

Алехина Татьяна Федоровна,  
учитель математики МБОУ СОШ №5  
г. Апатиты, Мурманская обл.



# НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ. УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

2012 год

В жизни мы часто встречаемся с ситуациями, когда события некоторым образом связаны. По наступлению одного из них можно судить о вероятности наступления другого.



Если на небе тучи, то дождь более вероятен, чем в ясную погоду.

Бывают также события, которые явно не связаны друг с другом.

Например при бросании двух костей результат бросания первой кости явно не влияет на результат бросания второй кости.



Про такие события говорят, что они **независимы**.

Для таких событий справедлива очень важная формула:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Пусть событие  $A$  – «на первой кости выпала шестерка». Тогда

$P(A) = \frac{1}{6}$ . Событие  $B$  – «на второй кости выпала шестерка».

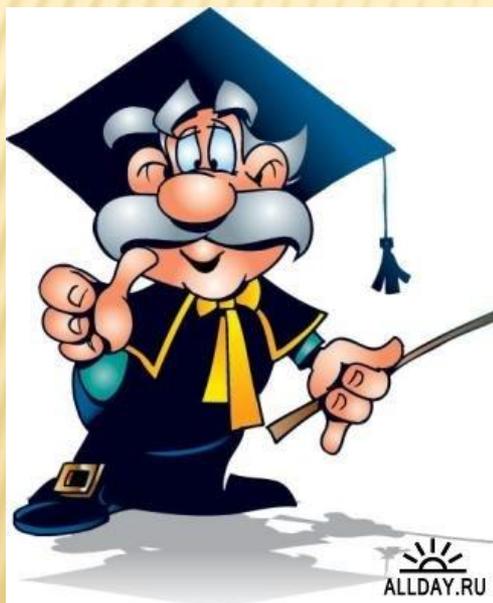
Тогда  $P(B) = \frac{1}{6}$ .

При бросании двух костей выпадение двух шестерок

является событием  $A \cap B$  и его вероятность равна  $\frac{1}{36}$

**Определение:** События А и В называются независимыми, если вероятность их пересечения равна произведению их вероятностей.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$



## Упражнения:

1. События  $U, V$  и  $W$  независимы. Найдите вероятность события  $U \cap V \cap W$ , если а)  $P(U)=0,4$   $P(V)=0,6$   $P(W)=0,5$   
б)  $P(U)=0,4$   $P(V)=0,3$   $P(W)=0,1$

### ОТВЕТ

2. Случайным образом выбирают натуральное число от **1** до **24**. Событие **C** – «число четное». Являются ли события  $C$  и  $B$  независимыми, если событие  $B$  состоит в том, что:  
а) выбранное число делится на 3;  
б) выбранное число делится на 5;  
в) выбранное число делится на 4?

### ОТВЕТ

3. На клавиатуре компьютера 105 клавиш. Найдите вероятность того, что обезьяна, нажав поочередно две клавиши случайным образом, напишет слово «ОЙ»

### ОТВЕ

I

$$P(U \cap V \cap W) = P(U) * P(V) * P(W)$$

a)  $P(U \cap V \cap W) = 0,4 * 0,6 * 0,5 = 0,12$

б)  $P(U \cap V \cap W) = 0,4 * 0,3 * 0,1 = 0,012$



А) С – «число четное»  $P(C) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$  В – «число делится на 3»

$P(B) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$  С∩В – «число четное и делится на 3»

$P(C \cap B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

Проверим справедливость равенства  $P(C \cap B) = P(C) \cdot P(B)$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

события С и В независимы

Б) события С и В независимы

В) события С и В не являются независимыми



$$P(O) = \frac{1}{105}$$

$$P(\text{Й}) = \frac{1}{105}$$

$$P(O\text{Й}) = \frac{1}{105} \cdot \frac{1}{105} = \frac{1}{11025}$$

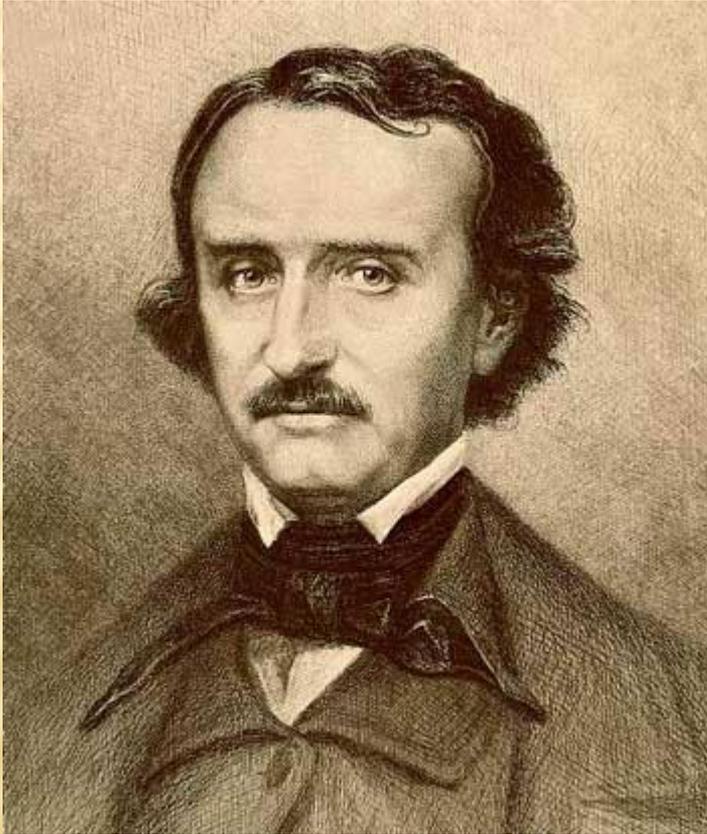


4. Предположим, что вероятность встретить по дороге из школы черную кошку равна  $0,1$ , а вероятность встретить злую собаку –  $0,3$ . Считая, что собака и кошка гуляют независимо друг от друга, найдите вероятность того, что по дороге из школы повстречаются и черная кошка, и злая собака.

5. Вероятность того, что лампочка в люстре перегорит в течение года, равна  $0,2$ . Считая, что лампочки перегорают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что в течение года перегорят все лампочки в люстре, если в ней: а) две лампочки, б) три лампочки, в) четыре лампочки.

6. У Ивана Ивановича есть компьютер, на котором он пишет книгу воспоминаний. Все клавиши работают хорошо, и только клавиша М работает неправильно. С вероятностью  $\frac{1}{3}$  при нажатии получается буква П, а с вероятностью  $\frac{2}{3}$  – буква М. Найдите вероятность того, что фраза «**Много лет тому назад, когда я был маленьким мальчиком**» будет написана правильно с первой попытки.

# Как ошибся Эдгар По.



Знаменитый автор детективов Э.А. По в эпилоге рассказа «Мари Роже» рассуждает о вероятностях, возникающих при бросаниях костей, таким образом:

«...обычного читателя почти невозможно убедить, что при игре в кости двукратное выпадение шестерки делает почти невероятным выпадение её в третий раз и дает все основания поставить против этого любую сумму....»

Ясно, что ошибку допускает сам Эдгар По. Он не учитывает, что все испытания независимы друг от друга.

Действительно, вероятность выпадения трех шестерок равна

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

Эта вероятность действительно мала.

Однако, шестерка уже выпала два раза. Это событие уже

осуществилось! Поэтому, чтобы получить три шестерки подряд,

достаточно еще одной шестерки. Вероятность этого  $\frac{1}{6}$

Таким образом, вероятность выпадения трех шестерок подряд, если

уже выпали две, не  $\frac{1}{216}$ , а  $\frac{1}{6}$



# Используемая литература и источники информации:

1. Теория вероятностей и статистика /Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. – М.: МЦНМО:АО «Московские учебники», 2004
2. [http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&hl=ru&sa=G&tbm=isch&tbnid=5bZ\\_3O7j0TekvM:&imgrefurl=http://moto-vip.ru/wp-includes/records/index.html&imgurl=http://moto-vip.ru/wp-includes/images/dcs\\_49882.jpg&w=323&h=400&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=XVCUTZOmDMSytAaP7N2tCA&page=10&tbnh=176&tbnw=142&start=215&ndsp=25&ved=1t:429,r:10,s:215&biw=1260&bih=837](http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&hl=ru&sa=G&tbm=isch&tbnid=5bZ_3O7j0TekvM:&imgrefurl=http://moto-vip.ru/wp-includes/records/index.html&imgurl=http://moto-vip.ru/wp-includes/images/dcs_49882.jpg&w=323&h=400&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=XVCUTZOmDMSytAaP7N2tCA&page=10&tbnh=176&tbnw=142&start=215&ndsp=25&ved=1t:429,r:10,s:215&biw=1260&bih=837)
3. [http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&hl=ru&sa=G&tbm=isch&prmd=ivns&tbnid=b\\_dgTioDRfxhRM:&imgrefurl=http://moscow.olx.ru/iid-50192485&imgurl=http://images04.olx.ru/ui/3/29/85/50192485\\_1.jpg&w=625&h=500&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=XVCUTZOmDMSytAaP7N2tCA&page=1&tbnh=150&tbnw=186&start=0&ndsp=25&ved=1t:429,r:3,s:0&biw=1260&bih=837](http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&hl=ru&sa=G&tbm=isch&prmd=ivns&tbnid=b_dgTioDRfxhRM:&imgrefurl=http://moscow.olx.ru/iid-50192485&imgurl=http://images04.olx.ru/ui/3/29/85/50192485_1.jpg&w=625&h=500&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=XVCUTZOmDMSytAaP7N2tCA&page=1&tbnh=150&tbnw=186&start=0&ndsp=25&ved=1t:429,r:3,s:0&biw=1260&bih=837)
4. [http://www.googl.ru/imglanding?q=%D1%8D%D0%B4%D0%B3%D0%B0%D1%80+%D0%BF%D0%BE&hl=ru&tbm=isch&tbnid=K19O7nb-zoHczM:&imgrefurl=http://www.chesspro.ru/\\_events/2007/henkel.html&imgurl=http://www.chesspro.ru/\\_images/materials/2007/henkin3.jpg&w=352&h=420&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=GFKUTYiYD8fEtAbqbHGCA&page=1&tbnh=135&tbnw=111&start=0&ved=1t:429,r:0,s:0&biw=1260&bih=837](http://www.googl.ru/imglanding?q=%D1%8D%D0%B4%D0%B3%D0%B0%D1%80+%D0%BF%D0%BE&hl=ru&tbm=isch&tbnid=K19O7nb-zoHczM:&imgrefurl=http://www.chesspro.ru/_events/2007/henkel.html&imgurl=http://www.chesspro.ru/_images/materials/2007/henkin3.jpg&w=352&h=420&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=GFKUTYiYD8fEtAbqbHGCA&page=1&tbnh=135&tbnw=111&start=0&ved=1t:429,r:0,s:0&biw=1260&bih=837)
5. [http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%BF%D1%80%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B0+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&hl=ru&sa=X&tbm=isch&prmd=ivns&tbnid=zK2j2j7odqMk3M:&imgrefurl=http://foto.lib.ru/s/shatalow\\_s\\_w/alb\\_0010/priroda05.htm&imgurl=http://foto.lib.ru/img/s/shatalow\\_s\\_w/alb\\_0010/priroda05.jpg&w=800&h=600&ei=IFSUTZq7Hs2Gswbl1MCtCA&zoom=1&iact=hc&oei=IFSUTZq7Hs2Gswbl1MCtCA&page=1&tbnh=124&tbnw=166&start=0&ved=1t:429,r:11,s:0&biw=1260&bih=837](http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%BF%D1%80%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B0+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&hl=ru&sa=X&tbm=isch&prmd=ivns&tbnid=zK2j2j7odqMk3M:&imgrefurl=http://foto.lib.ru/s/shatalow_s_w/alb_0010/priroda05.htm&imgurl=http://foto.lib.ru/img/s/shatalow_s_w/alb_0010/priroda05.jpg&w=800&h=600&ei=IFSUTZq7Hs2Gswbl1MCtCA&zoom=1&iact=hc&oei=IFSUTZq7Hs2Gswbl1MCtCA&page=1&tbnh=124&tbnw=166&start=0&ved=1t:429,r:11,s:0&biw=1260&bih=837)
6. [http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%BF%D1%80%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B0+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&hl=ru&sa=X&tbm=isch&tbnid=2FaGPyFTxTG7CM:&imgrefurl=http://www.liveinternet.ru/users/pomari/rubric/1085543/page3.html&imgurl=http://img1.liveinternet.ru/images/attach/c/0//43/749/43749806\\_1242166916\\_09\\_01\\_2008\\_0020762001199881584\\_david\\_h\\_collier.jpg&w=600&h=400&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=IFSUTZq7Hs2Gswbl1MCtCA&page=7&tbnh=125&tbnw=165&start=184&ved=1t:429,r:22,s:184&biw=1260&bih=837](http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%BF%D1%80%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B0+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&hl=ru&sa=X&tbm=isch&tbnid=2FaGPyFTxTG7CM:&imgrefurl=http://www.liveinternet.ru/users/pomari/rubric/1085543/page3.html&imgurl=http://img1.liveinternet.ru/images/attach/c/0//43/749/43749806_1242166916_09_01_2008_0020762001199881584_david_h_collier.jpg&w=600&h=400&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=IFSUTZq7Hs2Gswbl1MCtCA&page=7&tbnh=125&tbnw=165&start=184&ved=1t:429,r:22,s:184&biw=1260&bih=837)
7. [http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%B8%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B5+%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8&hl=ru&sa=X&tbm=isch&prmd=ivns&tbnid=9wmpP89XErhYCKM:&imgrefurl=http://www.club-tarot.ru/preds\\_sist\\_gadan.html&imgurl=http://www.club-tarot.ru/images/kosti/334.jpg&w=300&h=227&ei=uVWUTe2fl4XUsgalqInPCA&zoom=1&iact=hc&oei=uVWUTe2fl4XUsgalqInPCA&page=1&tbnh=155&tbnw=196&start=0&ndsp=24&ved=1t:429,r:18,s:0&biw=1260&bih=837](http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%B8%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B5+%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8&hl=ru&sa=X&tbm=isch&prmd=ivns&tbnid=9wmpP89XErhYCKM:&imgrefurl=http://www.club-tarot.ru/preds_sist_gadan.html&imgurl=http://www.club-tarot.ru/images/kosti/334.jpg&w=300&h=227&ei=uVWUTe2fl4XUsgalqInPCA&zoom=1&iact=hc&oei=uVWUTe2fl4XUsgalqInPCA&page=1&tbnh=155&tbnw=196&start=0&ndsp=24&ved=1t:429,r:18,s:0&biw=1260&bih=837)
8. [http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%B8%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B5+%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8&hl=ru&sa=X&tbm=isch&tbnid=bZjz5ZJnofis4M:&imgrefurl=http://www.prisnilos.su/gadanie/gadanie\\_kosti.html&imgurl=http://www.prisnilos.su/flash/kosti.jpg&w=130&h=138&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=uVWUTe2fl4XUsgalqInPCA&page=3&tbnh=110&tbnw=104&start=45&ndsp=21&ved=1t:429,r:9,s:45&biw=1260&bih=837](http://www.googl.ru/imglanding?q=%D0%B8%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B5+%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8&hl=ru&sa=X&tbm=isch&tbnid=bZjz5ZJnofis4M:&imgrefurl=http://www.prisnilos.su/gadanie/gadanie_kosti.html&imgurl=http://www.prisnilos.su/flash/kosti.jpg&w=130&h=138&ei=pending&zoom=1&iact=hc&oei=uVWUTe2fl4XUsgalqInPCA&page=3&tbnh=110&tbnw=104&start=45&ndsp=21&ved=1t:429,r:9,s:45&biw=1260&bih=837)