Задачи
на смеси
и
сплавы.

Составила учитель ЛИЕН при СГАУ им. Н.И. Вавилова

Мещенко Наталья Викторовна.

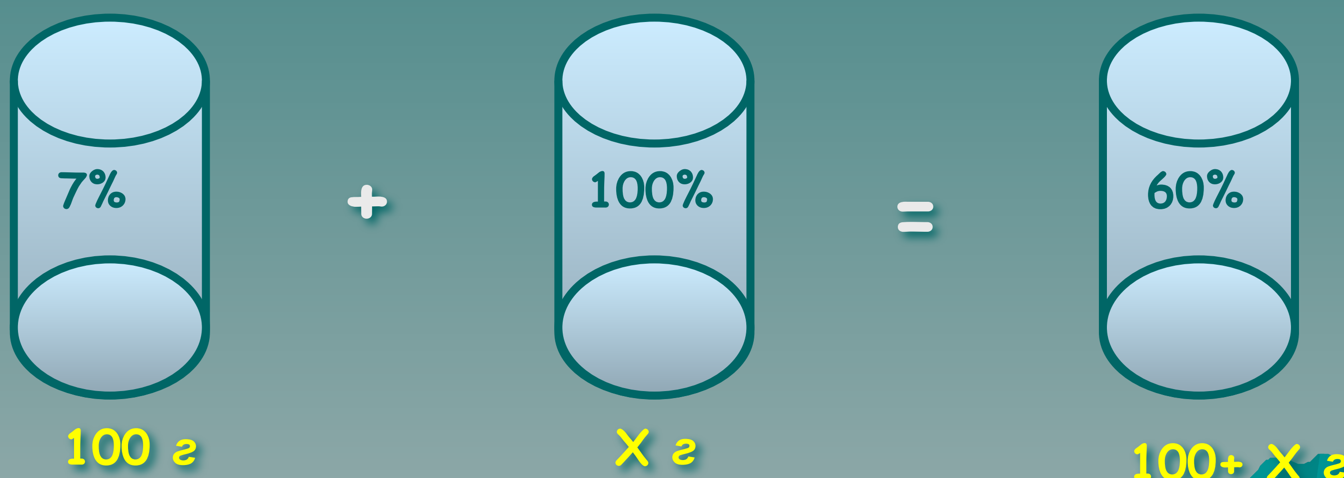
2008-2009 **уч. год**

Задача

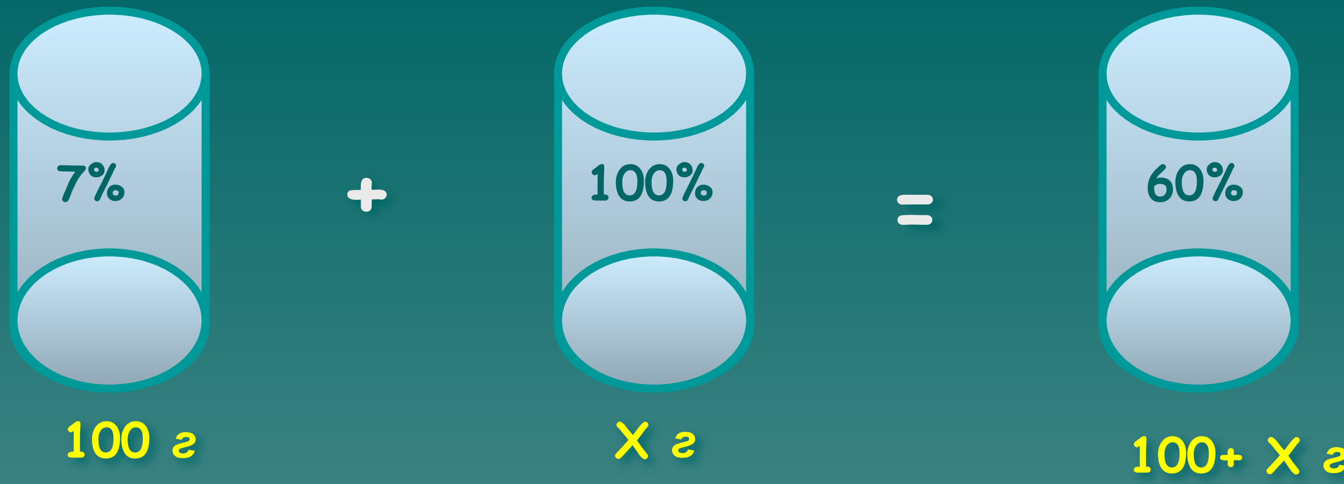
1. Сколько надо добавить воды к 100 г сухого молока с содержанием 7% воды, чтобы получить молоко с содержанием 60% воды?

Смеси.

Решение:



Задача
1



$$7 \cdot 100 + 100 \cdot x = 60(100 + x),$$

$$70 + 10x = 600 + 6x,$$

$$4x = 530,$$

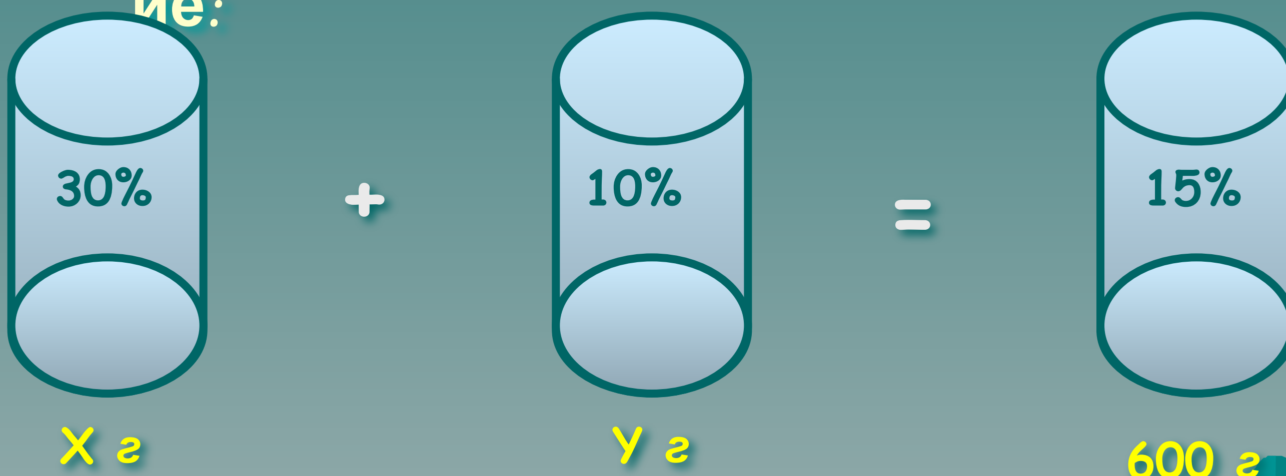
$$x = 132{,}5$$

$$\textit{Ответ}: 132{,}5\textit{г}.$$

Задача 2.

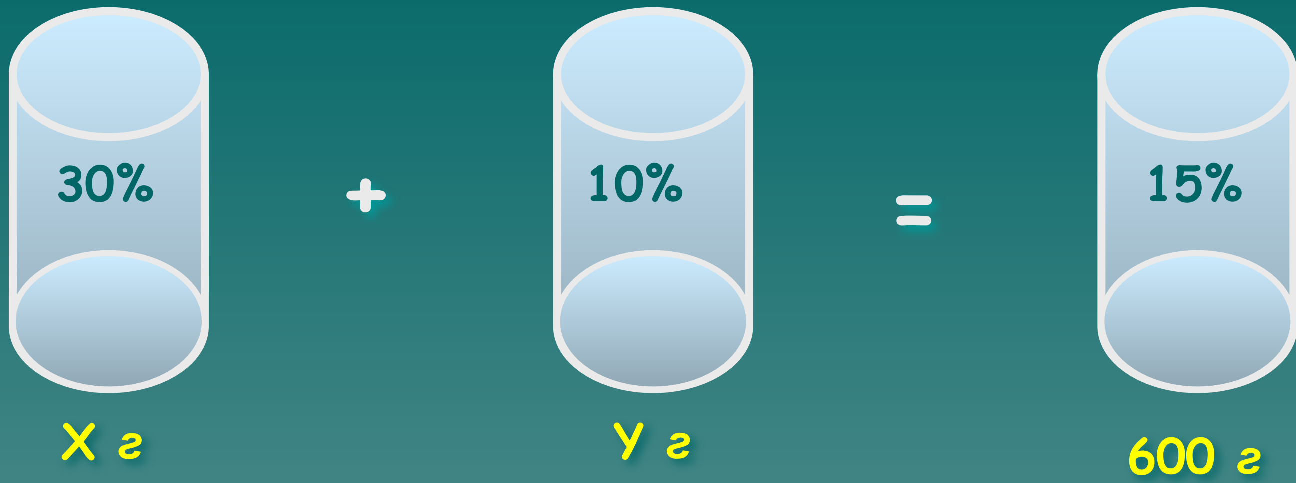
Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным и получили 600 г 15%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Решение:



Задача

2.



$$30x + 10y = 15 \cdot 600$$

$$x + y = 600,$$

$$\begin{cases} x + y = 600, \\ 30x + 10y = 15 \cdot 600; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 600, \\ 3x + y = 900. \end{cases}$$

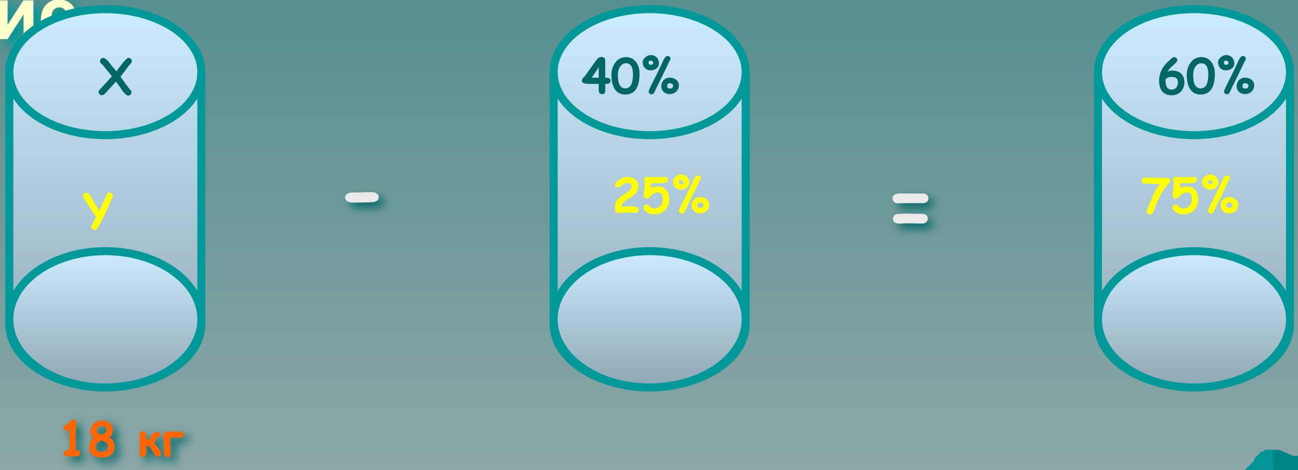
$$x = 150, y = 600 - 150 = 450.$$

$Ответ: 150г; 450г.$

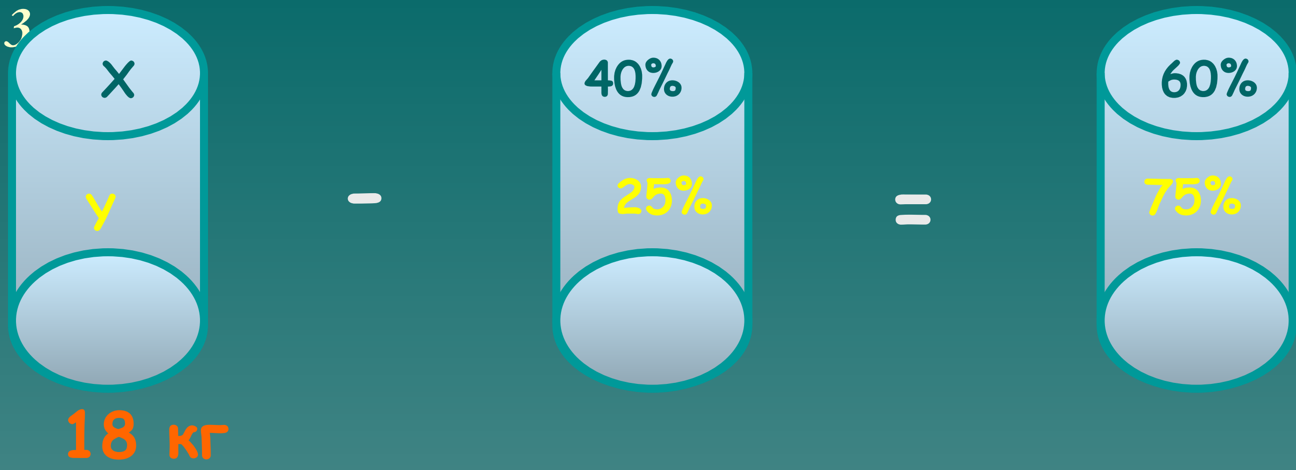
Задача

3. Смесь, состоявшая из двух веществ, весит 18 кг. После того, как из нее выделили 40% первого вещества и 25% второго, в ней первого вещества стало столько же, сколько второго. Сколько каждого вещества было в смеси?

Решение



Задача 3



$$60x = 75y.$$

$$x + y = 18.$$

$$\begin{cases} x + y = 18, \\ 60x - 75y = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 18, \\ 4x - 5y = 0; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 90, \\ 4x - 5y = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10, \\ y = 8. \end{cases}$$

Ответ: 10*кг*; 8*кг*.

Задача 1.

Кусок сплава меди и цинка массой 72 кг содержит 45% меди. Какую массу меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди?

Сплавы

Решение:

45 %	+	100 %	=	60%
72 кг		Х кг		72+ Х кг

Задача 1.

45 % + 100 % = 60%

72 кг | Х кг | 72+ Х кг

$$45\cdot 72+100x=60(72+x),$$

$$9\cdot 72+20x=12(72+x),$$

$$20x-12x=12\cdot 72-9\cdot 72,$$

$$x=27.$$

Ответ : 27кг.

Сплавы.

Задача 2.

Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

Решение:

45 %	+	0 %	=	40%
12 кг		Х кг		12+ Х кг

Задача 2.

45 % + 0 % = 40%

12 кг | Х кг | 12+ Х кг

$$45 \cdot 12 + 0 \cdot x = 40(12 + x),$$

$$40x = 45 \cdot 12 - 40 \cdot 12,$$

$$40x = 12 \cdot 5,$$

$$x = \frac{3}{2}.$$

Ответ : 1,5 *кг*.

Сплавы

Задача

3. Имелось два сплава меди с разным процентным содержанием меди в каждом. Число, выражающее в процентах содержание меди в первом сплаве, на 40 меньше числа, выражающего в процентах содержание меди во втором сплаве. Затем оба эти сплава сплавили вместе, после чего содержание меди составило 36%. Определить процентное содержание меди в первом и во втором сплавах, если известно, что в первом сплаве меди было 6 кг, а во втором-12 кг.

Решен

X %

6 кг

+

(X+40) %

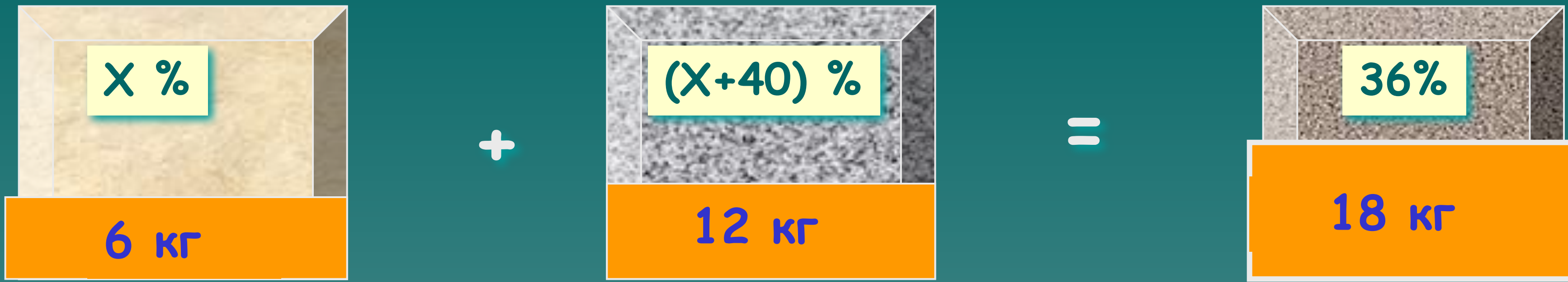
12 кг

=

36%

(6 + 12) кг

Задача 3.



$$\frac{6}{x}+\frac{12}{x+40}=\frac{18}{36}, \qquad \frac{1}{x}+\frac{2}{x+40}=\frac{3}{36},$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x+40}=\frac{1}{12}, \qquad 12(x+40)+12\cdot 2x-x(x+40)=0.$$

$$x^2+4x-480=0, \quad x_1=20, \; x_2=-24.$$

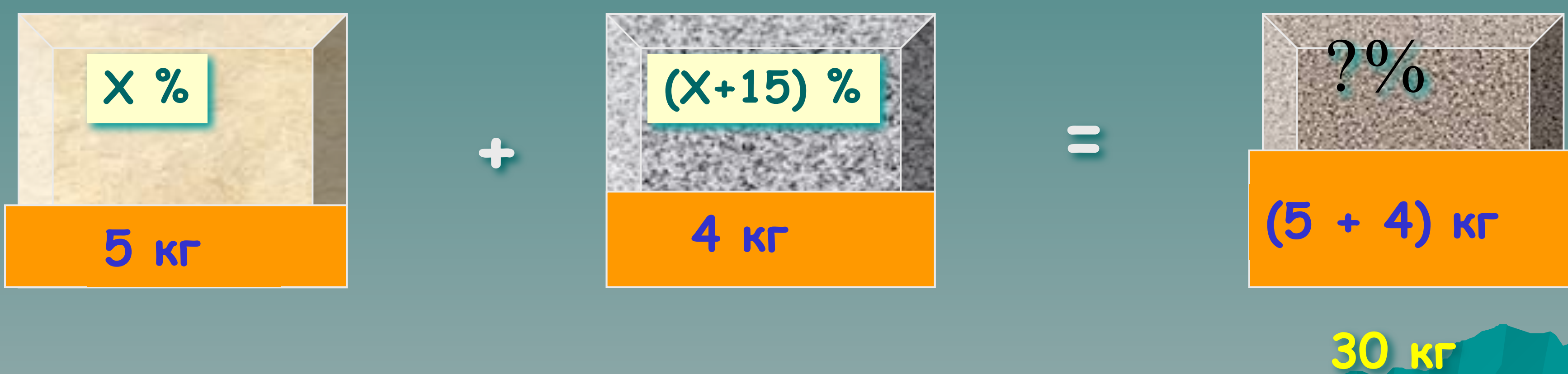
20% в первом сплаве,
60% -во втором сплаве

$$\textit{Ответ}: 20\%, 60\%.$$

Сплавы.

Задача *4.* Два куска латуни имеют массу 30 кг. Первый кусок содержит 5кг чистой меди, а второй кусок - 4 кг. Сколько процентов меди содержит первый кусок латуни, если второй содержит меди на 15% больше первого?

Решен



Задача 4.

X % + (X+15) % = ?%

5 кг + 4 кг = (5 + 4) кг

30 кг

$$\frac{5}{x}+\frac{4}{x+15}=\frac{9}{30}, \qquad \frac{5}{x}+\frac{4}{x+15}=\frac{3}{10},$$

$$5\cdot 10(x+15)+4\cdot 10x-3x(x+15)=0,$$

$$50x+50\cdot 15+40x-3x^2-45x=0,$$

$$x^2-15x-250=0, \qquad x_1=25,\ x_2=-10.$$

25% меди в первом куске

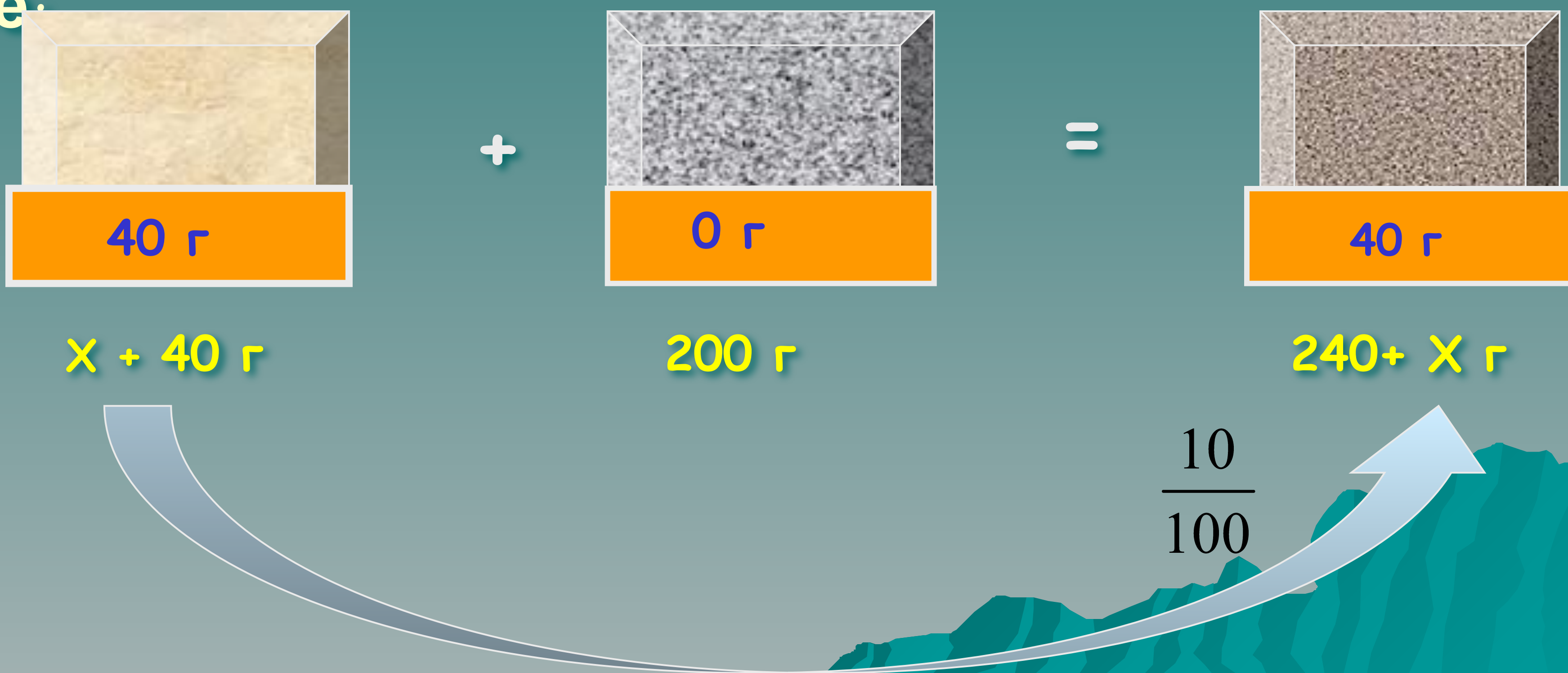
Ответ: 25%.

Сплавы

Задача

5. К раствору, содержащему 40 г соли, добавили 200 г воды, после чего массовая доля соли уменьшилась на 10%. Сколько воды содержал раствор, и какова была в нем массовая доля соли?

Решение:



Задача 5.

X + 40 г   200 г   240+ X г

$$\frac{40}{40+x}-\frac{40}{240+x}=\frac{10}{100}, \qquad \frac{40}{40+x}-\frac{40}{240+x}=\frac{1}{10},$$

$$400(240+x)-400(40+x)=9600+280x+x^2,$$

$$x^2+280x-70400=0, \qquad x^2-15x-250=0,$$

$$x_1=160,\ \ x_2=-440.$$

$$160\ \textit{г воды},\quad \frac{40}{160+40}=0{,}2;$$

$$20\%-\textit{массовая доля соли}.$$

$$\textit{Ответ}:160\textit{г};\ 20\%.$$

Проценты.

1) Количество процентов, которое составляет положительное число **X** от положительного числа **Y**, находиться по формуле

$$a\% = \frac{X}{Y} \cdot 100\%$$

2)Если число **X** составляет ***a* %** от числа У, то

$$\mathrm{Y} = \frac{100 \cdot X}{a} \quad и \quad \mathrm{X} = \frac{a \cdot Y}{100}$$

3) Полезно пользоваться понятиями повышающего (k_a) и понижающего (k_b) коэффициентов.

Если положительное число Y увеличить на ***a* %** , то полученное значение будет равно $k_a \cdot$ Y, где

$$k_a = 1 + \frac{a}{100}$$

Если положительное число Y уменьшить на ***b* %** , то полученное значение будет равно $k_b \cdot$ Y, где

$$k_b = 1 - \frac{b}{100}$$

Если положительное число Y увеличить на *a* % , то полученное значение будет равно $k_a \cdot Y$.

Если положительное число Y уменьшить на *b* % , то полученное значение будет равно $k_b \cdot Y$.

Задача 1.

Цену товара Y сначала повысили на 40%, а затем понизили на 20 % . На сколько оказалась повышенной первоначальная цена товара?

Решение

Цену товара Y сначала повысили на 40%(повышающий коэффициент k_a =1,4) , то цена стала $1{,}4 \cdot Y$,

а затем понизили на 20 % (понижающий коэффициент k_b = 0,8),

то новая цена станет равной $0{,}8 \cdot (1{,}4 \cdot Y) = 1{,}12 \cdot Y$,

и, следовательно, первоначальная цена оказалась повышенной на 12%.

Задача 2.
Цену товара сначала повысили на 25%.На сколько процентов её необходимо уменьшить, чтобы получить первоначальную цену?

Решение.

Пусть цена товара X рублей.
Тогда увеличение на 25% означает, что k_a =1,25 , его новая цена Yстала 1,25·X (т.е. $k_a \cdot X$).
Имеем,Y = 1,25·X

Выразим X через Y.

$$X = \frac{Y}{1{,}25} = \frac{Y}{\frac{5}{4}} = \frac{4Y}{5} = 0{,}8 \cdot Y$$

Понижающий коэффициент k_b =0,8, что равносильно 20% снижения стоимости.

Ответ: 20%

Задача 3.

Население поселка увеличилось за два года на 10,25%.

Найти средний ежегодный прирост населения.

Решение.

Пусть X- первоначальное население поселка,

k -повышающий коэффициент.

Тогда к концу первого года населения стало - $k \cdot X$,

а к концу второго года- $k^2 \cdot X$.

По условию задачи население увеличилось на 10,25%,

т.е. стало $1{,}1025 \cdot X$.

Имеем, $k^2 \cdot X = 1{,}1025 \cdot X$

Значит, $k^2 = 1{,}1025$

$k = 1{,}05$.

Повышающий коэффициент $k = 1{,}05$,

что равносильно 5%повышению.

Ответ: 5%

Задача 4.

В результате повышения производительности труда на 35% цех стал выпускать в день 405 изделий. Сколько изделий в день цех выпускал раньше?

Решение.

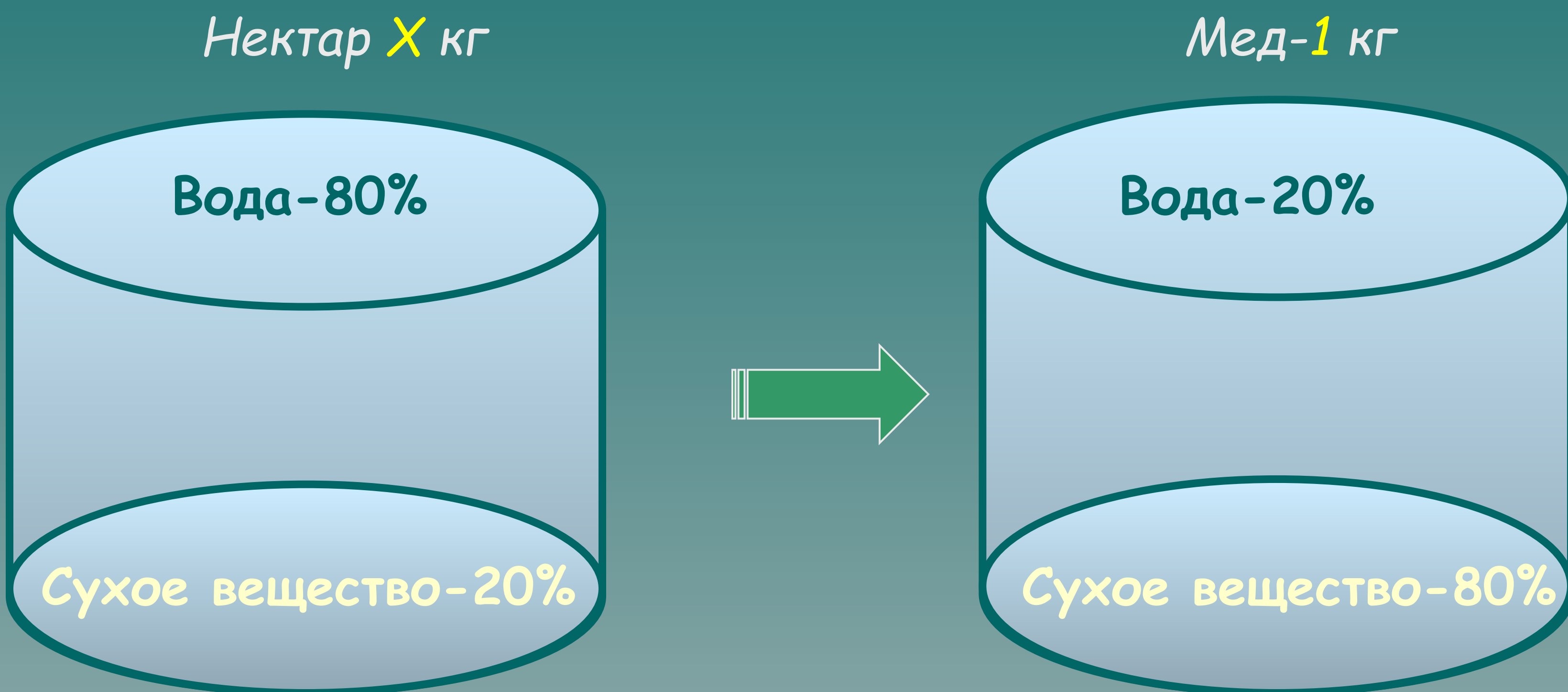
Пусть X- первоначальная производительность труда
k -повышающий коэффициент k =1,35.
Тогда новая производительность стала 1,35· X,
Или 405 изделий в день.
т.е. стало 1,35·X =405 .
Имеем, X =300.

Ответ: 300

<u>Задача 5.</u>

Исследования показали, что цветочный нектар содержит 80% воды, а полученный из него мёд содержит 20% воды. Сколько кг нектара надо переработать пчёлам, чтобы получить 1кг мёда?

<u>Решение.</u>



$0{,}2 \cdot x$ кг - сухое вещество = $0{,}8 \cdot 1$ кг - сухое вещество

<u>Ответ:</u> 4 кг

Задача 6.

Летом огурцы становятся дешевле, чем зимой, на 35% , а помидоры – на 60%. Поэтому овощи для салата «Овощной» из огурцов и помидоров летом обходиться на 50% дешевле, чем зимой. Сколько процентов от стоимости овощей для салата составляет зимой стоимость входящих в него помидоров?

Решение.

ОВОЩИ	ЛЕТО	коэффициент	ЗИМА
Огурцы	X	1-0,35	0,65X
Помидоры	Y	1-0,6	0,4Y
Салат	1	1-0,5	0,5

X+Y=1

0,65X+0,4Y=0,5

Составим и решим систему уравнение $\begin{cases} x+y=1, \\ 0{,}65x+0{,}4y=0{,}5 \end{cases}$

$\begin{cases} x+y=1, \\ 0{,}65x+0{,}4y=0{,}5 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=1, \\ 65x+40y=50 \end{cases}$ $\begin{cases} -13x-13y=-13, \\ 13x+8y=10; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=1, \\ -5y=-3; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=1, \\ y=0{,}6. \end{cases}$

Помидоры - 0,6, а салат - 1, тогда чтобы найти сколько процентов от стоимости салата составляют помидоры надо 0,6:1 = 0,6= 60%.

Ответ: **60%.**

Задача 7.

При покупке ребенку новых лыж с ботинками родителям пришлось заплатить на 25% больше, чем два года назад, причем лыжи подорожали с тех пор на 15%, а ботинки – на 40%. Во сколько раз два года назад лыжи были дороже ботинок?

Решение.

	Первоначальная цена	коэффициент	Новая цена
Лыжи	X	1+0,15	1,15X
Ботинки	Y	1+0,4	1,4Y
Комплект	1	1+0,25	1,25

$\boxed{X+Y=1}$ $\boxed{1{,}15X+1{,}4Y=1{,}25}$

Составим и решим систему уравнение $\begin{cases} x+y=1, \\ 1{,}15x+1{,}4y=1{,}25 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y=1, \\ 1{,}15x+1{,}4y=1{,}25; \end{cases} \begin{cases} x+y=1, \\ 23x+28y=25; \end{cases} \begin{cases} -23x-23y=-23, \\ 23x+28y=25; \end{cases} \begin{cases} \tilde{o}+\acute{o}=1, \\ 5\acute{o}=2; \end{cases} \begin{cases} \tilde{o}=0{,}6, \\ \acute{o}=0{,}4. \end{cases}$$

Лыжи - 0,6, а ботинки – 0,4, тогда чтобы найти

во сколько раз лыжи дороже ботинок

надо 0,6 : 0,4 = в 1,5.

Ответ: 1,5.

В13.(2012 год)

1. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Пусть цена рубашки **х** рублей, а цена куртки **у** рублей

Тогда 4 рубашки стоят 4**х** рублей

По условию 4 рубашки дешевле курки на 8% =0,08

То есть 4 х стоят как (1-0,08)у =0, 92у

Имеем 4 х = 0, 92у , тогда х = 0, 23у

Следовательно 5 рубашек , тогда 5х = 5· 0, 23у

5х = 1,15 у

Значит, 5 рубашек дороже куртки на 15%

Ответ: 15

2. Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Пусть зарплата мужа **x** рублей,

а зарплата жены **y** рублей,

а стипендия студентки z рублей

Тогда $x + y + z = 1$

Тогда $2x + y + z = 1 + 0,67$

Тогда $x + y + z/3 = 1 - 0,04$

1) Так как $2x + y + z = 1{,}67$ и $x + y + z = 1$

Представим $x + x + y + z = 1{,}67$

Тогда $x + 1 = 1{,}67$

Тогда $x = 0{,}67$

2) Тогда

$$\begin{array}{r} x + y + z = 1 \\ -\; x + y + z/3 = 0{,}96 \\ \hline \end{array}$$

Тогда $z = 0{,}06$

3) Тогда $x + z = 0{,}67 + 0{,}06 = 0{,}73$

значит, $y = 1 - 0{,}73 = 0{,}27$

Ответ: 27

3. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника» если выставленный на продажу за 20000 рублей, он через два года был продан за 15842 рубля

Пусть количество процентов **x**, тогда 0, 01x

Цена изменилась и стала через год $20000\cdot(1-0{,}01x)$,

а через два года и стала $20000\cdot(1-0{,}01x)^2$,

А по условию цена стала 15842

$20000\cdot(1-0{,}01x)^2 = 15842$, $(1-0{,}01x)^2 = 15842 : 20000$

$(1-0{,}01x)^2 = 0{,}7921$ $1-0{,}01x = 0{,}89$ $0{,}01x = 0{,}11$

Ответ: $x = 11$

Спасибо
за
внимание.

Желаю творческих успехов!