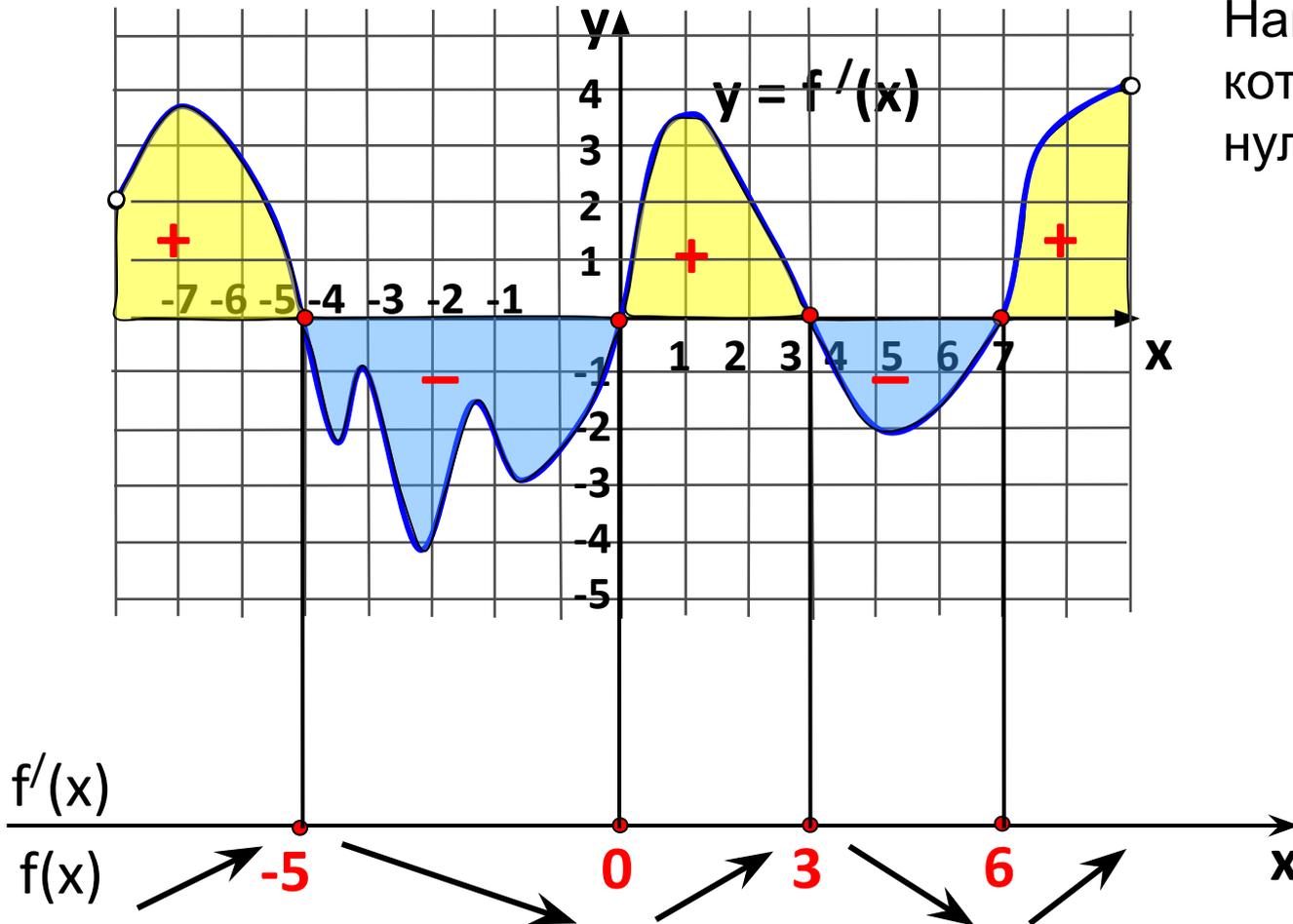


РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ В8.

Производная и ее
применение

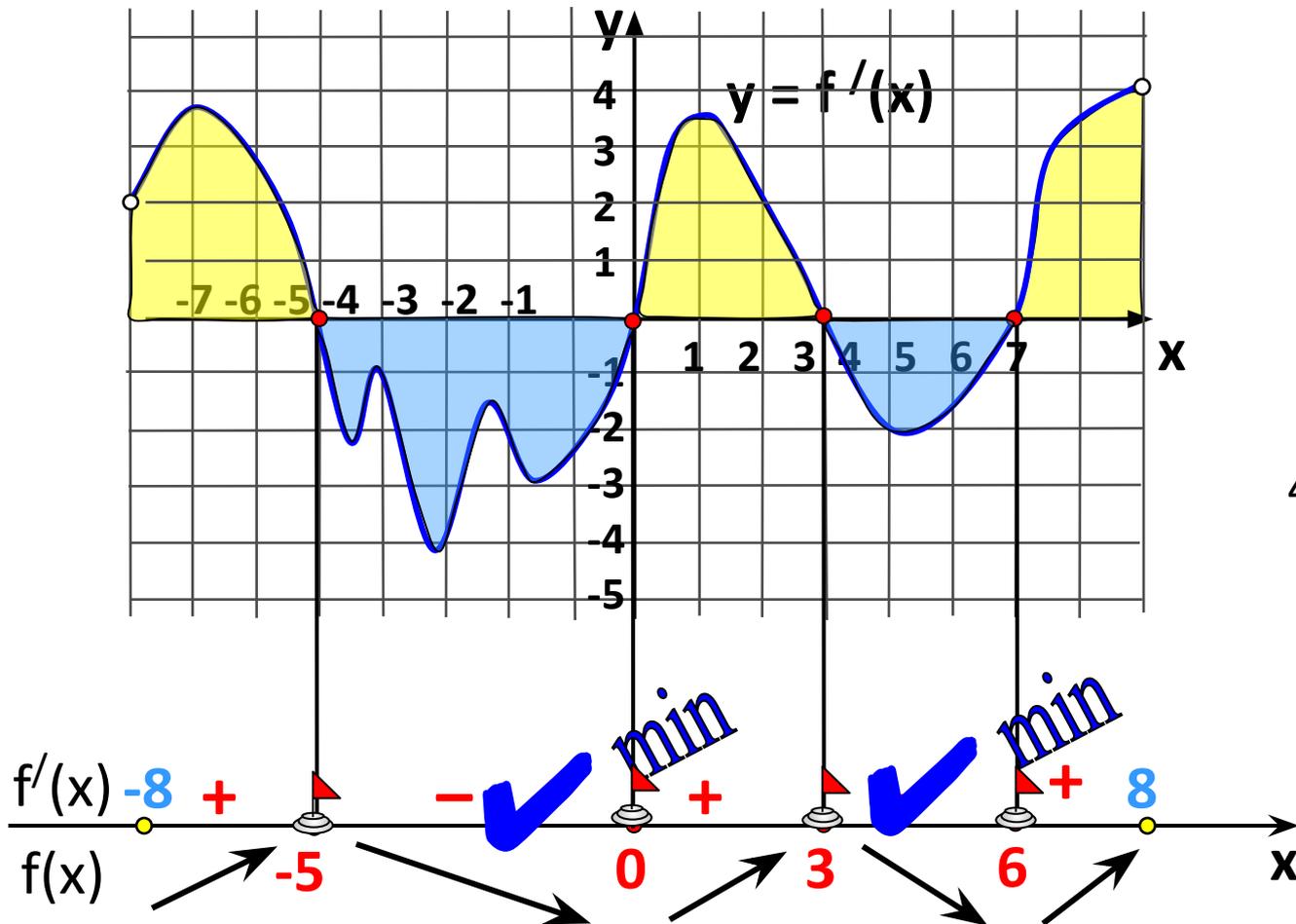
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-8; 8)$. Исследуем свойства графика и мы можем ответить на множество вопросов о свойствах функции, хотя графика самой функции не представлено!

Найдем точки, в которых $f'(x) = 0$ (это нули функции).



По этой схеме мы можем дать ответы на многие вопросы тестов.

Исследуйте функцию $y = f(x)$ на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

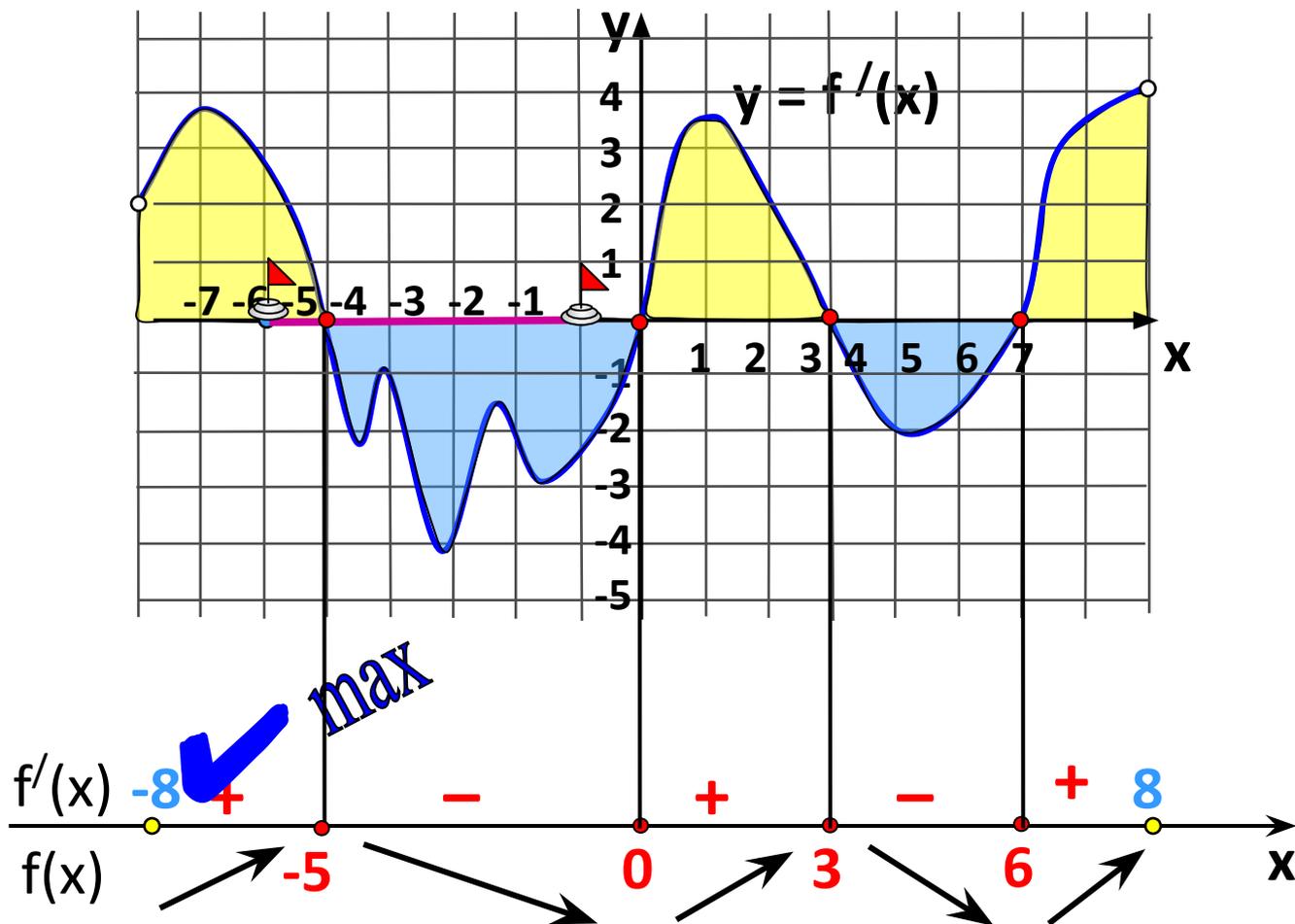


4 точки экстремума,

Ответ:
2 точки минимума

Пример

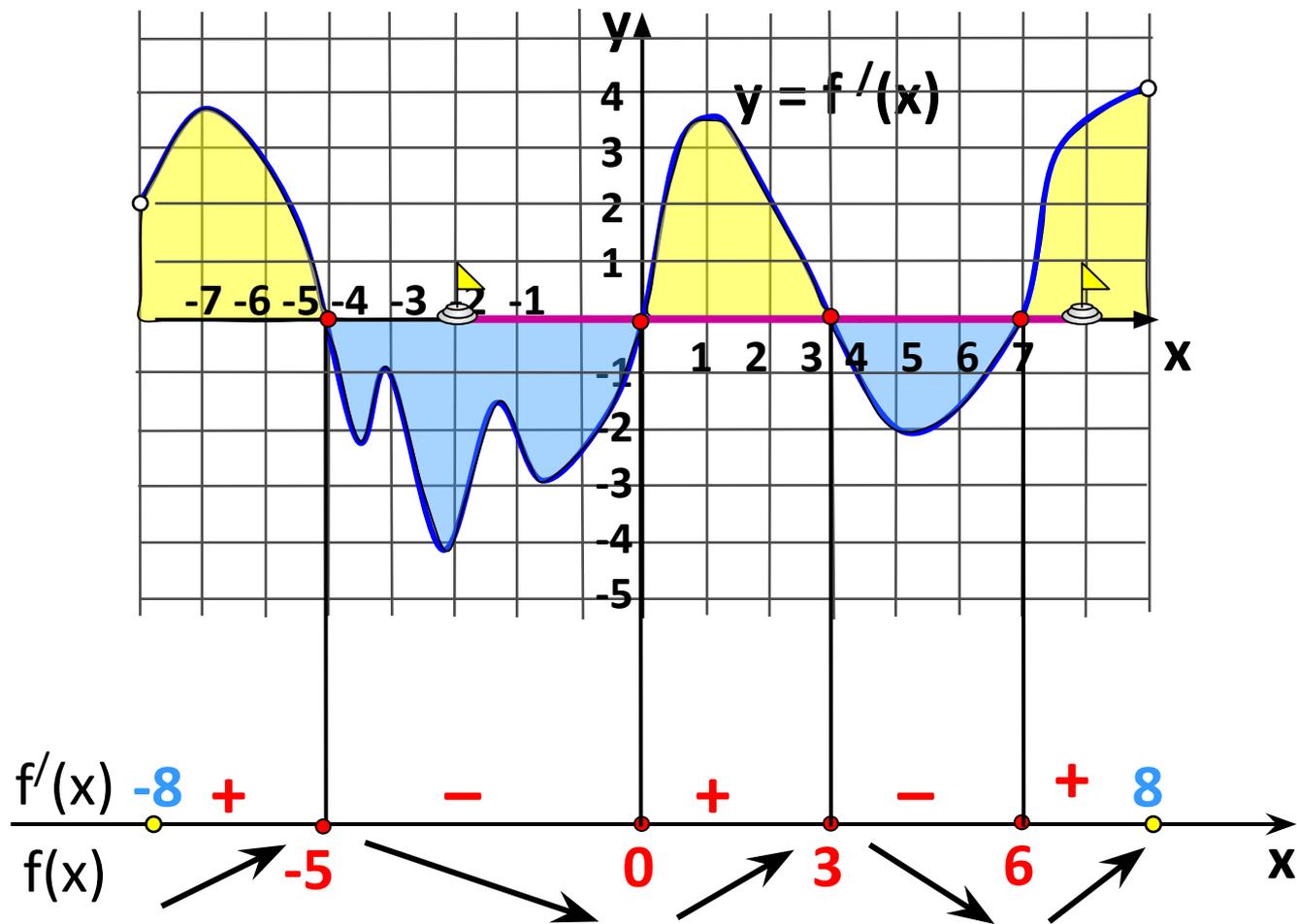
Найдите точку экстремума функции $y = f(x)$ на отрезке $[-6; -1]$



Ответ: $x_{\max} = -5$

Пример

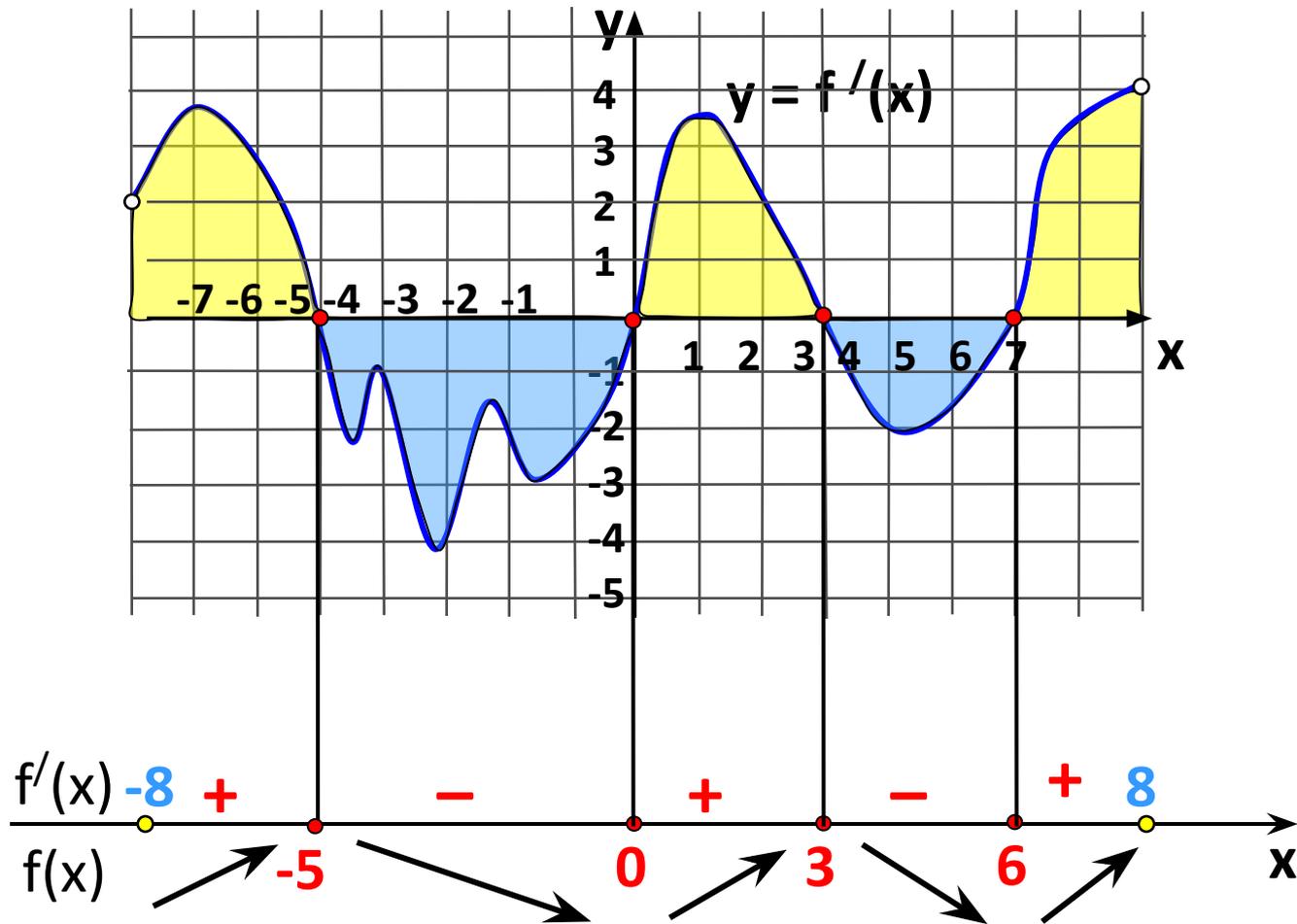
Найдите количество точек экстремума функции $y = f(x)$ на отрезке $[-3; 7]$



Ответ: 3.

Пример

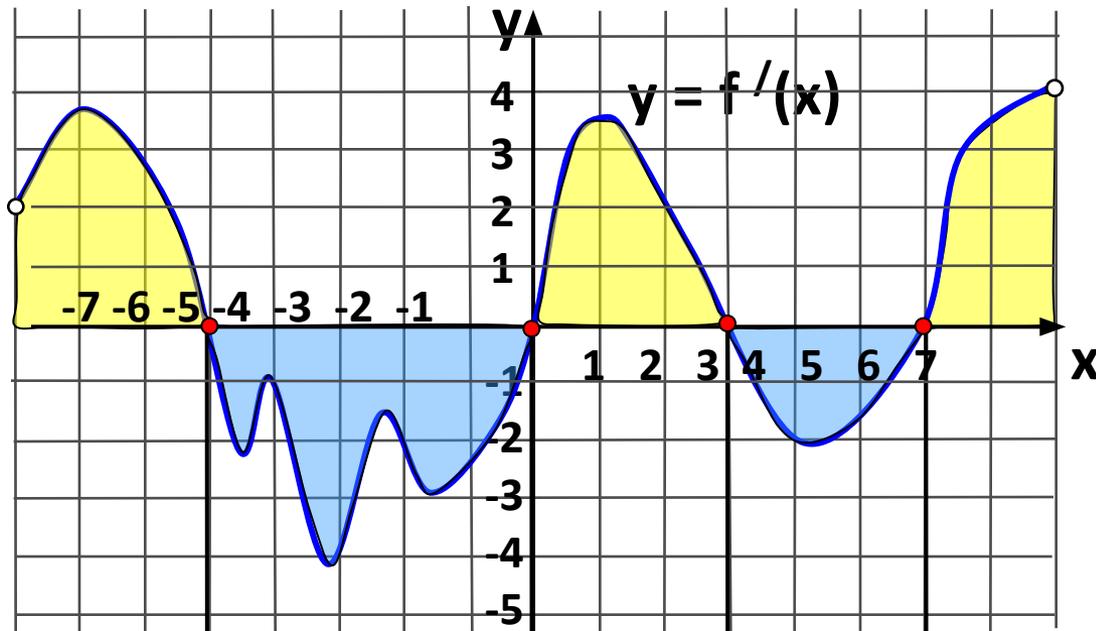
Найдите промежутки убывания функции $y = f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 5.

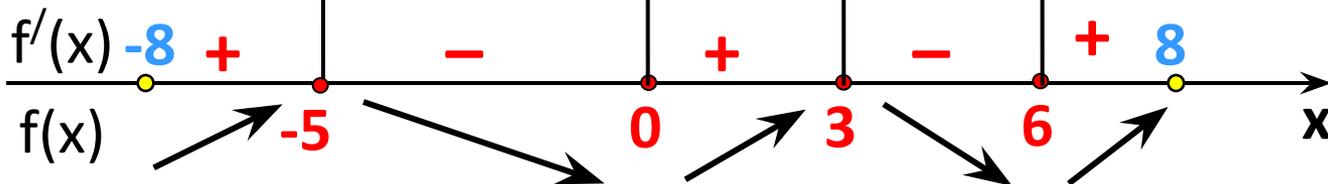
Пример

В какой точке отрезка $[-4; -1]$ функции $y = f(x)$ принимает наибольшее значение?



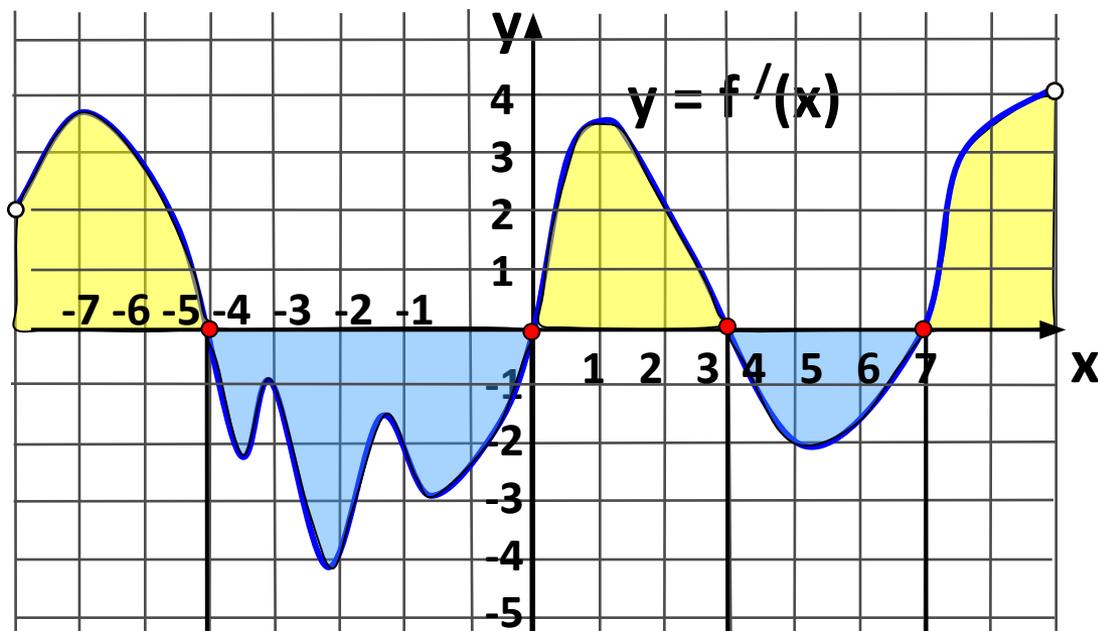
На отрезке $[-4; -1]$ функция $y = f(x)$ убывает, значит, наибольшее значение на данном отрезке функция будет принимать в точке -4 .

Ответ: -4 .



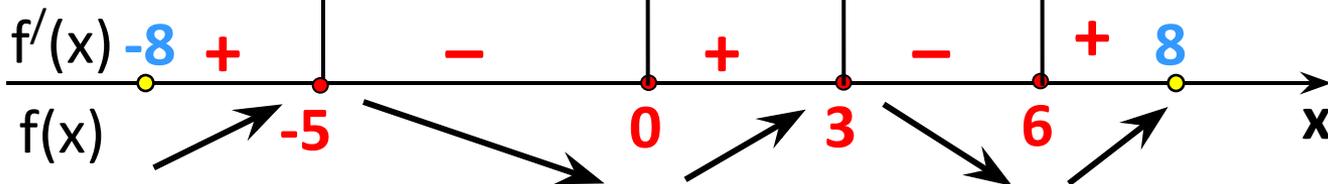
Пример

В какой точке отрезка $[-4; -1]$ функции $y = f(x)$ принимает наименьшее значение?

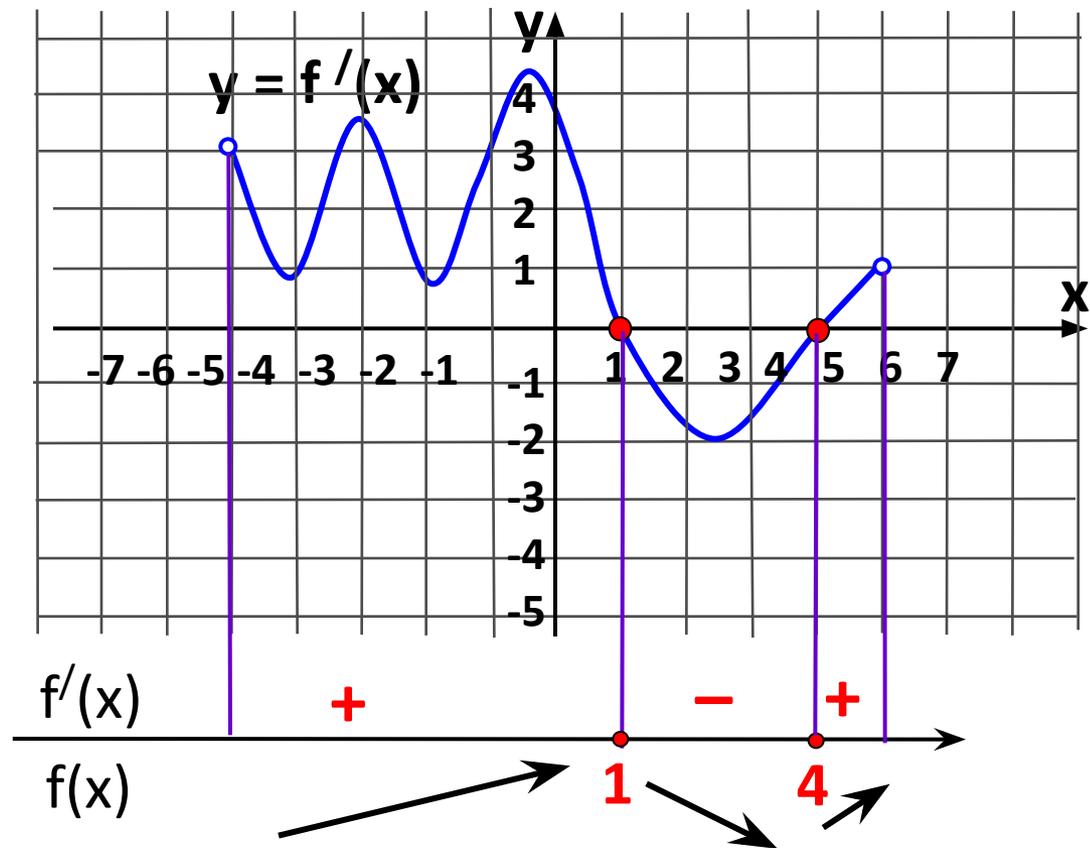


На отрезке $[-4; -1]$ функция $y = f(x)$ убывает, значит, наименьшее значение на данном отрезке функция будет принимать в конце отрезка точке $x = -1$.

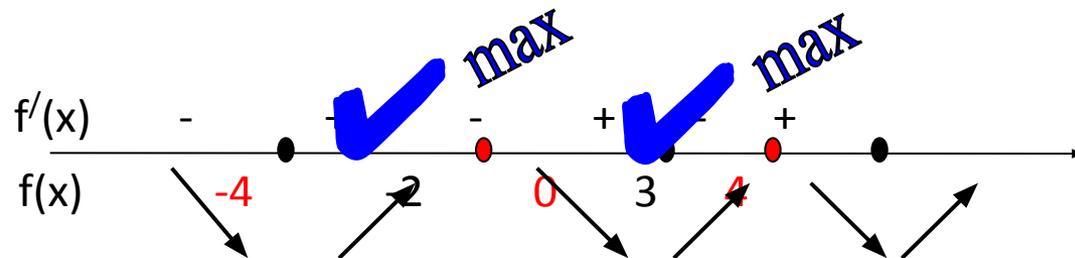
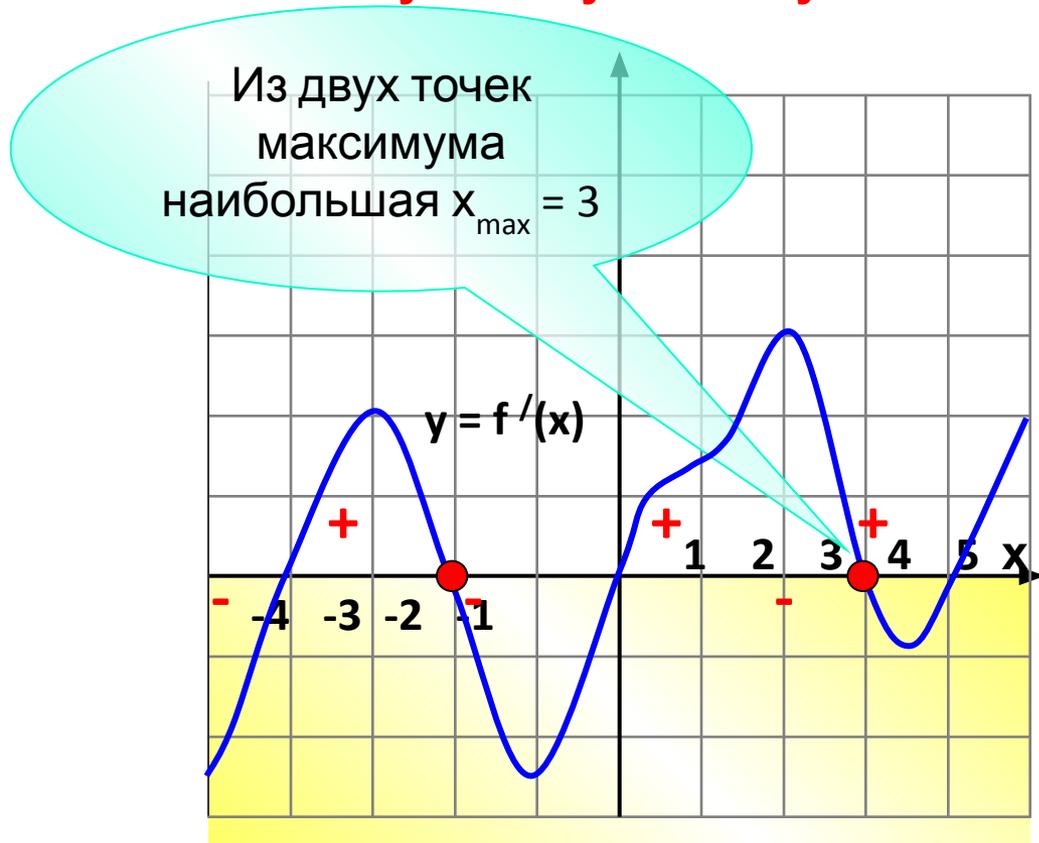
Ответ: -1 .



На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-5; 5)$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.



В. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $[-5; 5]$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите **наибольшую точку максимума**.



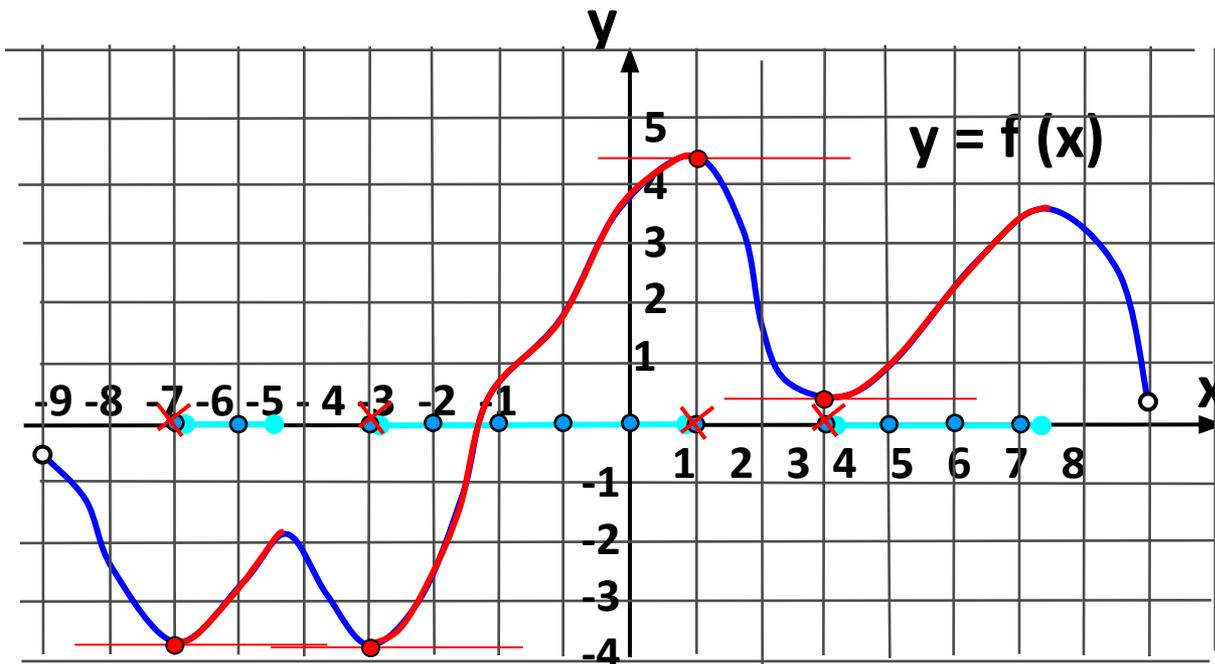
В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Решение:

1). $f'(x) > 0$, значит, функция возрастает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)



Ответ: 8.

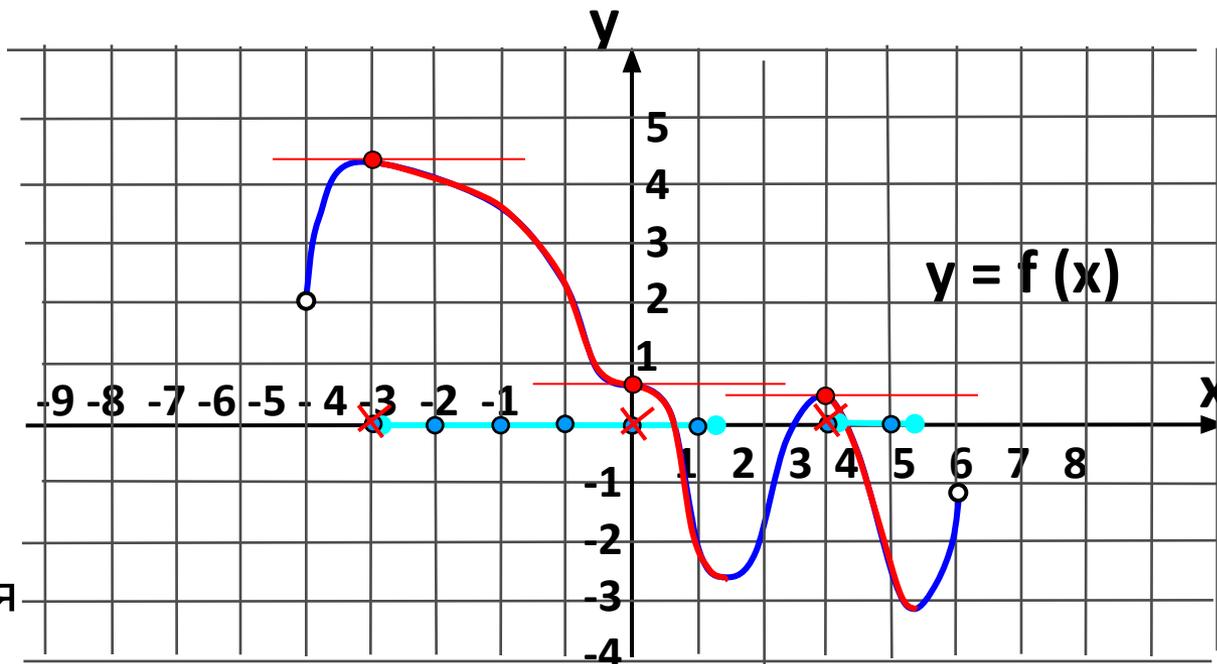
В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)
 $x=0$ точка перегиба, в этой точке производная равна 0!



Ответ: 5.

В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

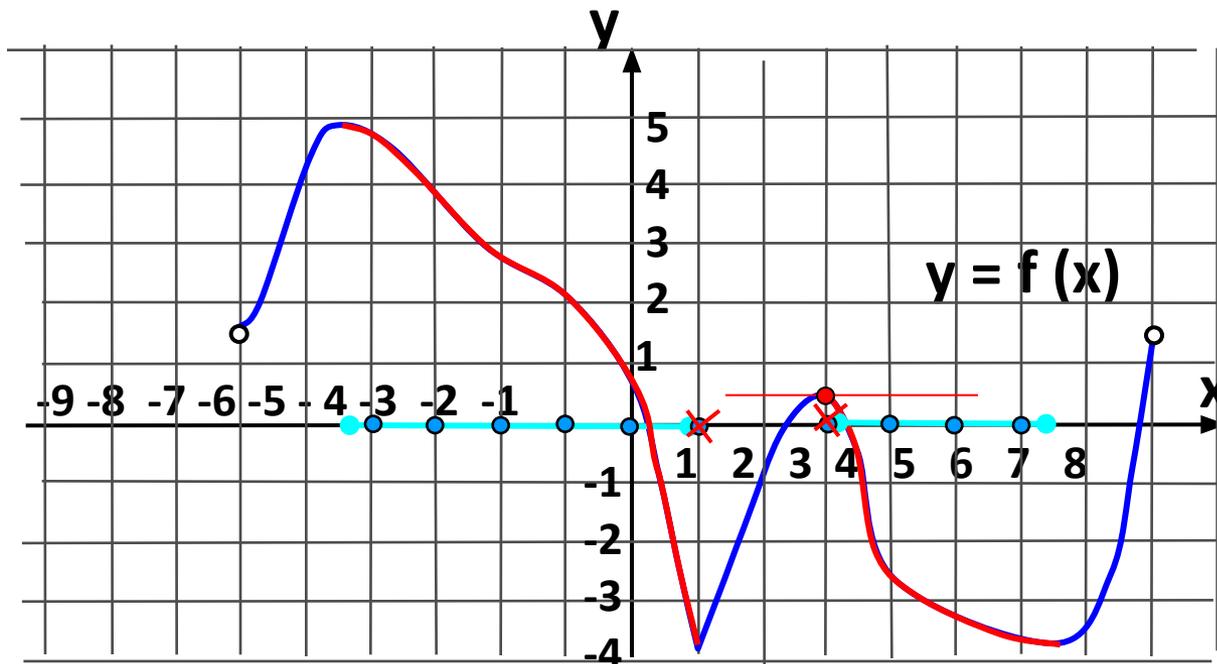
Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)

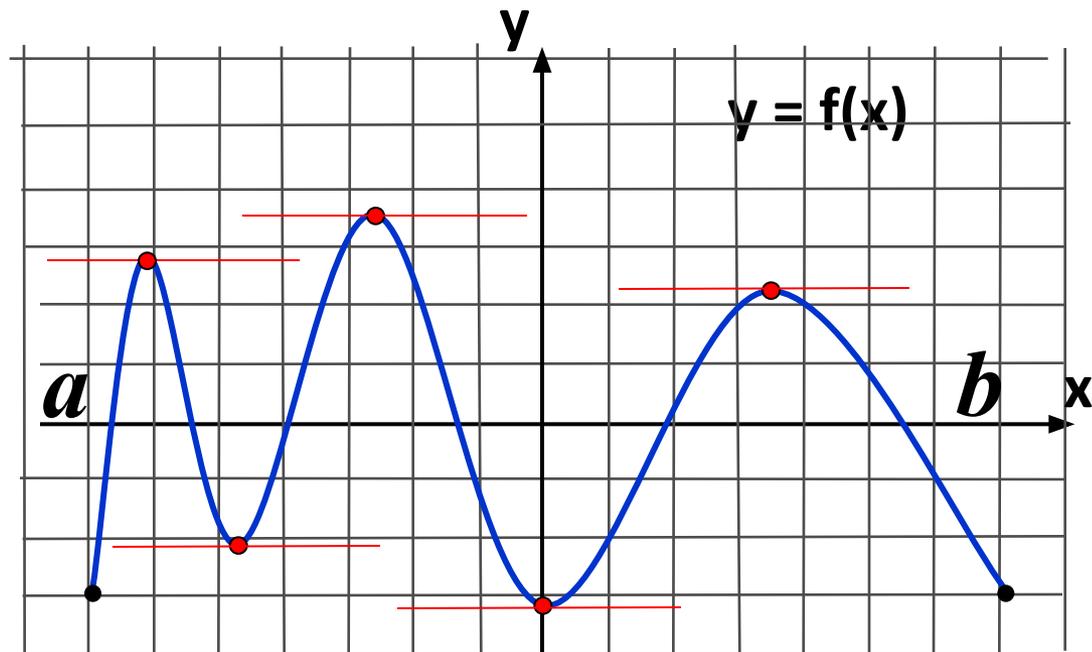
В точке $x=1$ производная не существует.



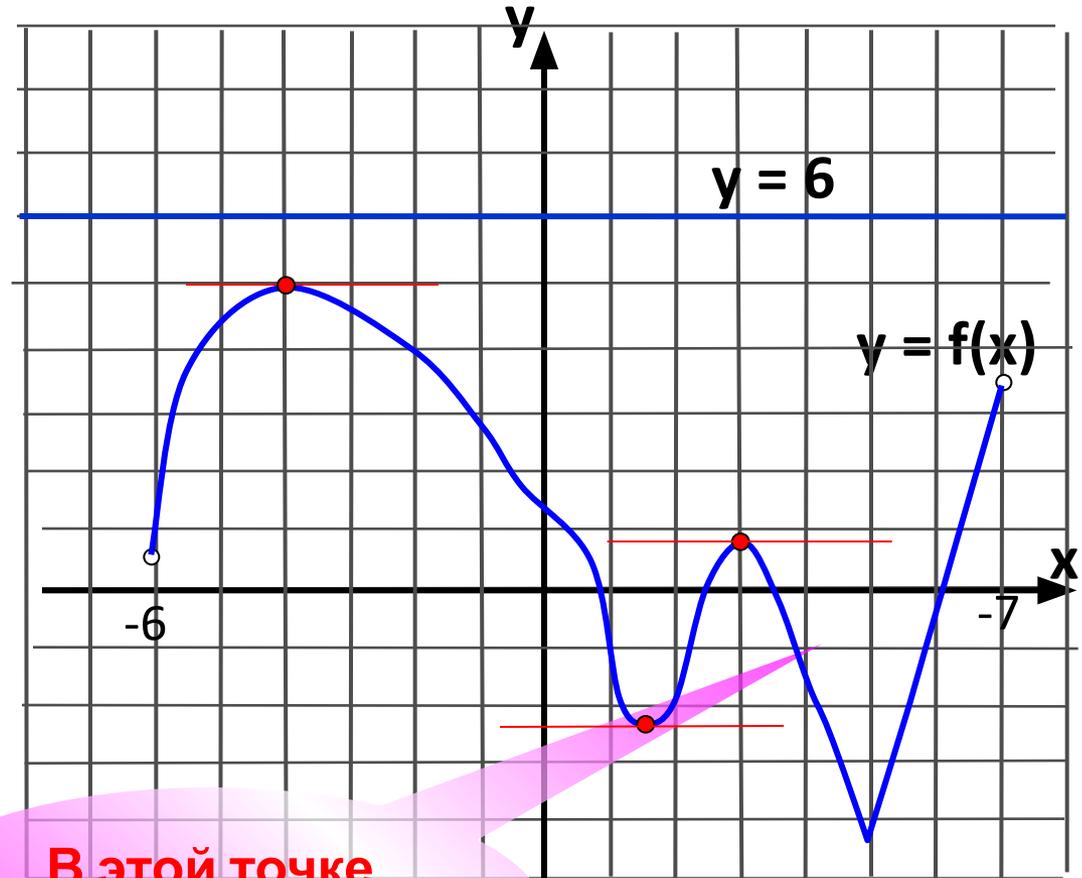
Ответ: 8.

В8. Непрерывная функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$

На рисунке изображен ее график. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox .

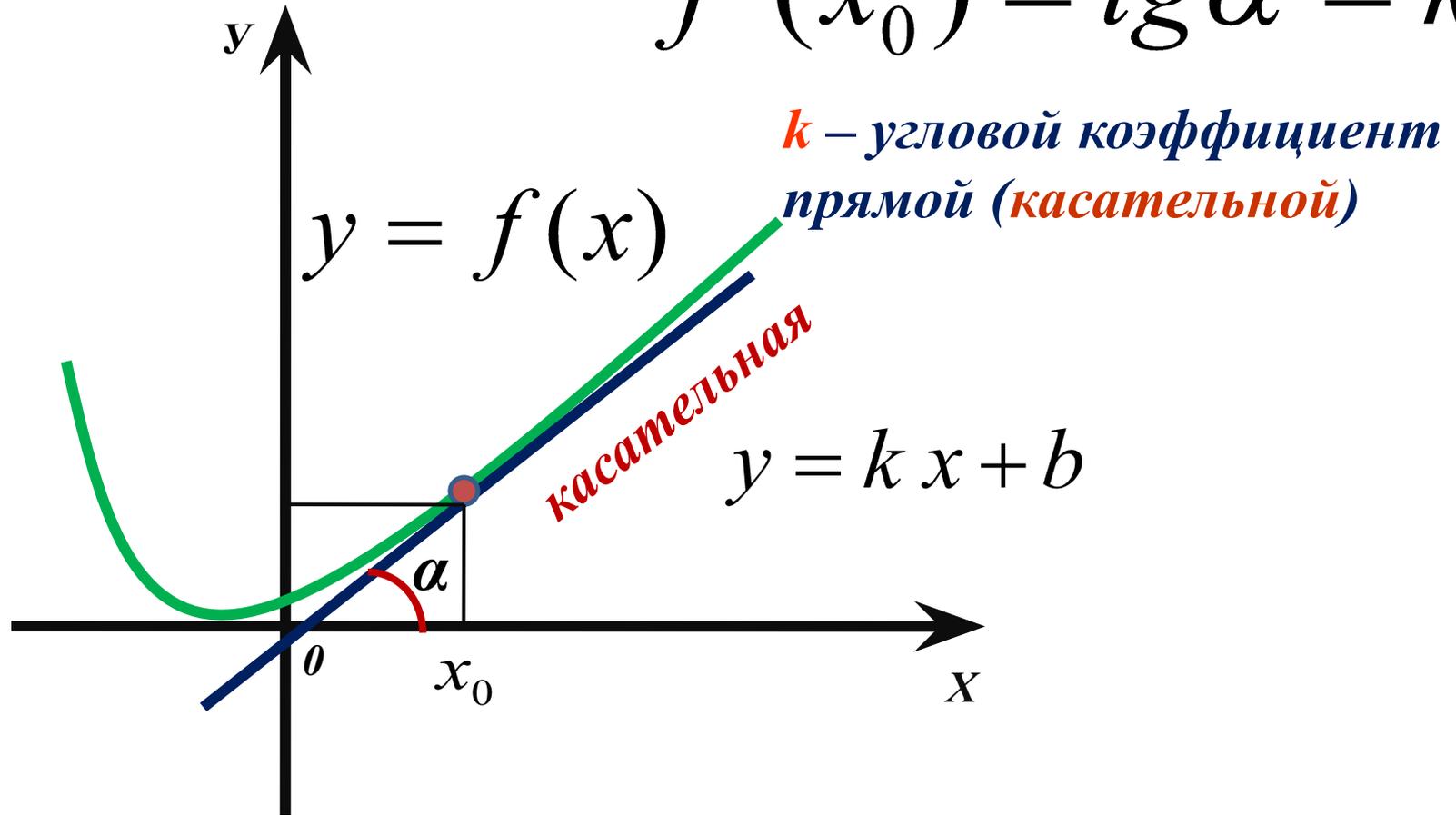


В8. Непрерывная функция $y = f(x)$ задана на интервале $(-6; 7)$. На рисунке изображен ее график. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$.



**В этой точке
производная НЕ
существует!**

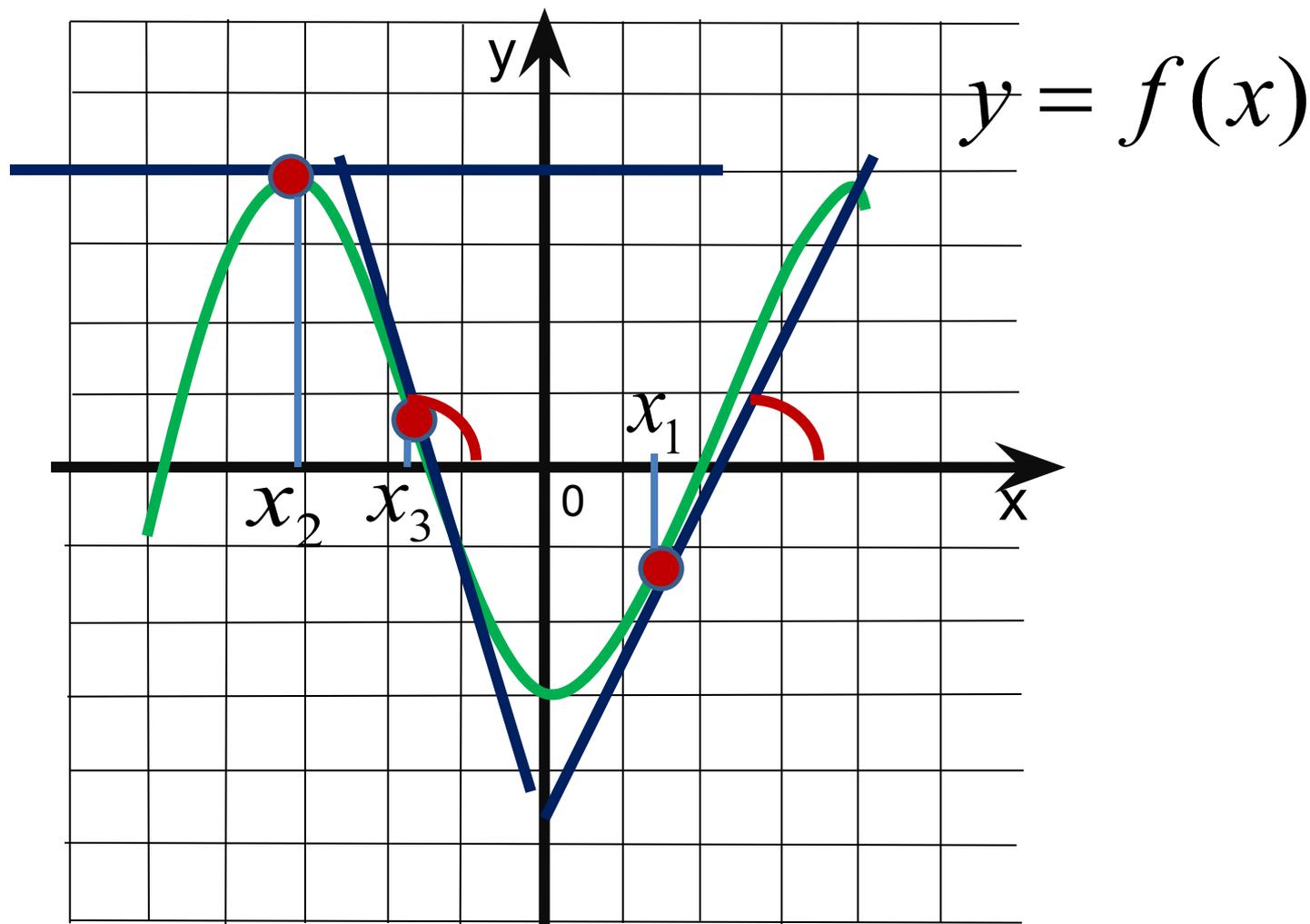
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$



Геометрический смысл производной: если к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 можно провести касательную, непараллельную оси y , то $f'(x_0)$ выражает угловой коэффициент касательной, т.е. $f'(x_0) = k$

Поскольку $k = \operatorname{tg} \alpha$, то верно равенство $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$

Если $\alpha < 90^\circ$, то $k > 0$. Если $\alpha > 90^\circ$, то $k < 0$.



Если $\alpha = 0^\circ$, то $k = 0$. Касательная параллельна оси Ox .

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

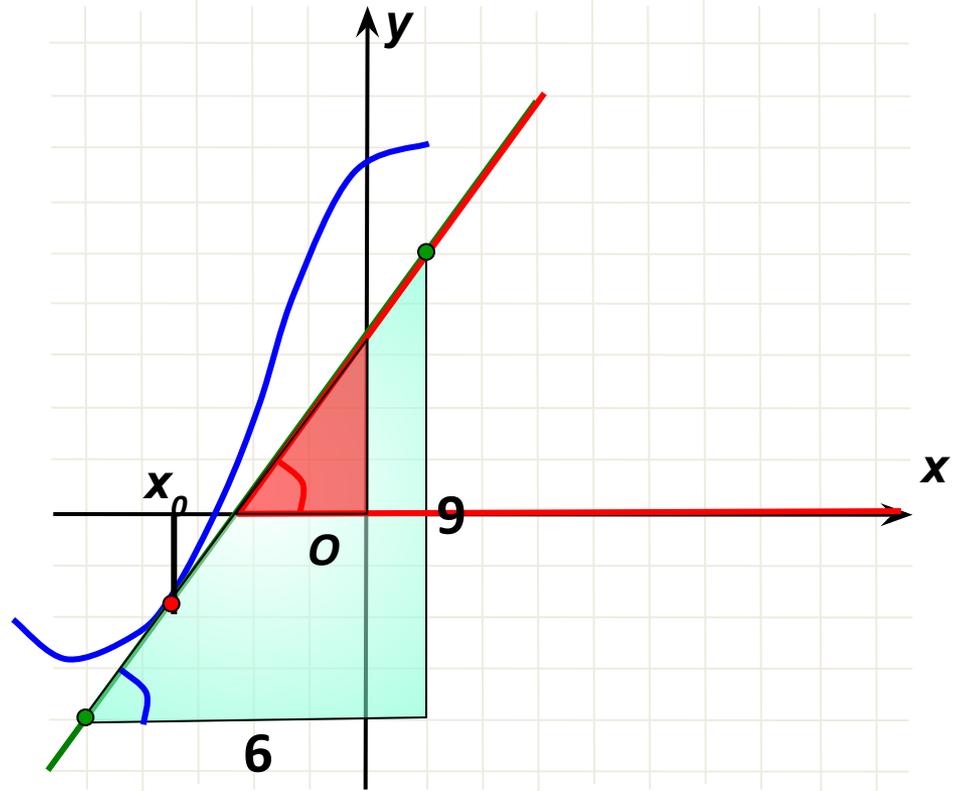
Решение 1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox , **острый**. Значит, значение производной в точке x_0 **положительно**.

2). Найдем тангенс этого угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников, например,....

3). Найдем тангенс угла – это отношение 9:6.

Ответ: $\frac{3}{2}$



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

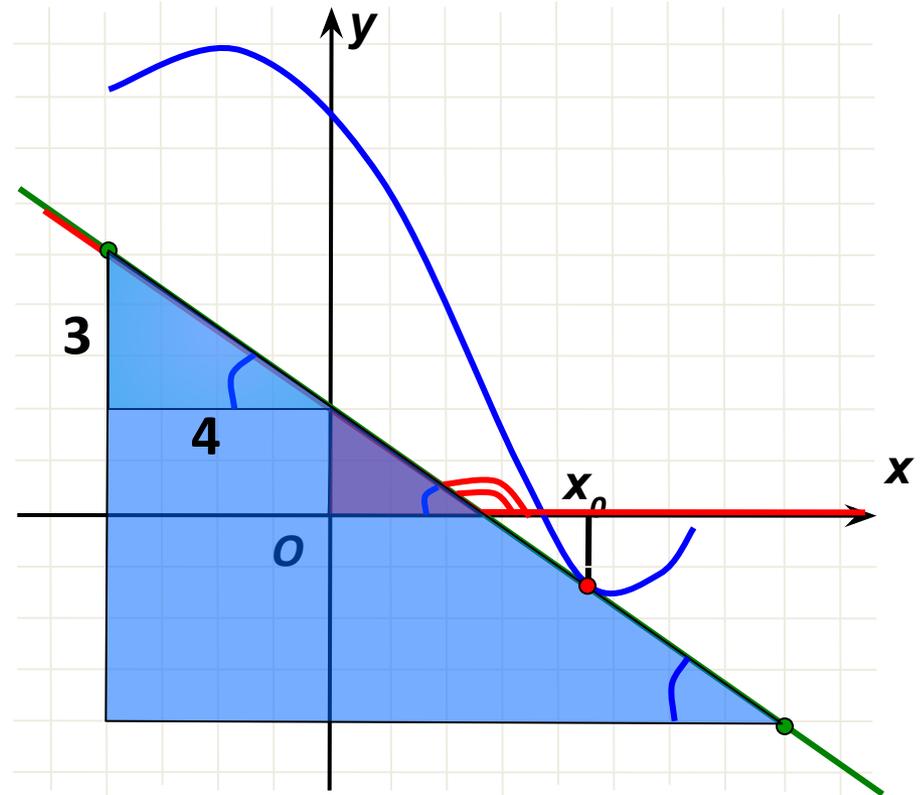
Решение 1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox , **тупой**. Значит, значение производной в точке x_0 **отрицательно**.

2). Найдем тангенс смежного угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников.

3). Найдем тангенс угла – это отношение 3:4.

Ответ: $-\frac{3}{4}$



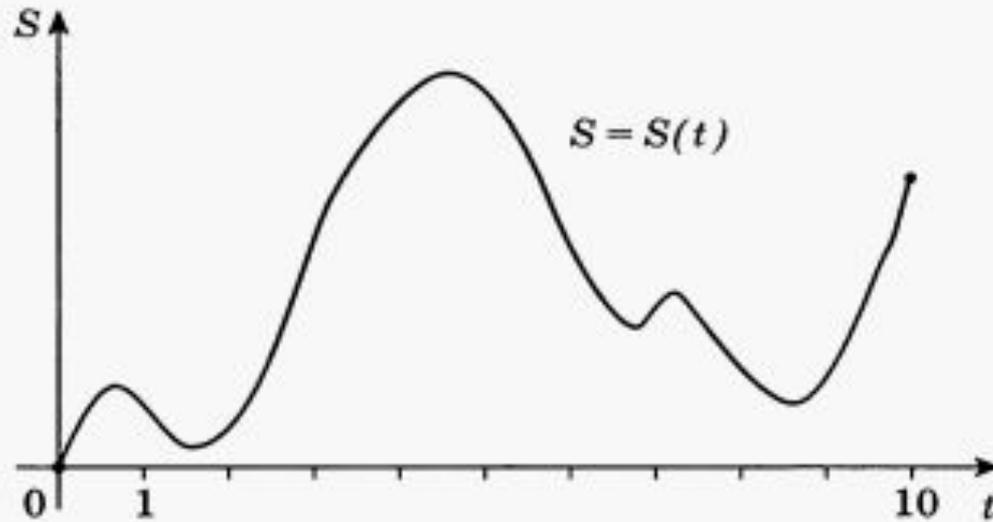
Новые задания В8

В8

Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 10 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние S в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).

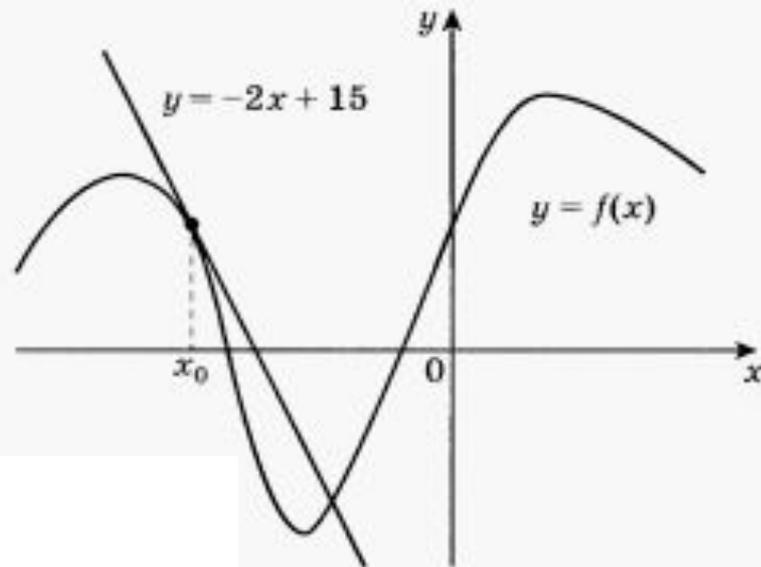
$$S'(t) = v(t)$$



Физический смысл производной

В8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$ в точке x_0 .



Решение.

$$1) \quad y' = \left(-\frac{1}{4}f(x) + 5\right)' = -\frac{1}{4} f'(x)$$

$$2) \quad y' = -\frac{1}{4} (-2) = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5

№ 1670

Прямая $y = 6x + 9$ параллельна касательной графику функции $y = X^2 + 7x - 6$.
Найдите абсциссу точки касания.

Решение.

$$1) \quad y' = (x^2 + 7x - 6)' = 2x + 7$$

$$2) \quad y'(x_0) = k = 6$$

$$3) \quad 2x + 7 = 6$$

$$2x + 7 = 6$$

$$2x = 6 - 7$$

$$2x = -1$$

$$x = -0,5$$

Ответ: -0,5

Самостоятельная работа

Вариант 1

№ 1768	2
№ 1877	0,5
№ 1874	-1
№ 1939	6
№ 1753	2
№ 1671	-1,5

Вариант 2

№ 1769	2
№ 1878	1,5
№ 1875	-0,5
№ 1940	9
№ 1754	1
№ 1672	0,5

№ заданий из сборника «Подготовка к
ЕГЭ 3000 задач» Яценко, Семёнов



Спасибо за урок!