



**САМАРСКИЙ ЮРИДИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

*ФЕДЕРАЛЬНОЙ СЛУЖБЫ ИСПОЛНЕНИЯ НАКАЗАНИЙ*



# **Л Е К Ц И Я**

**Дисциплина «ПРАВОВАЯ СТАТИСТИКА»**

**Тема № 4-2:**

**«Статистический анализ правовой информации»**

**Динамические ряды**

**Кафедра Управления и информационно-технического  
обеспечения деятельности УИС**

**ОЗЁРСКИЙ СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ, к.ф.-м.н., доцент  
САМАРА 2014**

# План лекции

- 1. Понятие о рядах динамики и их виды.*
- 2. Показатели динамических рядов.*
- 3. Методы выравнивания динамических рядов.*

# Понятие о рядах динамики

Ряд статистических показателей, расположенных в хронологическом порядке, называется **динамическим рядом**

*шкала времени*

*показатели времени*

$t_i$	2008	2009	2010	2011	2012
$y_i$	2.52	2.75	2.89	3.55	3.85

*шкала уровней ряда*

*показатели уровня ряда*

$y_i$  – количество зарегистрированных преступлений, млн. ед.

# Виды динамических рядов

## - по показателю времени

**моментные** – уровни ряда выражают состояние явления на определённые **моменты** времени;

**интервальные** – уровни ряда выражают состояние явления на определённые **интервалы** времени;

## - по показателю уровня

ряды **абсолютных** величин;

ряды **относительных** величин;

ряды **средних** величин;

## - по показателю времени

равностоящие;

неравностоящие;

# Графическая иллюстрация динамических рядов

Динамика количества ДТП по вине водителей отдельных категорий транспортных средств



# Причины несопоставимости рядов динамики (основные)

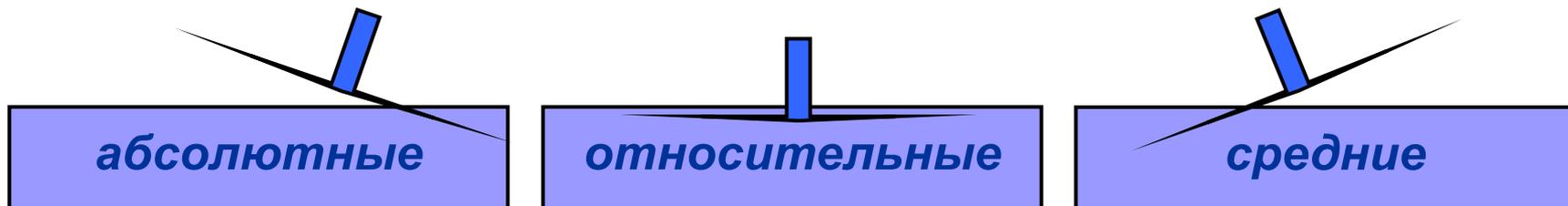
Анализ рядов динамики требует сопоставимости их уровней по *содержанию учитываемых явлений, отрезку времени учёта, территории и полноте охвата учитываемых явлений*

Причиной несопоставимости может быть:

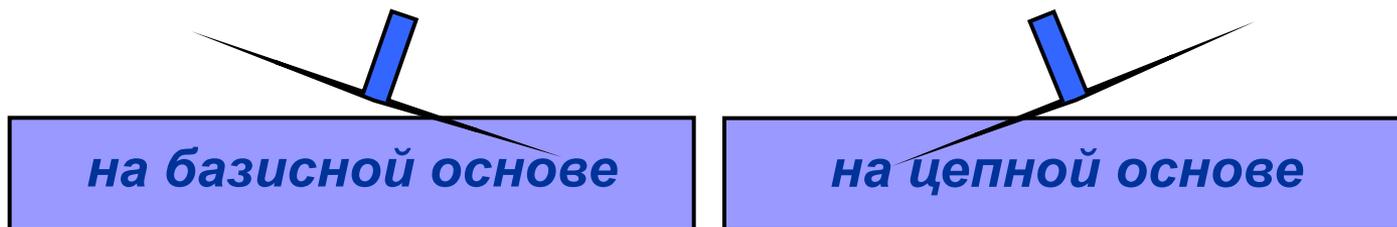
- разноразмерность временных интервалов;
- изменение правовой базы;
- изменения административно-территориального деления;
- изменение методики учёта изучаемого показателя.

# Аналитические показатели динамического ряда

Различают показатели ...



Показатели рассчитываются...



$t_i$	2008	2009	2010	2011	2012
$y_i$	2.52	2.75	2.89	3.55	3.85

$y_B$

$y_{i-1}$

$y_i$

# Аналитические показатели: *абсолютный прирост*

$$\Delta y_i^B = y_i - y_B \quad \text{- на базисной основе}$$

$$\Delta y_i^Ц = y_i - y_{i-1} \quad \text{- на цепной основе}$$

$y_B$

$y_{i-1}$

$y_i$

$t_i$	2008	2009	2010	2011	2012
$y_i$	2.52	2.75	2.89	3.55	3.85
$\Delta y_i^B$	-	0.23	0.37	1.03	1.33
$\Delta y_i^Ц$	-	0.23	0.14	0.66	0.30

# Относительные показатели: *темп роста*

$$T_{P_i}^B = \frac{y_i}{y_B} \quad - \text{ на базисной основе}$$

$$T_{P_i}^Ц = \frac{y_i}{y_{i-1}} \quad - \text{ на цепной основе}$$

$t_i$	2008	2009	2010	2011	2012
$y_i$	<b>2.52</b>	<b>2.75</b>	<b>2.89</b>	<b>3.55</b>	<b>3.85</b>
$T_{P_i}^B$	-	1.09	1.15	1.41	1.53
$T_{P_i}^Ц$	-	1.09	1.05	1.23	1.08

# Относительные показатели: *темпы прироста*

$$\Delta T_{p_i}^B = \frac{\Delta y_i^B}{y_B} = T_{p_i}^B - 1 \quad \text{- на базисной основе}$$

$$\Delta T_{p_i}^Ц = \frac{\Delta y_i^Ц}{y_{i-1}} = T_{p_i}^Ц - 1 \quad \text{- на цепной основе}$$

$t_i$	2008	2009	2010	2011	2012
$y_i$	<b>2.52</b>	<b>2.75</b>	<b>2.89</b>	<b>3.55</b>	<b>3.85</b>
$\Delta T_{p_i}^B$	-	0.09	0.15	0.41	0.53
$\Delta T_{p_i}^Ц$	-	0.09	0.05	0.23	0.08

# Средние показатели динамического ряда

## Средний уровень ряда

средний уровень интервального ряда:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n};$$

средний уровень моментного ряда  
(средняя хронологическая):

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n-1};$$

# Средние показатели динамического ряда

*Средний абсолютный прирост:*

$$\Delta \bar{y} = \frac{\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \dots + \Delta y_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta y_i}{n};$$

*Средний темп роста:*

$$\bar{T}_p = \sqrt[n]{T_{p_1} \cdot T_{p_2} \cdot \dots \cdot T_{p_n}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n T_{p_i}};$$

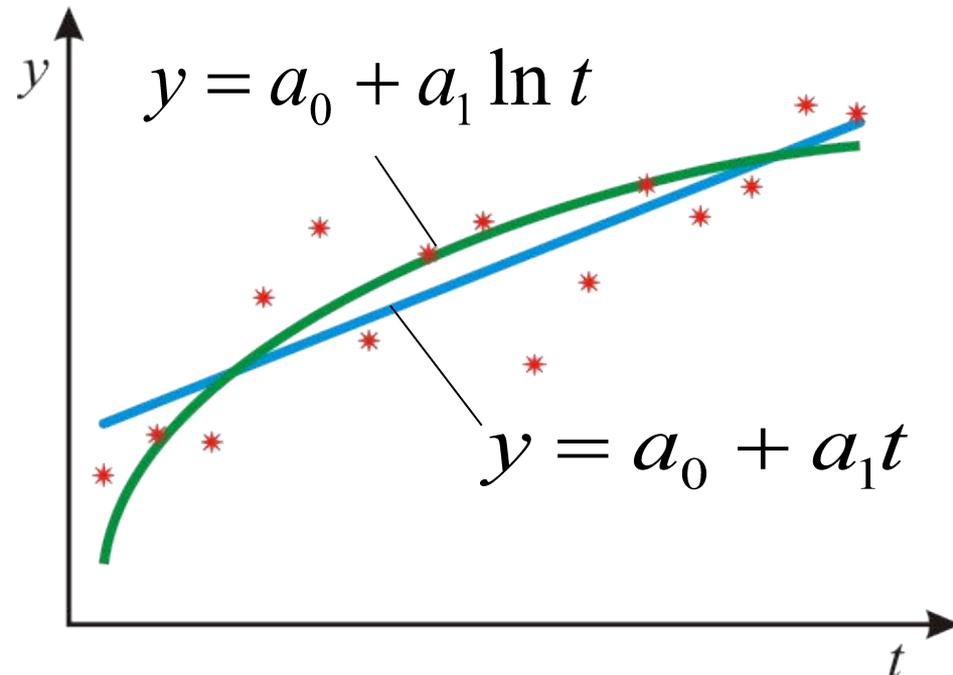
*Средний темп прироста:*  $\Delta \bar{T}_p = \bar{T}_p - 1;$

# Понятие тренда

*Основной тенденцией развития (трендом)* называется плавное и устойчивое изменение уровня ряда во времени, свободное от случайных колебаний и выражающее длительную тенденцию развития исследуемого явления или процесса

## Методы выявления тренда:

- метод укрупнения интервалов;
- метод скользящей средней;
- метод аналитического выравнивания.



# Метод укрупнения интервалов

- метод преобразования первоначальных динамических рядов в более крупные по продолжительности временных периодов.

## Пример

В 2010 году зарегистрировано 1 741 млн. тяжких преступлений, совершённых на улицах, площадях, скверах и парках населённых пунктов России. Данные по месяцам года приведены в таблице.

$t_i$	январь	фев.	мар.	апр.	май	июн.	июл.	авг.	сен.
$y_i$	171	147	169	162	186	181	168	222	195

$t_i$	I квартал	II квартал	III квартал
$y_i$	487	529	585

# Метод скользящей средней

**Скользящая средняя** – динамическая величина, которая последовательно рассчитывается путём передвижения на один интервал при заданной продолжительности периода.

$t_i$	янв.	фев.	мар.	апр.	май	июн.	июл.	авг.	сен.
$y_i$	171	147	169	162	186	181	168	222	195

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \quad \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}; \quad \sphericalangle$$

$t_i$	1	2	3	4	5	6	7
$y_i$	162	159	172	176	178	190	195

$n - k + 1$  членов нового ряда

# Метод аналитического выравнивания

Основным содержанием метода является то, что общая тенденция развития уровня  $y_t$  рассчитывается как функция времени  $y_t = f(t)$ .

При этом эмпирические уровни заменяются уровнями, рассчитанными по определённой кривой – аппроксимирующей функции.

Основные аппроксимирующие функции, используемые при практических исследованиях динамических рядов:

- ❑ линейная функция:  $y(t) = a_0 + a_1 t$ ;
- ❑ полиномиальная функция:  $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n$ ;
- ❑ экспоненциальная функция:  $y(t) = e^{a_0 + a_1 t}$ ;
- ❑ логарифмическая функция:  $y(t) = a_0 + a_1 \cdot \ln t$
- ❑ степенная функция:  $y(t) = a_0 \cdot t^{a_1}$

# Метод аналитического выравнивания

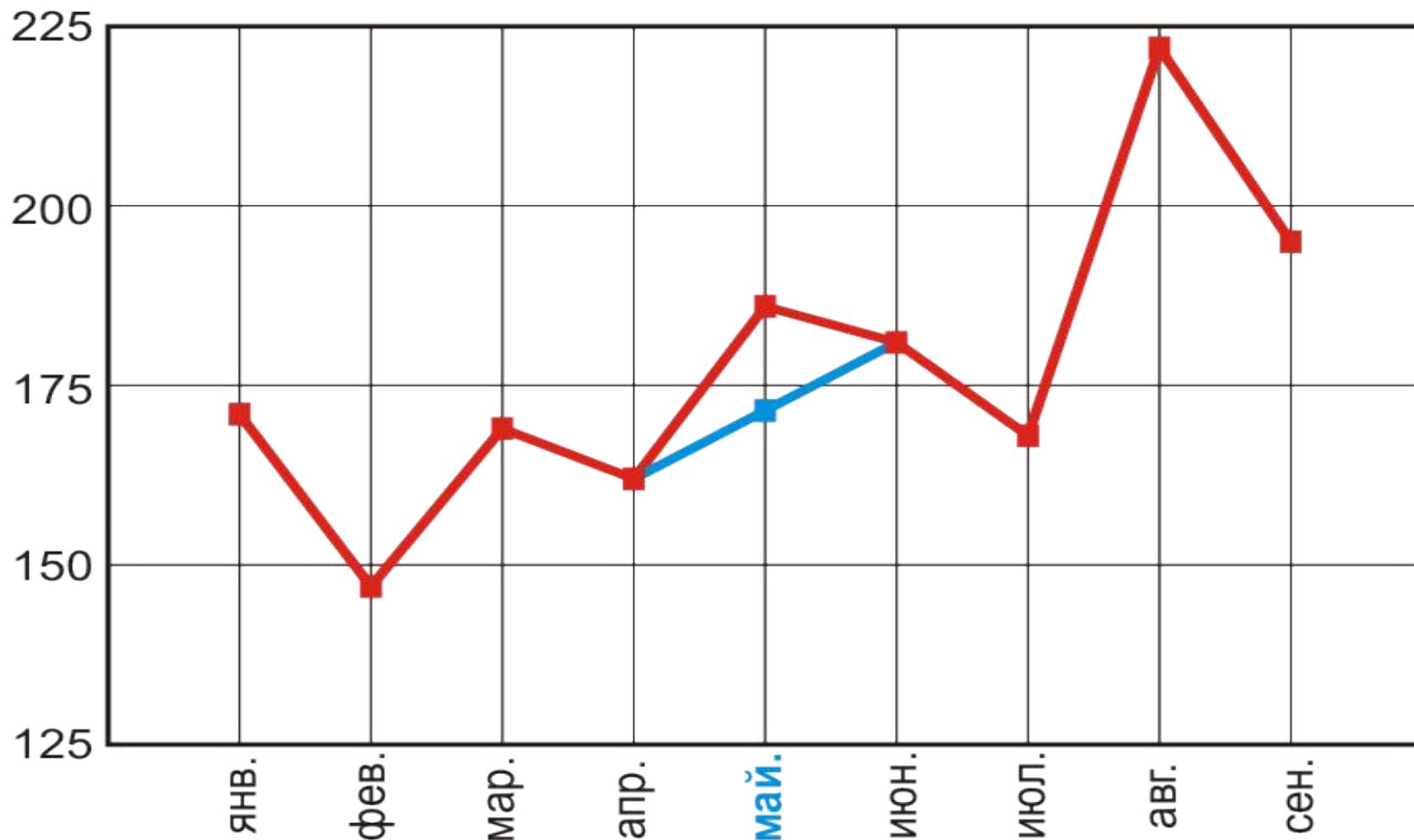
**Интерполированием** называется приближённое или точное нахождение какого-либо уровня внутри динамического ряда по его известным, как правило, соседним значениям

**Экстраполированием** называется приближённое или точное нахождение какого-либо уровня динамического ряда за пределами его известных значений

$t_i$	январь.	фев.	мар.	апр.	май	июн.	июл.	авг.	сен.	окт.
$y_i$	171	147	169	162	$y_5$	181	168	222	195	$y_{10}$

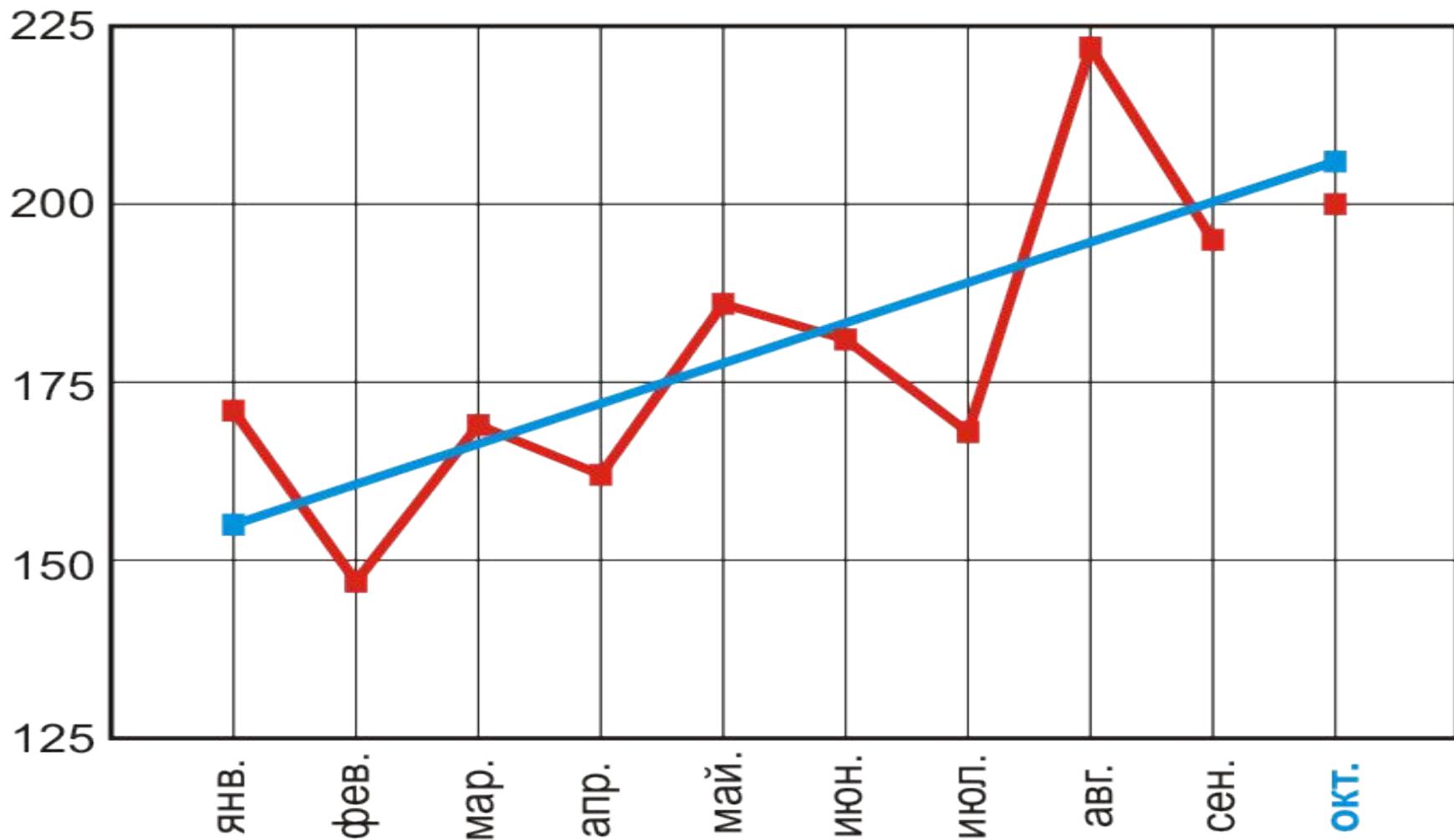
# Метод аналитического выравнивания

Динамика изменения количества тяжких преступлений



# Метод аналитического выравнивания

Динамика изменения количества тяжких преступлений



# Построение линейного тренда

Одним из основных типов уравнений тренда является линейная форма тренда:

$$\hat{y} = b + a \cdot t$$

$$b = \bar{y} - a \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n y_i t_i}{\left( \sum_{i=1}^n t_i \right)^2 - n \sum_{i=1}^n t_i^2}$$

# Построение линейного тренда

Если поместить начало отсчета в середину динамического ряда, то:

$$\sum_{i=1}^n t_i = 0$$

$$b = \bar{y}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}$$

# Прогнозирование на основе линейного тренда

Средняя ошибка прогноза положения тренда на соответствующий год:

$$m_{\hat{y}_t} = \sigma(t) \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{12 \cdot t^2}{n^3 - n}}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$$

## Прогнозирование на основе линейного тренда

Месяцы	$y_i$	$t_i$	$y_i t_i$	$t_i^2$
Январь	171	-4	-684	16
Февраль	147	-3	-441	9
Март	169	-2	-338	4
Апрель	162	-1	-162	1
Май	186	0	0	0
Июнь	181	1	181	1
Июль	168	2	336	4
Август	222	3	666	9
Сентябрь	195	4	780	16
<b>Сумма</b>	<b>1601</b>	<b>0</b>	<b>338</b>	<b>60</b>

## Прогнозирование на основе линейного тренда

$$b = \frac{1601}{9} = 178 \quad a = \frac{338}{60} = 5,6$$

$$\hat{y}(t) = 5,6 \cdot t + 178$$

$$\hat{y}(5) = 5,6 \cdot 5 + 178 = 28 + 178 = 206$$

# Сравнение различных линий тренда

Годы	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Уровень преступности (на 1000 осуждённых)	1,21	1,46	1,78	1,58	1,31	1,22	1,33

№	Тип линии тренда	Формула	$R^2$	Прогноз на 2012 год	Откло- нение
1.	Линейный		0,048	1,33	0,10
2.	Полиномиальный		0,869	1,77	0,54
3.	Логарифмический		$3 \cdot 10^{-5}$	1,41	0,18
4.	Степенной		$7 \cdot 10^{-5}$	1,40	0,17
5.	Экспоненциальный		0,043	1,33	0,10