Логарифмы

Учитель математики
МАОУ лицей №3
города Кропоткин
Краснодарского края
Зозуля Елена Алексеевна

Логарифмическая функция
Решение задач

Логарифмические уравнения

Логарифмические неравенства
Решение задач

Свойства логарифмов

Решение задач

Логарифм

Логарифм

Логарифмом числа <u>*b*</u> по основанию <u>*a*</u> называется показатель степени (n), в которую надо возвести <u>*a*</u>, чтобы получить <u>*b*</u> **<u>($a^n=b$)</u>**

$$\log_a b$$

(произносится: логарифм числа <u>b</u> по основанию <u>a</u>)

Логарифм ($\log_a b$) имеет смысл при $a>0$, $a\neq1$, $b>0$!

Свойства логарифмов

1° Основное логарифмическое тождество:

$a^{\log_a b} = b$;

2° $\log_a 1 = 0$;

3° $\log_a a = 1$;

4° Логарифм произведения:

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ $(b>0,\ c>0)$,

$\log_a(b \cdot c) = \log_a |b| + \log_a |c|$ $(bc>0)$;

Свойства логарифмов

5° Логарифм частного:

$\log_a(\mathbf{b/c}) = \log_a \mathbf{b} - \log_a \mathbf{c}$ $(b>0,\ c>0)$,

$\log_a(\mathbf{b/c}) = \log_a|\mathbf{b}| - \log_a|\mathbf{c}|$ $(bc>0)$;

6° Свойство степени числа:

$\log_a(\mathbf{b}^c) = c\cdot\log_a \mathbf{b}$;

7° Свойство степени основания:

$\log(_a{}^c)\mathbf{b} = (1/c)\cdot\log_a \mathbf{b}$;

Свойства логарифмов

8° Формула перехода к новому основанию:

$\log_a b = (\log_c b)/(\log_c a)$;

9° $\log_a b = 1/\log_b a$;

10° Замена основания и показателя функции:

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Виды логарифмических уравнений

1.Решение логарифмических уравнений на основании определения логарифма

$$\log_3(2x+1)=2$$

Ответ: 4

2.Метод потенцирования

$$\log_{x-6}\left(x^2 - 5\right) = \log_{x-6}\left(2x + 19\right)$$

Ответ: корней нет

3. Приведение логарифмического уравнения к квадратному

$$\lg^2 x = 3 - 2\lg x$$

Ответ: 0,001; 10

4. Уравнения, решаемые приведением логарифмов к одному и тому же основанию

$$\log_{3x} 3 = \log_{x^2} 3$$

Ответ: 3

5. Уравнения, решаемые логарифмированием его обеих частей

$$x^{\lg x+2} = 1000$$

Ответ:

0,001; 10

Заполни пропуски

$\mathrm{Log}_x b + \mathrm{Log}_x a = \mathrm{Log}_x (ba)$

$\mathrm{Log}_x a - \mathrm{Log}_x b = \mathrm{Log}_x (a/b)$

$\mathrm{Log}_x b^p = p\mathrm{Log}_x (b)$

Вычисли

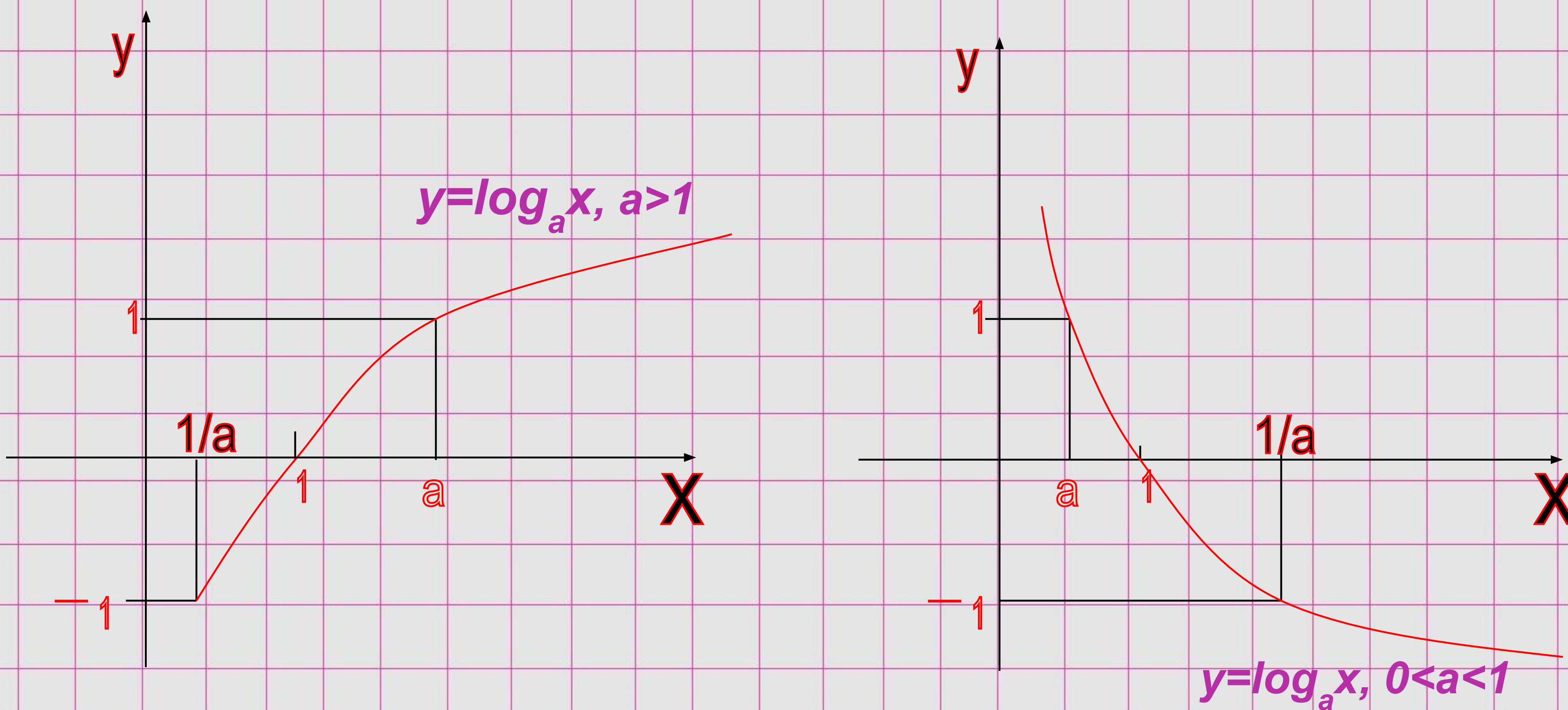
$\lg 2 + \lg 5$ — 1

$\log_3 3 - 0{,}5 \log_3 9$ — 0

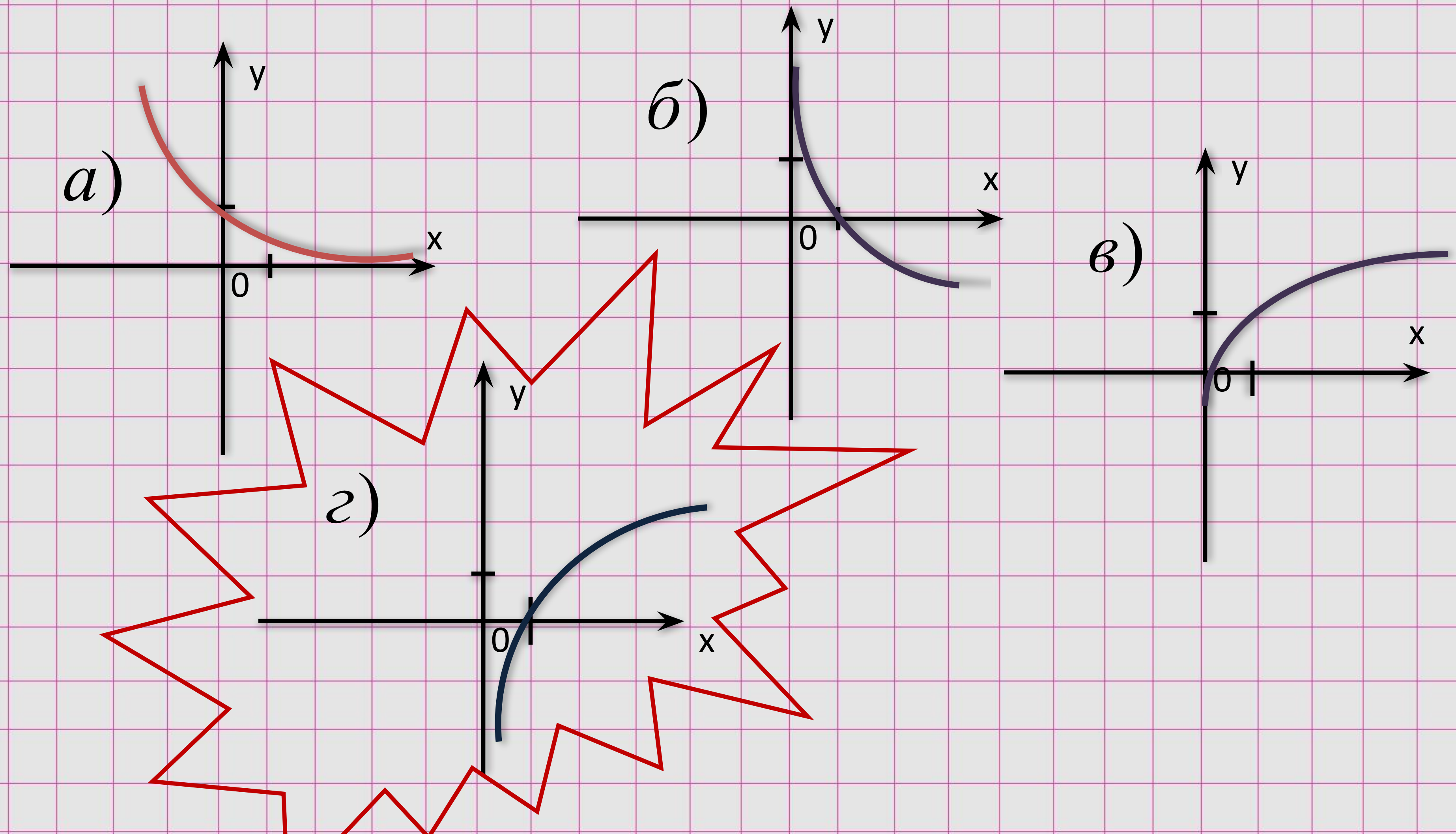
$\log_2 \frac{1}{8}$ — -3

$\log_4 16 + \log_3 27$ — 5

Логарифмическая функция и её график:

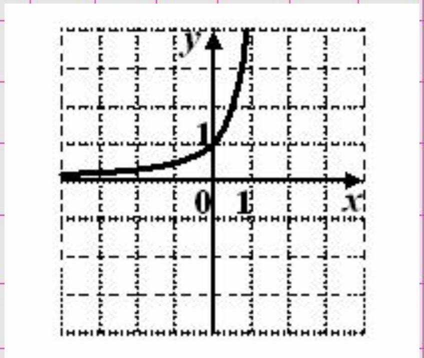


Найти график функции
$y = \log_2 x$

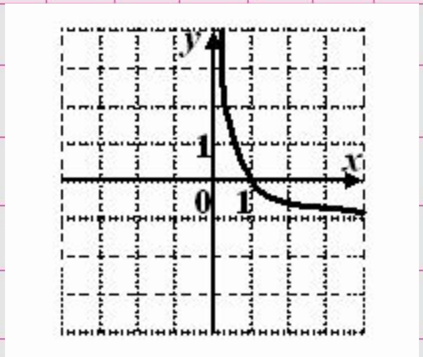


Найти график функции
y = lgx

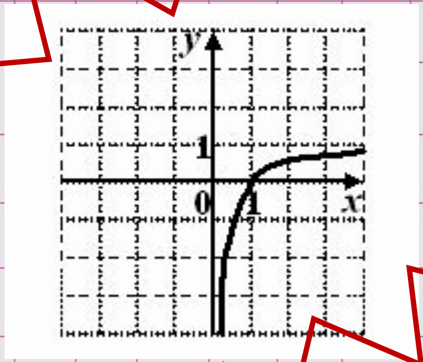
а)



б)



в)



г)

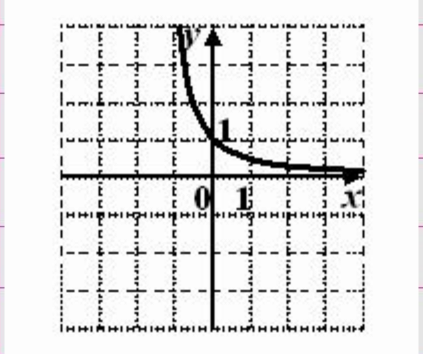
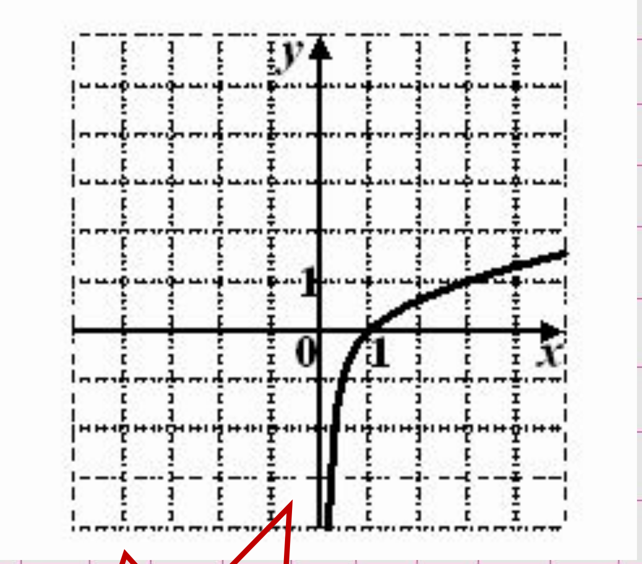


График какой функции изображен на рисунке?



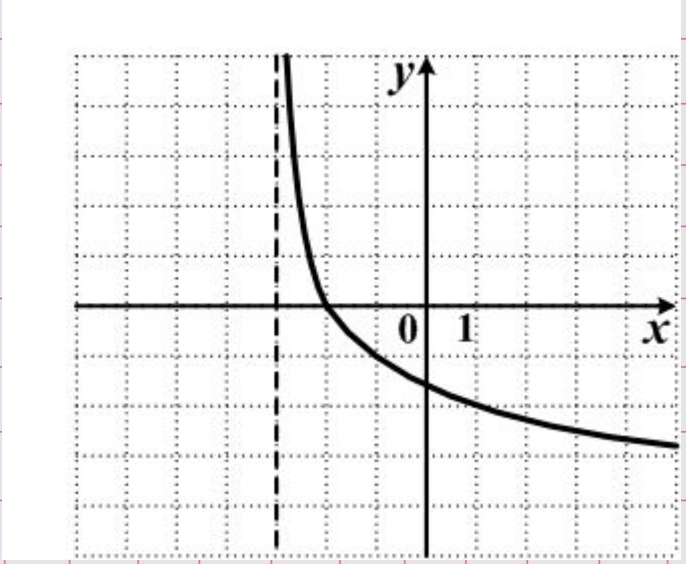
$y = \log_{\frac{1}{3}} x$

$y = \log_3 x$

$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

$y = 3^x$

График какой функции изображен на рисунке?



$y = 2^{-x} + 3$

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x+3)$

$y = 2^{x} - 3$

$y = \log_{2}(x-3)$

Логарифмические неравенства

- Логарифмическим неравенством называют неравенства вида

$\log_a f(x) > \log_a g(x)$,

где a - положительное число, отличное от 1.

- **При <u>a>1</u>** $\log_a f(x) > \log_a g(x)$

$\Leftrightarrow f(x)>0,\ g(x)>0,\ f(x)>g(x)$

- **При <u>0 < a < 1</u>** $\log_a f(x) > \log_a g(x)$

$\Leftrightarrow f(x)>0,\ g(x)>0,\ f(x) < g(x)$

- $\log_3(2x-4)>\log_3(14-x)$
- Ответ: $6<x<14$

- $\log_9(3x-4)>\frac{1}{2}$

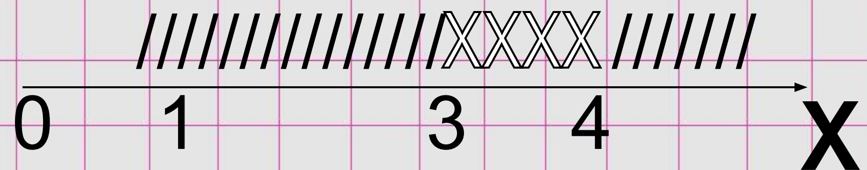
- Ответ: $x>2\frac{1}{3}$

- $\log_{\frac{1}{3}}(2x-4)>\log_{\frac{1}{3}}(14-x)$
- Ответ: $2<x<6$

Решить неравенство:

- $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \le 1$
- Решение:
- О.Д.З. $X>3$.
- Используя свойства логарифма, получаем: $\log_2(x-3)(x-2) \le \log_2 2$.
- Логарифмическая функция с основанием 2 является возрастающей (т.к. $2>1$), поэтому при $x>3$ неравенство $\log_2(x-3)(x-2) \le \log_2 2$ выполняется при $(x-3)(x-2) \le 2$. Это неравенство можно записать в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} (x-3)(x-2) \le 2 \\ X>3 \end{cases}$$



Ответ: $3<X\le4$.

Логарифмы важны очень!
Ты про них не забывай!
Ты учить их можешь ночью!
Повторять - с утра вставай!