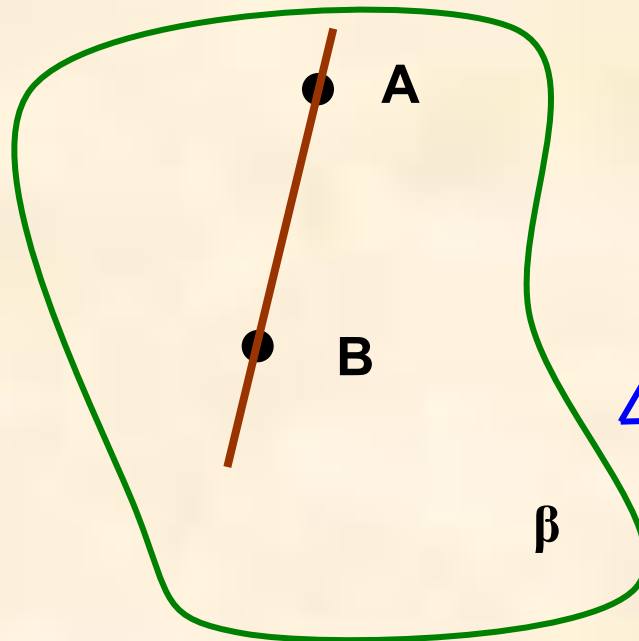
A1.

*Способ  
задания  
плоскости.*



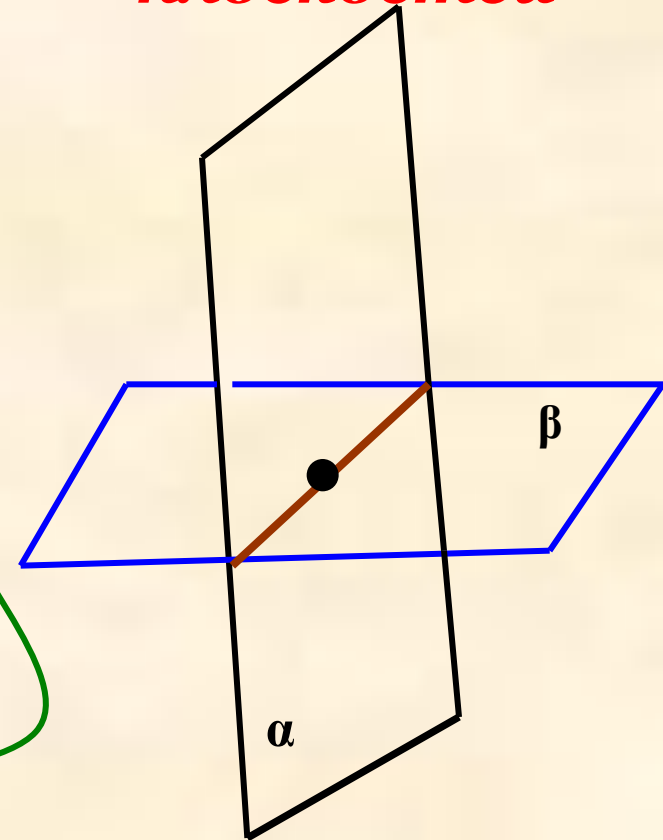
A2.

*Взаимное  
расположение  
прямой и  
плоскости*



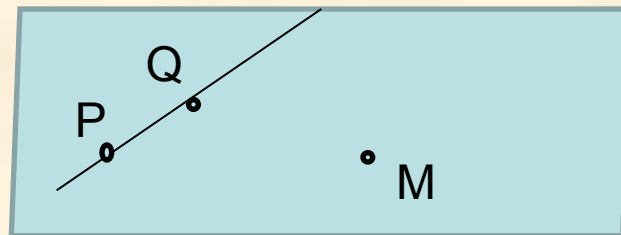
A3.

*Взаимное  
расположение  
плоскостей*

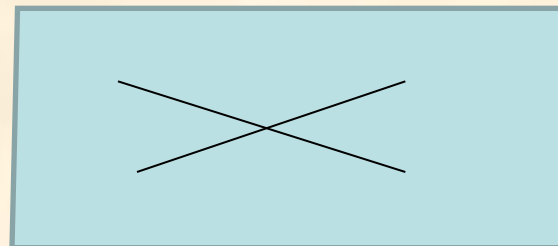


# Следствия из аксиом

Теорема. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна



Теорема. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.



# Домашнее задание

- Выучить аксиомы, п.1,2,3
- №2;3;6